

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

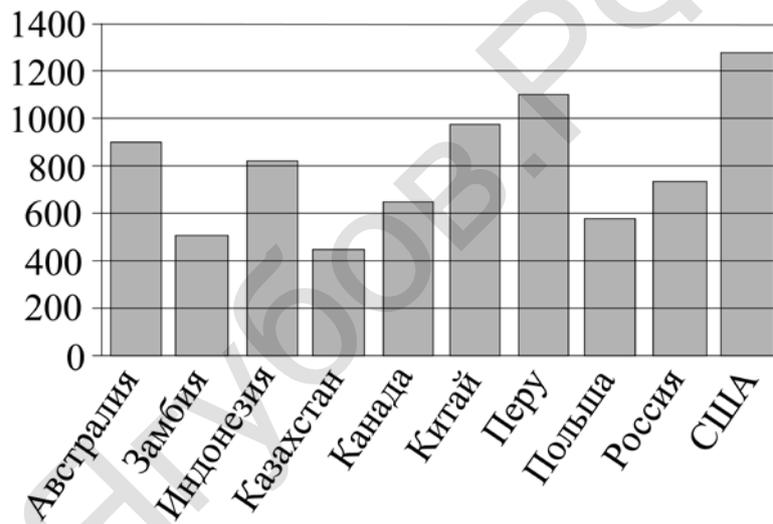
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3 %. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: _____.

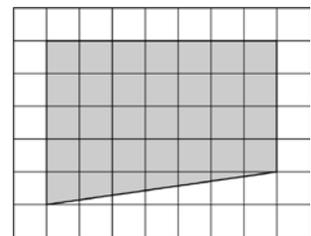
- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



- 4** Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 9\}$?

Ответ: _____.

5

Найдите корень уравнения $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

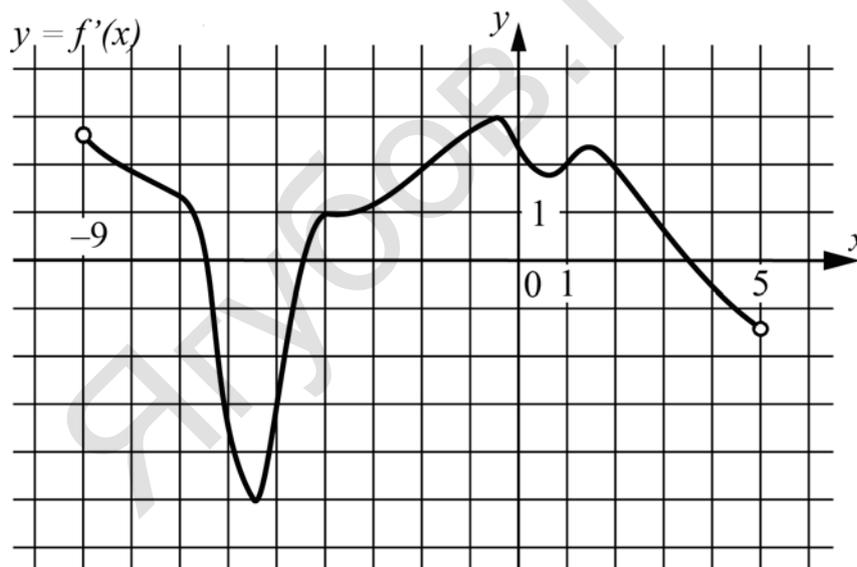
6

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

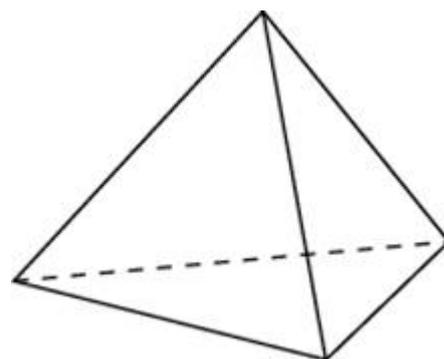


Ответ: _____.

8

Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?

Ответ: _____.



Часть 2

9 Найдите значение выражения $8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$.

Ответ: _____.

10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $5,13 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: _____.

11 Васе надо решить 245 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 8x - 4\text{tg}x - 2\pi + 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\cos^2 x + \cos 2x = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

- 14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B — точка Q , причём $AP = BQ = SA$.
а) Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .

- 15** Решите неравенство $\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$.

- 16** Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его сторон BC , AB и AC в точках K , L и M соответственно. Прямая KM вторично пересекает в точке P окружность радиуса AM с центром A .
а) Докажите, что прямая AP параллельна прямой BC .
б) Пусть $\angle ABC = 90^\circ$, $AM = 3$, $CM = 2$, Q — точка пересечения прямых KM и AB , а T — такая точка на отрезке PQ , что $\angle OAT = 45^\circ$. Найдите QT .

- 17** Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + x + 9$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + x + 9)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

18 Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $21b \geq 6|a+b| - 3|b-2| - |a-b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$ **не выполнено**.

19 Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.