МАТЕМАТИКА

ЕГЭ 2018

ПРОФИЛЬНЫЙ 11

Под редакцией И. В. Ященко

ЕГЭ 2018

МАТЕМАТИКА

11

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

С. А. Шестаков

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

ФГОС

С. А. Шестаков

ЕГЭ 2018. Математика
Задачи на составление уравнений

Задача 11 (профильный уровень)

Рабочая тетрадь

Под редакцией И. В. Ященко

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2018

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Ш51

Шестаков С. А.

Ш51 ЕГЭ 2018. Математика. Задачи на составление уравнений. Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2018. — 80 с.

ISBN 978-5-4439-1211-0

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2018. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике в 2018 году по базовому и профильному уровням. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2018.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по основным темам, связанным с решением задач на составление уравнений. Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

12+

ISBN 978-5-4439-1211-0

© Шестаков С. А., 2018.
© МЦНМО, 2018.

От редактора серии

Прежде чем вы начнете работать с тетрадями, дадим некоторые пояснения и советы.

Планируется, что в 2018 году у вас будет возможность выбрать уровень экзамена по математике — базовый или профильный. Вариант базового уровня будет состоять из 20 задач, проверяющих освоение Федерального государственного образовательного стандарта на базовом уровне.

Вариант ЕГЭ профильного уровня состоит из двух частей. Первая часть содержит 8 заданий базового уровня сложности по основным темам школьной программы, включая практико-ориентированные задания с кратким ответом. Вторая часть состоит из 11 более сложных заданий по курсу математики средней школы; из них четыре с кратким ответом (задания 9—12) и семь с развернутым ответом (задания 13—19).

Рабочие тетради организованы в соответствии со структурой экзамена и позволят вам подготовиться к выполнению всех заданий с кратким ответом, выявить и устранить пробелы в своих знаниях.

Профильный уровень предназначен, в первую очередь, для тех, кому математика требуется при поступлении в вуз. Если вы ориентируетесь на этот уровень, то понимаете, что нужно уметь решать все задания с кратким ответом — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет меньше времени, чем на задание с развёрнутым решением; обидно терять баллы из-за ошибок в относительно простых задачах.

Кроме того, тренировка на простых задачах позволит вам избежать технических ошибок и при решении задач с полным решением.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения диагностической работы. Затем рекомендуется прочитать решения задач, сравнить свои решения с решениями, приведёнными в книге. Если какая-то задача или тема вызывает затруднения, следует после повторения материала выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служат диагностические работы, размещённые в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей для подготовки к ЕГЭ по математике позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического изучения математики.

Желаем успеха!

Введение

Это пособие предназначено для подготовки к решению задач по теме «Задачи на составление уравнений» и, в частности, задачи 11 профильного уровня Единого государственного экзамена по математике.

Можно — при всей условности такого деления — выделить следующие три основные группы задач по этой теме:

1) задачи на движение;

2) задачи на работу;

3) задачи на проценты, концентрацию, части, доли.

Разумеется, тематический список текстовых задач далеко не исчерпывается указанными типами, но умение решать именно такие задачи является ключевым при подготовке по данной теме.

Пособие включает 6 диагностических и 10 тренировочных работ (по два варианта), а также краткие методические рекомендации и разбор задач первой диагностической работы. Каждая диагностическая работа содержит 10 заданий. Каждая тренировочная работа соответствует одному из заданий диагностической работы и содержит 10 задач для выработки или закрепления навыков решения по каждому типу заданий.

В начале работы с пособием целесообразно выполнить первую диагностическую работу, определить, какие задачи вызывают затруднения, и обратиться при необходимости к разбору задач. После этого нужно потренироваться в решении задач каждого типа, выполнив тренировочные работы. Для завершения подготовки следует обратиться к диагностическим работам 1—5 и постараться решить их без ошибок. Желательно, чтобы время решения любой из диагностических и тренировочных работ не превышало 50—60 минут.

Подчеркнем, что в пособии рассматриваются задания, в значительной части отвечающие по уровню сложности заданию 11 ЕГЭ по математике. Умение решать такие задачи является базовым: без него невозможно продвинуться в решении более сложных задач. Тем не менее часть включенных в пособие задач несколько сложнее задачи 11 демоверсии: их решение позволит нарастить определенную «математическую мускулатуру» и чувствовать себя на экзамене застрахованным от неприятных неожиданностей.

При подготовке к решению задач Единого государственного экзамена с кратким ответом нужно помнить следующее. Проверка ответов осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво и строго в соответствии с инструкцией по заполнению бланка (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно). К сожалению, ошибки сканирования полностью исключить нельзя, поэтому если есть уверенность в задаче, за которую получен минус, нужно идти на апелляцию. Ответом к задаче может быть только целое число или конечная десятичная дробь. Ответ, зафиксированный в иной форме, будет рас-

познан как неправильный. В этом смысле задание 11 не является исключением: если результатом вычислений явилась обыкновенная дробь, например $\frac{3}{4}$, то перед записью ответа в бланк ее нужно обратить в десятичную, т. е. в ответе написать 0,75. Каждый символ (в том числе запятая и знак «минус») записывается в отдельную клеточку, как это показано на полях пособия.

Ответы:

1

2

3

4

5

6

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Диагностическая работа

Вариант 1

1. Расстояние между городами A и B равно 435 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

9. Пять рубашек дешевле куртки на 25 %. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

10. Виноград содержит 91 % влаги, а изюм — 7 %. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

Вариант 2

1. Расстояние между городами *A* и *B* равно 585 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 75 км/ч выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города *B* автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость одного из них на 0,5 км/ч меньше скорости другого. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 150 метрам?

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 54 км/ч, и через 35 минут после старта его первый раз обогнал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

7

8

9

10

1

2

3

Образец написания:



Ответы:

4

5

6

7

8

9

10

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 16 ч после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 30 км/ч, вторую треть — со скоростью 20 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 15 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 110 метров, второй — длиной 70 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 200 метров. Через 8 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 500 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 16 часов. Через 4 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Первая труба пропускает на 7 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если бак объемом 420 литров она заполняет на 30 минут быстрее, чем первая труба?

9. Восемь рубашек дороже куртки на 28 %. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

10. Виноград содержит 92 % влаги, а изюм — 8 %. Сколько килограммов винограда требуется для получения 24 килограммов изюма?

Задачи на движение

Этот параграф посвящен текстовым задачам в той их части, которую составляют задачи на движение. Во всех таких задачах допускается определенная идеализация: считается, что тела движутся прямолинейно и равномерно, скорости (в том числе скорость течения) постоянны в течение определенных промежутков времени, не меняются при поворотах и т. д., движущиеся тела считаются материальными точками (если не оговорено противное), т. е. не имеющими размеров и массы (вернее, их размеры и масса несущественны для решения задачи). Даже решение задач на движение по окружности не требует применения специальных понятий — угловой скорости и т.п.; здесь точнее было бы говорить о движении по замкнутой трассе. Если расстояние между пунктами, из которых начинают движение два тела, не задано, иногда бывает удобно положить его равным единице.

При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи, получить нужные уравнения даже в таком относительно трудном случае, как движение по окружности.

Основными типами задач на движение являются следующие:

1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку),
2) задачи на движение по замкнутой трассе,
3) задачи на движение по воде,
4) задачи на среднюю скорость,
5) задачи на движение протяженных тел.

Рассмотрим более подробно каждый из этих типов задач, выделив, где необходимо, базовые задачи.

1. Движение навстречу. Решение задачи 1 диагностической работы

Если расстояние между двумя движущимися навстречу друг другу телами равно s, а их скорости v_1 и v_2, то время t, через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

1. Расстояние между городами A и B равно 435 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение. Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно

$$435 - 60 = 375 \text{ (км)},$$

поэтому автомобили встретятся через время

$$t = \frac{375}{60 + 65} = 3 \text{ (ч)}.$$

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 часа и проедет $60 \cdot 4 = 240$ (км).

Ответ. 240.

Тренировочная работа 1

Вариант 1

Т1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 60 км/ч и 80 км/ч?

Т1.2. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля: из города A со скоростью 55 км/ч, а из города B — со скоростью 65 км/ч. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Т1.3. Из двух городов, расстояние между которыми равно 390 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если скорость второго равна 60 км/ч и автомобили встретились через 3 часа после выезда. Ответ дайте в км/ч.

Т1.4. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 440 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 260 км от города B. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A. Ответ дайте в км/ч.

Т1.5. Расстояние между городами A и B равно 580 км. Из города A в город B со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

Т1.6. Расстояние между городами A и B равно 380 км. Из города A в город B со скоростью 50 км/ч выехал автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Т1.7. Расстояние между городами A и B равно 440 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города B выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 2 часа после его выезда из города B. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т1.1

Т1.2

Т1.3

Т1.4

Т1.5

Т1.6

Т1.7

Образец написания:



Ответы:

Т1.8

Т1.8. Расстояние между городами A и B равно 436 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 4 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 56 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 324 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Т1.9

Т1.9. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Т1.10

Т1.10. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в два раза больше скорости второго. Второй автомобиль прибыл в A на 1 час позже, чем первый прибыл в B. На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с той же скоростью, что и первый?

Вариант 2

Т1.1

Т1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 800 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 70 км/ч и 90 км/ч?

Т1.2

Т1.2. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 405 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля: из города A со скоростью 60 км/ч, а из города B — со скоростью 75 км/ч. На каком расстоянии от города B автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Т1.3

Т1.3. Из двух городов, расстояние между которыми равно 540 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если скорость первого равна 70 км/ч и автомобили встретились через 4 часа после выезда. Ответ дайте в км/ч.

Т1.4

Т1.4. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 360 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 195 км от города A. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города B. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Т1.5. Расстояние между городами *A* и *B* равно 645 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 70 км/ч выехал автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда первого автомобиля автомобили встретятся?

Т1.6. Расстояние между городами *A* и *B* равно 510 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города *B* автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Т1.7. Расстояние между городами *A* и *B* равно 530 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 70 км/ч выехал автомобиль, а через 2 часа после этого навстречу ему из города *B* выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 3 часа после его выезда из города *B*. Ответ дайте в км/ч.

Т1.8. Расстояние между городами *A* и *B* равно 458 км. Из города *A* в город *B* выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 64 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 330 км от города *A*. Ответ дайте в км/ч.

Т1.9. Из городов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в *B* на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в *A*, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из *B* в *A* велосипедист?

Т1.10. Из городов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в полтора раза больше скорости второго. Второй автомобиль прибыл в *A* на 5 часов позже, чем первый прибыл в *B*. На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с той же скоростью, что и первый?

Ответы:

Т1.5

Т1.6

Т1.7

Т1.8

Т1.9

Т1.10

Образец написания:



2. Движение вдогонку. Решение задачи 2 диагностической работы

Если расстояние между двумя телами равно s, они движутся по прямой в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$) так, что первое тело следует за вторым, то время t, через которое первое тело догонит второе, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

2. Два пешехода отправляются в одном направлении одновременно из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

Решение. Время t в часах, за которое расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам, т. е. 0,3 км, находим по формуле

$$t = \frac{0{,}3}{1{,}5} = 0{,}2 \text{ (ч)}.$$

Следовательно, это время составляет 12 минут.

Ответ. 12.

Тренировочная работа 2

Вариант 1

Т2.1. Города *A*, *B* и *C* соединены прямолинейным шоссе, причем город *B* расположен между городами *A* и *C*. Из города *A* в сторону города *C* выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города *B* в сторону города *C* выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 25 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами *A* и *B* равно 125 км?

Т2.2. Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Т2.3. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Первый идет со скоростью 4,5 км/ч, а второй — со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места их встречи?

Т2.4. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Т2.5. Из города *A* в город *B* выехал грузовик, а через час следом за ним выехал легковой автомобиль. Через два часа после выезда легковой автомобиль догнал грузовик и приехал в пункт *B* на 3 часа раньше, чем грузовик. Сколько часов потратил на дорогу от *A* до *B* грузовик?

Т2.6. Из посёлка *A* в посёлок *B*, расстояние между которыми равно 20 км, выехал грузовик, а через 8 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 5 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок *B* он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т2.1

Т2.2

Т2.3

Т2.4

Т2.5

Т2.6

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Т2.7

Т2.7. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 100 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 30 км/ч больше скорости велосипедиста, и в B он приехал на 3 часа раньше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста. Ответ дайте в км/ч.

Т2.8

Т2.8. Расстояние между городами A и B равно 80 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 20 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он проехал половину пути от C до A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

Т2.9

Т2.9. Из города A в город B одновременно выехали два автомобиля: первый со скоростью 80 км/ч, а второй — со скоростью 60 км/ч. Через полчаса следом за ними выехал третий автомобиль. Найдите скорость третьего автомобиля, если известно, что с момента, когда он догнал второй автомобиль, до момента, когда он догнал первый автомобиль, прошёл 1 час 15 минут. Ответ дайте в км/ч.

Т2.10

Т2.10. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Вариант 2

Т2.1. Города *A*, *B* и *C* соединены прямолинейным шоссе, причем город *B* расположен между городами *A* и *C*. Из города *A* в сторону города *C* выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города *B* в сторону города *C* выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 22 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами *A* и *B* равно 132 км?

Т2.1

Т2.2. Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 2 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

Т2.2

Т2.3. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Один идет со скоростью 3,5 км/ч, а другой — со скоростью 6,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места встречи?

Т2.3

Т2.4. Пассажирский поезд каждую минуту проезжает на 200 метров меньше, чем скорый, и на путь в 360 км тратит времени на 1 час больше, чем скорый. Найдите скорость пассажирского поезда. Ответ дайте в км/ч.

Т2.4

Т2.5. Из города *A* в город *B* выехал грузовик, а через два часа следом за ним выехал легковой автомобиль. Через четыре часа после выезда легковой автомобиль догнал грузовик и приехал в пункт *B* на 1 час раньше, чем грузовик. Сколько часов потратил на дорогу от *A* до *B* грузовик?

Т2.5

Т2.6. Из посёлка *A* в посёлок *B*, расстояние между которыми равно 24 км, выехал грузовик, а через 6 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 12 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок *B* он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Т2.6

Образец написания:



Ответы:

Т2.7

Т2.7. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 120 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 40 км/ч больше скорости велосипедиста, и в B он приехал на 4 часа раньше, чем велосипедист. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Т2.8

Т2.8. Расстояние между городами A и B равно 115 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 15 минут следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он проехал две трети пути от C до A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

Т2.9

Т2.9. Из города A в город B одновременно выехали два автомобиля: первый со скоростью 65 км/ч, а второй — со скоростью 60 км/ч. Через 24 минуты следом за ними выехал третий автомобиль. Найдите скорость третьего автомобиля, если известно, что с момента, когда он догнал второй автомобиль, до момента, когда он догнал первый автомобиль, прошло 40 минут. Ответ дайте в км/ч.

Т2.10

Т2.10. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 20 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 3 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

3. Движение по окружности (замкнутой трассе). Решение задачи 3 диагностической работы

Рассмотрим движение двух точек по окружности длины s в одном направлении при одновременном старте со скоростями v_1 и v_2 ($v_1 > v_2$) и ответим на вопрос: через какое время первая точка будет опережать вторую ровно на один круг? Считая, что вторая точка покоится, а первая приближается к ней со скоростью $v_1 - v_2$, получим, что условие задачи будет выполнено, когда первая точка поравняется в первый раз со второй. При этом первая точка пройдет расстояние, равное длине одного круга, и искомая формула ничем не отличается от формулы, полученной для задачи на движение вдогонку:

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

Итак, если две точки одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то первая точка приближается ко второй со скоростью $v_1 - v_2$ и в момент, когда первая точка в первый раз догоняет вторую, она проходит расстояние на один круг больше.

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть скорость второго автомобиля x км/ч. Поскольку 40 минут составляют $\frac{2}{3}$ часа и это — то время, за которое первый автомобиль будет опережать второй на один круг, составим по условию задачи уравнение

$$\frac{14}{80 - x} = \frac{2}{3},$$

откуда $160 - 2x = 42$, т. е. $x = 59$.

Ответ. 59.

Ответы:

Т3.1

Т3.2

Т3.3

Т3.4

Т3.5

Т3.6

Т3.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Тренировочная работа 3

Вариант 1

Т3.1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, скорость второго равна 60 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

Т3.2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Т3.3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

Т3.4. Часы со стрелками показывают 9 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз поравняется с часовой?

Т3.5. Лыжные соревнования с общим стартом проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Т3.6. Два тела движутся по окружности в одну сторону. Первое проходит круг на 3 минуты быстрее второго и догоняет второе каждые полтора часа. За сколько минут первое тело проходит один круг?

Т3.7. Две точки равномерно вращаются по окружности. Первая совершает оборот на 5 секунд быстрее второй и делает за минуту на 2 оборота больше, чем вторая. Сколько оборотов в минуту совершает вторая точка?

Т3.8. Из точки *A* круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. Первое тело к моменту их встречи проходит на 100 метров больше, чем второе, и возвращается в точку *A* через 9 минут после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку *A* через 16 минут после встречи.

Т3.9. Из пункта *A* круговой трассы выехал велосипедист, а через 20 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через полчаса после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 24 км. Ответ дайте в км/ч.

Т3.10. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошел первый круг 5 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 2 км/ч меньше скорости второго. Ответ дайте в км/ч.

Вариант 2

Т3.1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 75 км/ч, скорость второго автомобиля равна 90 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем второй автомобиль будет опережать первый ровно на 1 круг?

Т3.2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 18 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 36 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Т3.3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 42 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 14 км/ч больше скорости другого?

Ответы:

Т3.8

Т3.9

Т3.10

Т3.1

Т3.2

Т3.3

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Т3.4



Т3.4. Часы со стрелками показывают 11 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в двенадцатый раз поравняется с часовой?

Т3.5



Т3.5. Лыжные соревнования с общим стартом проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 3 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут первый лыжник проходит один круг?

Т3.6



Т3.6. Два тела движутся по окружности в одну сторону. Первое проходит круг на 2 минуты быстрее второго и догоняет второе каждый час. За сколько минут второе тело проходит один круг?

Т3.7



Т3.7. Две точки равномерно вращаются по окружности. Первая совершает оборот на 18 секунд быстрее второй и делает за минуту на 3 оборота больше, чем вторая. Сколько оборотов в минуту совершает первая точка?

Т3.8



Т3.8. Из точки A круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. В момент их встречи первое тело проходит на 200 метров больше, чем второе, и возвращается в точку A через 25 минут после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку A через 36 минут после встречи.

Т3.9



Т3.9. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 24 минуты следом за ним отправился мотоциклист. Через 12 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 36 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость велосипедиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Т3.10



Т3.10. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставался 2 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошел первый круг 4 минуты назад. Найдите скорость второго бегуна, если известно, что она на 3 км/ч больше скорости первого. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:



4. Движение по воде. Решение задачи 4 диагностической работы

В задачах на движение по воде скорость течения считается неизменной. При движении по течению скорость течения прибавляется к скорости плывущего тела, при движении против течения — вычитается из скорости тела. Скорость плота считается равной скорости течения.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Решение. Пусть искомая величина равна $2x$. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}+5=30,$$

откуда

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}=25,\quad \frac{11x+14x}{28\cdot 11}=25,\quad \frac{25x}{308}=25,\quad x=308.$$

Значит, искомое расстояние равно 616 км.

Ответы:

Т4.1

Т4.2

Т4.3

Т4.4

Т4.5

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Тренировочная работа 4

Вариант 1

Т4.1. Моторная лодка прошла 48 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 7 часов. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x км/ч. Какое уравнение соответствует данному условию?

1) $\frac{48}{x+2}+\frac{48}{x-2}=7$;
2) $\frac{48}{x+2}+\frac{48}{x-2}=\frac{1}{7}$;
3) $\frac{x+2}{48}+\frac{x-2}{48}=7$;
4) $\frac{x+2}{48}+\frac{x-2}{48}=\frac{1}{7}$.

Т4.2. Баржа прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.3. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 14 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Т4.4. Расстояние между пристанями A и B равно 48 км. Отчалив от пристани A в 9:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани B. После двухчасовой стоянки у пристани B теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в A в тот же день в 20:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.5. Расстояние между пристанями A и B равно 60 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.6. Баржа проплыла по течению реки 60 км и, повернув обратно, проплыла еще 20 км, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.7. Баржа проплыла по реке от пристани A до пристани B и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в два раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?

Т4.8. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 1 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 8 минут. Найдите собственную скорость лодки. Ответ дайте в км/ч.

Т4.9. От лесоповала вниз по течению реки движется плот. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 12 минут. Найдите длину плота, если собственная скорость лодки равна 15 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Т4.10. Войсковой обоз длиной 2 км движется со скоростью 3 км/ч. Вестовой пробегает из конца обоза до его начала и обратно за 30 минут. Найдите скорость вестового. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т4.6

Т4.7

Т4.8

Т4.9

Т4.10

Образец написания:



Ответы:

Т4.1

Т4.2

Т4.3

Т4.4

Т4.5

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Вариант 2

Т4.1. Моторная лодка прошла 36 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна км/ч. Какое уравнение соответствует данному условию?

1) $\frac{36}{x+3}+\frac{36}{x-3}=\frac{1}{5}$;

2) $\frac{x+3}{36}+\frac{x-3}{36}=5$;

3) $\frac{x+3}{36}+\frac{x-3}{36}=\frac{1}{5}$;

4) $\frac{36}{x+3}+\frac{36}{x-3}=5$.

Т4.2. Баржа прошла против течения 36 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.3. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 18 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 12 ч после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Т4.4. Расстояние между пристанями A и B равно 72 км. Отчалив от пристани A в 10:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани B. После четырехчасовой стоянки у пристани B теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в A в тот же день в 21:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.5. Расстояние между пристанями A и B равно 72 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через три часа вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.6. Баржа проплыла по течению реки 45 км и, повернув обратно, проплыла еще 22 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.7. Баржа проплыла по реке от пристани *A* до пристани *B* и вернулась обратно, затратив на путь против течения реки в полтора раза больше времени, чем на путь по течению. Во сколько раз собственная скорость баржи больше скорости течения реки?

Т4.8. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 2 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 10 минут. Найдите собственную скорость лодки. Ответ дайте в км/ч.

Т4.9. От лесоповала вниз по течению реки движется плот. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 9 минут. Найдите длину плота, если собственная скорость лодки равна 16 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Т4.10. Войсковой обоз длиной 3 км движется со скоростью 2 км/ч. Вестовой пробегает из конца обоза до его начала и обратно за 48 минут. Найдите скорость вестового. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т4.6

Т4.7

Т4.8

Т4.9

Т4.10

Образец написания:



5. Средняя скорость. Решение задачи 5 диагностической работы

Напомним, что средняя скорость вычисляется по формуле

$$v = \frac{S}{t},$$

где S — путь, пройденный телом, а t — время, за которое этот путь пройден. Если путь состоит из нескольких участков, то следует вычислить всю длину пути и всё время движения. Например, если путь состоял из двух участков протяженностью s_1 и s_2, скорости на которых были равны соответственно v_1 и v_2, то

$$S = s_1 + s_2, \quad t = t_1 + t_2,$$

где

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2}.$$

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Обозначим длину всей трассы через $3s$. Тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время $t_1 = \frac{s}{12}$, вторую треть — за время $t_2 = \frac{s}{16}$, последнюю треть — за время $t_3 = \frac{s}{24}$. Значит, время, потраченное им на весь путь, равно

$$t_1 + t_2 + t_3,$$

т. е.

$$\frac{s}{12} + \frac{s}{16} + \frac{s}{24} = \frac{9s}{48}.$$

Поэтому искомая средняя скорость находится по формуле

$$v = 3s : \frac{9s}{48} = 3s \cdot \frac{48}{9s} = 16 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ. 16.

Тренировочная работа 5

Вариант 1

Т5.1. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 84 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 56 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.2. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56 км/ч, а вторую — со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.3. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 25 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 475 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.4. Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, вторую треть времени — со скоростью 75 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.5. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 80 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.6. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а затем три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.7. Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а затем 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.8. Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т5.1

Т5.2

Т5.3

Т5.4

Т5.5

Т5.6

Т5.7

Т5.8

Образец написания:



Ответы:

Т5.9



Т5.9. Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 4 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.10



Т5.10. Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Вариант 2

Т5.1



Т5.1. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 72 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.2



Т5.2. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 72 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.3



Т5.3. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 24 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 456 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.4



Т5.4. Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, вторую треть времени — со скоростью 65 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.5



Т5.5. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 52 км/ч, вторую треть — со скоростью 78 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 104 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:



Т5.6. Первые три часа автомобиль ехал со скоростью 65 км/ч, следующий час — со скоростью 75 км/ч, а затем два часа — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.7. Первые 160 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 75 км/ч, а затем 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.8. Автомобиль проехал четверть пути со скоростью 66 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.9. Собственная скорость теплохода равна 22 км/ч, скорость течения реки равна 2 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 2 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.10. Собственная скорость теплохода равна 16 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

Т5.6

Т5.7

Т5.8

Т5.9

Т5.10

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

6. Движение протяженных тел. Решение задачи 6 диагностической работы

В задачах на движение протяженных тел требуется, как правило, определить длину одного из них. Наиболее типичная ситуация: определение длины поезда, проезжающего мимо столба или протяженной платформы. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение. Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью x (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние

$$l = 400 + 80 + 120 + 600 = 1200 \text{ (м)}.$$

Поэтому

$$x = \frac{1200}{12} = 100 \text{ (м/мин)},$$

т. е. 6 км/ч.

Ответ. 6.

Тренировочная работа 6

Вариант 1

Т6.1. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.2. Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 6 км/ч. Навстречу ему движется равномерно поезд со скоростью 54 км/ч. Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 30 секунд.

Т6.3. Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 5 км/ч. Навстречу ему движется равномерно поезд со скоростью 65 км/ч. Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 30 секунд.

Т6.4. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.5. Пассажирский поезд едет со скоростью 60 км/ч, навстречу ему по параллельной колее едет товарный состав. Человек в купе пассажирского поезда засёк время, за которое товарный состав прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 20 секундам, а скорость товарного состава равна 30 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Т6.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны 70 км/ч и 50 км/ч соответственно. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

Т6.7. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Ответы:

Т6.1

Т6.2

Т6.3

Т6.4

Т6.5

Т6.6

Т6.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Т6.8

Т6.8. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют две баржи: первая длиной 60 метров, вторая — длиной 40 метров. Сначала вторая баржа отстает от первой, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первой баржи до носа второй баржи составляет 200 метров. Через 18 минут после этого уже первая баржа отстает от второй так, что расстояние от кормы второй баржи до носа первой равно 300 метрам. На сколько километров в час скорость первой баржи меньше скорости второй?

Т6.9

Т6.9. Лида спустилась по движущемуся эскалатору за 24 секунды. По неподвижному эскалатору с той же скоростью относительно него она спустится за 42 секунды. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Т6.10

Т6.10. Петя сбежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 30 ступенек. Затем он пробежал вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 70 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору?

Вариант 2

Т6.1

Т6.1. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.2

Т6.2. Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 4 км/ч. Навстречу ему движется равномерно поезд со скоростью 76 км/ч. Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 18 секунд.

Т6.3

Т6.3. Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 3 км/ч. Навстречу ему движется равномерно поезд со скоростью 83 км/ч. Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 18 секунд.

Т6.4

Т6.4. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 72 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 900 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Т6.5. Пассажирский поезд едет со скоростью 65 км/ч, навстречу ему по параллельной колее едет товарный состав. Человек в купе пассажирского поезда засёк время, за которое товарный состав прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 10 секундам, а скорость товарного состава равна 25 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Т6.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны 75 км/ч и 51 км/ч соответственно. Длина пассажирского поезда равна 380 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 20 секундам. Ответ дайте в метрах.

Т6.7. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 75 км/ч и 45 км/ч. Длина товарного поезда равна 800 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 2 минутам. Ответ дайте в метрах.

Т6.8. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют две баржи: первая длиной 70 метров, вторая — длиной 30 метров. Сначала вторая баржа отстает от первой, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первой баржи до носа второй баржи составляет 250 метров. Через 14 минут после этого уже первая баржа отстает от второй так, что расстояние от кормы второй баржи до носа первой равно 350 метрам. На сколько километров в час скорость первой баржи меньше скорости второй?

Т6.9. Таня спустилась по движущемуся эскалатору за 28 секунд. По неподвижному эскалатору с той же скоростью она спустится за 44 секунды. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Т6.10. Ваня сбежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 40 ступенек. Затем он пробежал вверх по тому ж эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 60 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору?

Ответы:

Т6.5

Т6.6

Т6.7

Т6.8

Т6.9

Т6.10

Образец написания:



Задачи на производительность

В определенном смысле задачи на работу схожи с задачами на движение: роль скорости здесь играет производительность, роль расстояния — объем работы. В тех случаях, когда объем работы в явном виде не задан, его иногда удобно принять равным единице. Существенно разных задач здесь практически нет, во всех случаях речь идет о выполнении определенной работы, меняются только сюжеты, а «математическая» фабула остается одной и той же. Иногда в задачах на работу выделяют группу задач на трубы и бассейны, решение которых, вообще говоря, не имеет никаких специфических черт по сравнению с другими задачами на работу.

Иногда в задачах на совместную работу можно обойтись без решения уравнений, используя только арифметический способ. Правда, для этого порой приходится прибегать к гипотетическим допущениям. Рассмотрим такой пример. Маша и Даша за день могут прополоть 3 грядки, Даша и Глаша — 4 грядки, а Глаша и Маша — 5 грядок. Спрашивается, сколько грядок за день смогут прополоть девочки, работая втроем? Вообразим, что сначала Маша и Даша работали один день, затем Даша и Глаша работали один день, а потом Глаша и Маша работали еще один день. Получается, что каждая из девочек работала два дня или что бригада, состоящая из Маши, Глаши и Даши, прополола $3 + 4 + 5 = 12$ грядок за два дня. Значит, за один день эта бригада прополет вдвое меньше грядок, т. е. 6.

7. Задачи на работу. Решение задачи 7 диагностической работы

Ключевой в задачах на работу является следующая задача: первый мастер может выполнить некоторую работу за a часов, а второй мастер — за b часов. За какое время выполнят работу оба мастера, работая вдвоем? Поскольку объем работы не задан, его можно принять равным единице. Тогда первый мастер за один час выполнит часть работы, равную $\frac{1}{a}$, второй — $\frac{1}{b}$, а оба мастера — часть работы, равную $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$. Значит, всю работу они выполнят за время

$$t=\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}.$$

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение. За 3 часа первый рабочий сделал $\frac{3}{15}$ всей работы. Оставшиеся $\frac{12}{15}$ работы рабочие делали уже вместе и потратили на это

$$\frac{12}{15}:\frac{2}{15}=6\text{ (ч)}.$$

Значит, время, затраченное на выполнение всего заказа, составляет 9 часов.

Ответ. 9.

Ответы:

Т7.1

Т7.2

Т7.3

Т7.4

Т7.5

Т7.6

Т7.7

Т7.8

Т7.9

Образец написания:



Тренировочная работа 7

Вариант 1

Т7.1. Один мастер выполняет заказ за 3 часа, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Т7.2. Гоша и Лёша вскапывают грядку за 8 минут, а один Гоша — за 24 минуты. За сколько минут вскапывает грядку один Лёша?

Т7.3. Даша и Маша пропалывают грядку за 18 минут, а одна Маша — за 45 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Т7.4. Карлсон съедает банку варенья за 8 минут, фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 24 минуты. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?

Т7.5. Винни-Пух съедает горшочек меда за 3 минуты, Пятачок — за 8 минут, а ослик Иа — за 24 минуты. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

Т7.6. Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь — за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

Т7.7. Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?

Т7.8. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 6 вопросов теста, а Ваня — на 7. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Т7.9. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполняет заказ за 12 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Ответы:

Т7.10. Писатель хочет набрать на компьютере рукопись объемом 300 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать на компьютере писатель?

Т7.10

Вариант 2

Т7.1. Один мастер выполняет заказ за 4 часа, а другой — за 12 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Т7.1

Т7.2. Саша и Паша вскапывают грядку за 12 минут, а один Саша — за 16 минут. За сколько минут вскапывает грядку один Паша?

Т7.2

Т7.3. Дина и Лина пропалывают грядку за 15 минут, а одна Дина — за 24 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Лина?

Т7.3

Т7.4. Карлсон съедает банку варенья за 16 минут, фрекен Бок — за 24 минуты, а Малыш — за 48 минут. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?

Т7.4

Т7.5. Винни-Пух съедает горшочек меда за 12 минут, Пятачок — за 18 минут, а ослик Иа — за 36 минут. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

Т7.5

Т7.6. Ваня и Витя красят забор за 6 часов. Витя и Сережа красят этот же забор за 12 часов, а Сережа и Ваня — за 8 часов. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

Т7.6

Т7.7. Глаша и Даша вымоют окно за 24 минуты. Даша и Маша вымоют это же окно за 40 минут, а Маша и Глаша — за 30 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?

Т7.7

Т7.8. Витя отвечает за час на 15 вопросов теста, а Андрей — на 16. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Витя закончил позже Андрея на 12 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Т7.8

Образец написания:



Ответы:

Т7.9

Т7.9. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполняет заказ за 20 часов. Через 4 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Т7.10

Т7.10. Писатель хочет набрать на компьютере рукопись объемом 480 страниц. Если он будет набирать на 10 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 4 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать на компьютере писатель?

Образец написания:



8. Задачи на бассейны и трубы. Решение задачи 8 диагностической работы

Как уже отмечалось, задачи на бассейны и трубы аналогичны задачам на совместную работу. Модельная ситуация остается той же, только мастерам будут соответствовать насосы разной производительности, а работа будет заключаться в наполнении бассейна или иного резервуара.

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

Решение. Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту, $x>0$. Тогда вторая труба пропускает $x+6$ литров воды в минуту. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{360}{x}-\frac{360}{x+6}=10,$$

откуда, разделив обе части уравнения на 10, получим

$$\frac{36}{x}-\frac{36}{x+6}=1.$$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю:

$$\frac{36(x+6)-36x}{x(x+6)}=1,$$

откуда

$$x(x+6)=36\cdot 6 \quad \text{и} \quad x^2+6x-216=0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -18 и 12, из которых только последнее удовлетворяет условию $x>0$.

Ответ. 12.

Ответы:

Тренировочная работа 8

Вариант 1

Т8.1

Т8.1. Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объемом 3000 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} - 10$;
2) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} + 10$;
3) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} + 10$;
4) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} - 10$.

Т8.2

Т8.2. Первая труба пропускает на 12 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 160 литров она заполняет на 12 минут дольше, чем вторая труба?

Т8.3

Т8.3. Первая труба наполняет бак объемом 770 литров, а вторая труба — бак объемом 830 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 6 литров воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Т8.4

Т8.4. В помощь садовому насосу, перекачивающему 7 литров воды за 4 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 5 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 63 литра воды?

Т8.5

Т8.5. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

Т8.6

Т8.6. Из бассейна с помощью насоса откачали 30 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 8 часов. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Образец написания:



Ответы:

Т8.7. Резервуар наполняется двумя насосами за 7,5 часов. Если включить только первый насос, то резервуар наполнится на 8 часов быстрее, чем при включении только второго насоса. За сколько часов заполняет резервуар второй насос?

Т8.7

Т8.8. Первый насос наполняет бак за 30 минут, второй — за 1 час 20 минут, а третий — за 4 часа. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Т8.8

Т8.9. Первый и второй насосы, работая вместе, наполняют бассейн за 6 часов. Второй и третий насосы, работая вместе, наполняют этот же бассейн за 12 часов, а первый и третий насосы — за 8 часов. За какое время наполнят бассейн три насоса, работая одновременно? Ответ дайте в минутах.

Т8.9

Т8.10. Первая труба наполняет резервуар на 22 минуты дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за один час. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Т8.10

Вариант 2

Т8.1. Первая труба пропускает на 20 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объемом 2400 литров вторая труба заполняет на 20 минут быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

Т8.1

1) $\frac{2400}{x} = \frac{2400}{x-20} - 20;$
2) $\frac{2400}{x} = \frac{2400}{x-20} + 2;$
3) $\frac{2400}{x} = \frac{2400}{x+20} + 20;$
4) $\frac{2400}{x} = \frac{2400}{x+20} - 20.$

Т8.2. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 500 литров она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Т8.2

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Т8.3



Т8.3. Первая труба наполняет бак объемом 550 литров, а вторая труба — бак объемом 660 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 11 литров воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Т8.4



Т8.4. В помощь садовому насосу, перекачивающему 11 литров воды за 6 минут, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 143 литра воды?

Т8.5



Т8.5. Две трубы наполняют бассейн за 6 часов, а одна первая труба наполняет бассейн за 8 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Т8.6



Т8.6. Из бассейна с помощью насоса откачали 40 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 13 часов. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 3 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Т8.7



Т8.7. Резервуар наполняется двумя насосами за 22,5 минуты. Если включить только один первый насос, то резервуар наполнится на 24 минуты быстрее, чем при включении только одного второго насоса. За сколько минут заполняет резервуар один первый насос?

Т8.8



Т8.8. Первый насос наполняет бак за 15 минут, второй — за 40 минут, а третий — за 2 часа. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Т8.9



Т8.9. Первый и второй насосы, работая вместе, наполняют бассейн за 3 часа. Второй и третий насосы, работая вместе, наполняют этот же бассейн за 6 часов, а первый и третий насосы — за 4 часа. За какое время наполнят бассейн три насоса, работая одновременно? Ответ дайте в минутах.

Т8.10



Т8.10. Первая труба наполняет резервуар на 11 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за полчаса. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Образец написания:



9. Задачи на проценты и доли. Решение задачи 9 диагностической работы

Трудности, которые вызывают у многих учащихся даже несложные задачи на проценты, обычно во многом обусловлены достаточно формальным подходом к изложению темы. А ведь для решения подавляющего большинства задач на проценты достаточно понимать, что процент — это просто одна сотая часть числа. Поэтому если товар стоил a рублей, а потом его цена выросла, например, на 3, 15 или 27 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число a увеличить соответственно на 3, 15 или 27 сотых. Получим $1{,}03a$, $1{,}15a$, $1{,}27a$ соответственно. Если же цена уменьшилась на 3, 15 или 27 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число a уменьшить соответственно на 3, 15 или 27 сотых. Получим $0{,}97a$, $0{,}85a$, $0{,}73a$ соответственно.

Так как процент – это сотая часть числа, для того чтобы найти k % от числа a, достаточно умножить число a на k сотых. Получим $\frac{k}{100}\cdot a$.

Пример 1. Найдите 25 % от 92 килограммов. Ответ дайте в килограммах.

Решение. 25 % данной величины — это 25 сотых этой величины. Поэтому 25 % от 92 килограммов — это $0{,}25\cdot 92 = \frac{1}{4}\cdot 92 = \frac{92}{4} = 23$ (кг).

Ответ. 23.

Попробуем ответить на следующий вопрос: a дороже b на 25 %, на сколько процентов b дешевле a? Кажется, ответ очевиден: на 25 %. Но это не так. В самом деле, $a = 1{,}25b = \frac{5}{4}b$, значит $b = \frac{4}{5}a = 0{,}8a$. Тогда b меньше a на две десятых a, т. е. на двадцать сотых a, значит, b дешевле a на 20 %.

И еще пример. В городе два магазина. В первом висит объявление о снижении цен на 60 %, во втором – о снижении цен в 2,5 раза. Спрашивается, в какой магазин пойти покупателю, если цены в обоих магазинах до снижения были одинаковыми. Большинство почему-то выбирает второй магазин, хотя лучше выбрать ближайший к дому. И впрямь, уменьшение величины a на 60 % дает $0{,}4a$. Но уменьшение величины a в 2,5 раза приводит к тому же результату: получаем $\frac{a}{2{,}5} = \frac{a}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}a = 0{,}4a$.

Пример 2. Налог на доходы составляет 13 % от заработной платы. После удержания налога на доходы Семен Петрович получил 13 920 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Семена Петровича?

Решение. Обозначим заработную плату Семена Петровича буквой З, а его получку после удержания налога — буквой П. Налог составляет 13 %, поэтому П меньше З на 13 сотых, т. е. $П = 0{,}87 \cdot З$. По условию $П = 13\,920$. Значит, $0{,}87 \cdot З = 13\,920$, откуда $З = \frac{13920}{0{,}87} = 16\,000$ рублей.

Ответ. 16 000.

Отметим ещё следующее. Увеличение величины на некоторое число процентов, а затем уменьшение результата на то же число процентов не приводит к начальной величине: ведь второе действие мы совершаем уже с другой величиной. То же самое можно сказать и об обратной последовательности действий. Интересно, что в любом случае получим в итоге величину, меньшую начальной. Например, увеличив a на 10 %, получим $1{,}1a$. Уменьшив полученную величину на 10 %, получим $1{,}1a \cdot 0{,}9 = 0{,}99a$ — эта величина меньше начальной на 1 %. При этом порядок действий не играет роли: если сначала уменьшить a на 10 %, а затем результат увеличить на 10 %, получим те же самые $0{,}9a \cdot 1{,}1 = 0{,}99a$. В общем случае, при увеличении величины a на k % получим величину $a_1 = a\left(1 + \frac{k}{100}\right)$. Если же теперь уменьшить a_1 на k %, то получим $a_2 = a_1\left(1 - \frac{k}{100}\right) = a\left(1 + \frac{k}{100}\right)\left(1 - \frac{k}{100}\right)$, т. е. $a_2 = a\left(1 - \left(\frac{k}{100}\right)^2\right) < a$.

Пример 3. В феврале товар стоил 10 000 рублей. В мае цену на товар подняли на 8 %, а в августе снизили на 9 %. Сколько рублей стоил товар после снижения цены в августе?

Решение. Стоимость товара в мае увеличилась на 8 сотых, т.е. составила $1{,}08 \cdot 10\,000 = 10\,800$ рублей. Полученная стоимость уменьшилась в августе на 9 сотых, т. е. составила $0{,}91 \cdot 10\,800 = 9828$ рублей.

Ответ. 9828.

Пример 4 (задача 9 диагностической работы). Пять рубашек дешевле куртки на 25 %. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

Решение задачи 9 диагностической работы

Решение. Обозначим через P стоимость одной рубашки, через K — стоимость куртки. Из условия задачи следует, что $5P = 0{,}75K$, откуда $P = \frac{0{,}75K}{5} = 0{,}15K$. Следовательно, $7P = 0{,}15K \cdot 7 = 1{,}05K$. Значит, стоимость семи рубашек больше стоимости куртки на 5 сотых, т. е. семь рубашек дороже куртки на 5 %.

Ответ. 5.

Обратим внимание на то, что при изложенном подходе к решению задач на проценты не нужно запоминать никаких правил, составлять пропорции и т. п. — все решения сводятся к действиям с десятичными дробями.

Ответы:

Т9.1

Т9.2

Т9.3

Т9.4

Т9.5

Т9.6

Т9.7

Т9.8

Т9.9

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Тренировочная работа 9

Вариант 1

Т9.1. Цена на товар была повышена на 11 % и составила 1443 рубля. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Т9.2. До снижения цен товар стоил 2700 рублей, а после снижения цен стал стоить 2322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Т9.3. Стоимость покупки с учетом четырёхпроцентной скидки по дисконтной карте составила 1152 рубля. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Т9.4. Себестоимость микрочипа снизилась в 4 раза. На сколько процентов снизилась себестоимость?

Т9.5. В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8 %, а в 2010 году выросло на 9 % по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Т9.6. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Т9.7. Четыре рубашки дешевле куртки на 8 %. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Т9.8. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Т9.9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если он был выставлен на продажу за 20 000 рублей, а через два года был продан за 15 842 рубля.

Т9.10. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внёс 14 % уставного капитала, Антон — 42 000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 1 000 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Вариант 2

Т9.1. Цена на товар была снижена на 13 % и составила 1218 рубля. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Т9.2. До снижения цен товар стоил 2800 рублей, а после снижения цен стал стоить 2324 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Т9.3. Стоимость покупки с учетом шестипроцентной скидки по дисконтной карте составила 1316 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Т9.4. Себестоимость микрочипа снизилась в 2,5 раза. На сколько процентов снизилась себестоимость?

Т9.5. В 2013 году в городском квартале проживало 30 000 человек. В 2014 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 7 %, а в 2015 году выросло на 6 % по сравнению с 2014 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2015 году?

Т9.6. В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9 % дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Т9.7. Семь рубашек дороже куртки на 5 %. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

Ответы:

Т9.10

Т9.1

Т9.2

Т9.3

Т9.4

Т9.5

Т9.6

Т9.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Т9.8

Т9.8. Семья состоит из трёх человек: мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 118 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 7 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Т9.9

Т9.9. Цена музыкального центра в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена музыкального центра, если он был выставлен на продажу за 10 000 рублей, а через два года был продан за 7225 рублей.

Т9.10

Т9.10. Петя, Жора, Гриша и Ваня учредили компанию с уставным капиталом 300 000 рублей. Петя внёс 17 % уставного капитала, Жора — 48 000 рублей, Гриша — 0,14 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внес Ваня. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Сколько рублей от прибыли в 50 0000 рублей причитается Ване?

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

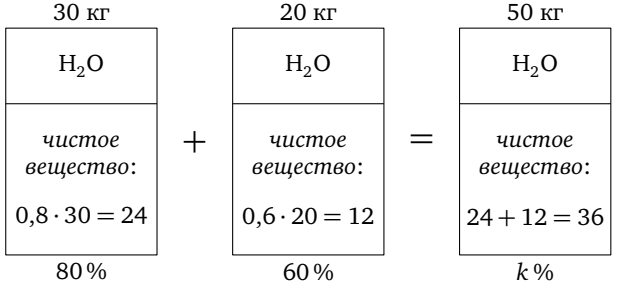
10. Задачи на концентрацию, смеси, сплавы. Решение задачи 10 диагностической работы

Задачи на концентрацию (т. е. на процентное содержание какого-то вещества в его растворе, сплаве или смеси) традиционно являются слабым звеном в подготовке школьников и абитуриентов, кажутся многим из них довольно сложными. В таких задачах считается, что массы смешиваемых веществ и их объемы остаются неизменными. При этом водные растворы, смеси или сплавы играют сходные роли и позволяют лишь несколько разнообразить сюжеты задач без изменения математического содержания. Ключевой при решении таких задач является идея отслеживания изменений, происходящих с «чистым» веществом (далее кавычки будем иногда опускать).

При решении задач на концентрацию, сплавы, смеси целесообразно для наглядности использовать метод, который иногда не вполне научно называют «методом банок». Название появилось потому, что указанные в задаче вещества изображаются в виде условных «банок», каждая из которых делится на две части — верхнюю и нижнюю. В нижней записывается количество «чистого» или «сухого» вещества для каждой «банки», что позволяет почти автоматически получить нужное уравнение или даже ответ. Проиллюстрируем «метод банок» несколькими примерами.

Пример 1. Найти концентрацию кислоты, полученной при смешивании 30 кг ее 80-процентного и 20 кг ее 60-процентного растворов.

Решение. Используем ключевую идею, заключающую в отслеживании того, что происходит с чистой кислотой. Изобразим схематически данные в условии растворы и раствор, полученный при их смешивании (т. е. применим «метод банок»):



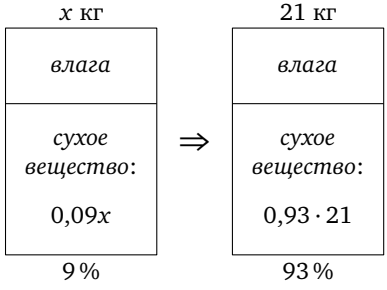
Искомая концентрация $k = \frac{36}{50} \cdot 100\% = 36 \cdot 2\% = 72\%$. В данном случае можно было бы не использовать формулу: если в 50 кг раствора содержится 36 кг чистой кислоты, то в 100 кг этого раствора будет ровно 72 кг чистой кислоты, т. е. 72 сотых, а значит, искомая концентрация равна 72 %.

Ответ. 72.

Иногда вместо «сложения» «банок» приходится использовать «превращение» одной «банки» в другую.

Пример 2 (задача 10 диагностической работы). Виноград содержит 91 % влаги, а изюм — 7 %. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

Решение. Используем ключевую идею: будем следить за массой «чистого», т. е. в данном случае «сухого» вещества в винограде и изюме. Пусть для получения 21 килограмма изюма требуется x кг винограда. Из условия следует, что доля «сухого» вещества в винограде составляет 9 %, а в изюме — 93 %. Поэтому в x кг винограда будет $0{,}09x$ кг «сухого» вещества:



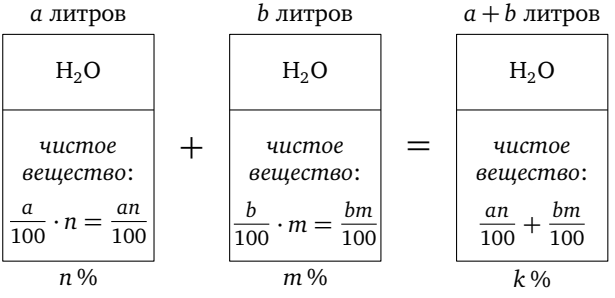
Поскольку эта масса равна массе «сухого» вещества в 21 килограмме изюма, то по условию задачи можно составить уравнение $0{,}09x = 0{,}93 \cdot 21$, откуда $9x = 93 \cdot 21$ и $x = 217$ (кг).

Ответ. 217.

Решим теперь в общем виде ключевую задачу нахождения концентрации раствора, полученного в результате смешивания двух растворов одного и того же вещества, причем эти растворы имеют разные массы и разную концентрацию.

Пример 3. Смешали a литров n-процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами m-процентного водного раствора этого же вещества. Найти концентрацию получившейся смеси.

Решение. Воспользуемся ключевой идеей: проследим за изменениями, происходящими с чистым веществом. В первом растворе его было $\frac{a}{100}\cdot n=\frac{an}{100}$ литров, во втором растворе — $\frac{b}{100}\cdot m=\frac{bm}{100}$ литров. Значит, количество чистого вещества в полученной смеси будет равно $\frac{an}{100}+\frac{bm}{100}$ литров, а всего этой смеси получится $a+b$ литров:



Теперь найти искомую концентрацию k не представляет труда:

$$k=\frac{\frac{an}{100}+\frac{bm}{100}}{a+b}\cdot 100\,\%=\frac{an+bm}{a+b}\,\%.$$

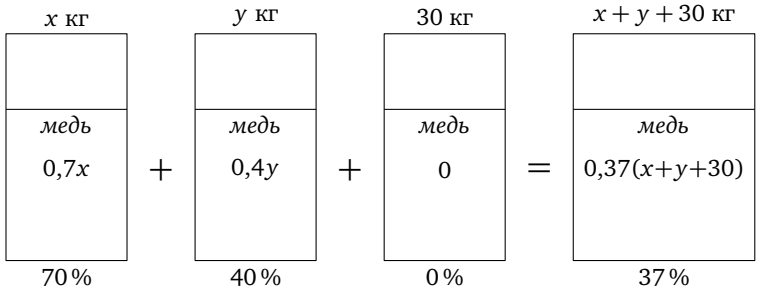
Ответ. $\frac{an+bm}{a+b}\%$.

Заметим, что растворы в этой задаче можно было бы заменить двумя сплавами разной массы и с разным содержанием чистого вещества (например, одного из металлов). Решение при этом практически не изменится, поменяются лишь единицы измерения и названия веществ.

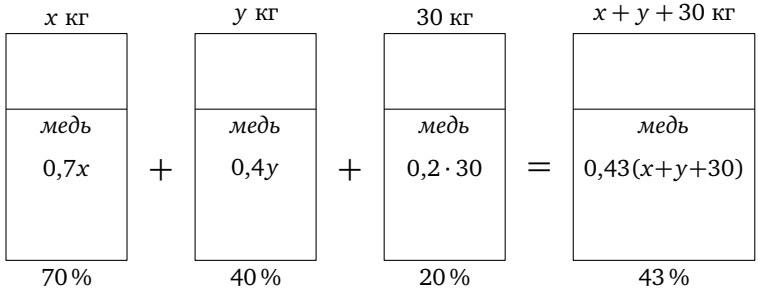
Пример 4. Первый сплав содержит 70 % меди, второй — 40-процентов меди. Из этих двух сплавов и 30 кг третьего сплава, не содержащего меди, получили сплав, в котором меди оказалось 37 %. Если бы к первым двум сплавам вместо третьего сплава добавили 30-килограммовый сплав, содержащий 20 % меди, то получили бы сплав, в котором меди было бы 43 %. Найти массу первого сплава.

Решение. В этой задаче неизвестны массы первого и второго сплавов, но даны два варианта получения третьего сплава. Поэтому схему «метода банок» придется применить дважды: для случая, когда третий сплав не содержит меди, и для

случая, когда он содержит 20 % меди. Массы первого и второго сплавов (в килограммах) обозначим соответственно через x и y. Тогда для первого случая получим следующую схему:



Для второго случая схема выглядит так:



Приведенные схемы позволяют сразу получить систему двух линейных уравнений для определения неизвестных x и y:

$$\begin{cases} 0{,}7x + 0{,}4y = 0{,}37(x + y + 30), \\ 0{,}7x + 0{,}4y + 6 = 0{,}43(x + y + 30). \end{cases}$$

Чтобы избежать возможных и довольно распространенных ошибок в действиях с дробями, умножим обе части каждого уравнения на 100. Получим:

$$\begin{cases} 70x + 40y = 37(x + y + 30), \\ 70x + 40y + 600 = 43(x + y + 30). \end{cases}$$

После раскрытия скобок и приведения подобных приходим к системе:

$$\begin{cases} 33x + 3y = 1110, \\ 27x - 3y = 690. \end{cases}$$

Разделив обе части каждого уравнения на число 3, получим:

$$\begin{cases} 11x + y = 370, \\ 9x - y = 230. \end{cases}$$

Обратим внимание на то, что значение y в данном задаче находить необязательно. Сложим уравнения почленно: $20x = 600$, откуда $x = 30$.

Ответ. 30.

Ответы:

Т10.1

Т10.2

Т10.3

Т10.4

Т10.5

Т10.6

Т10.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Тренировочная работа 10

Вариант 1

Т10.1. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.3. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.4. Виноград содержит 90 % влаги, а изюм — 5 %. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Т10.5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10 % никеля, второй — 30 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Т10.6. Первый сплав содержит 10 % меди, второй — 40 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Т10.7. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Т10.8. Имеются два сосуда с растворами кислоты различной концентрации. Первый содержит 30 кг раствора, а второй — 20 кг раствора. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Т10.9. На главную городскую площадь приехали два туристических автобуса с пассажирами из одного круиза. Все места в каждом из автобусов были заняты. В первом автобусе находилось 45 польских туристов, во втором — 45 чешских туристов. Во время экскурсии начался ливень, и туристы бросились в автобусы, не разбирая, где чей. В результате в каждом автобусе все 45 мест оказались заняты. Кого больше: чешских туристов в польском автобусе или польских туристов в чешском?

1) Чешских туристов в польском автобусе и польских туристов в чешском поровну.

2) Чешских туристов в польском автобусе больше, чем польских туристов в чешском автобусе.

3) Польских туристов в чешском автобусе больше, чем чешских туристов в польском автобусе.

4) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

Т10.10. В первой кастрюле был один литр кофе, а во второй кастрюле — один литр молока. Из второй кастрюли в первую перелили 100 г молока и хорошо размешали. После этого из первой кастрюли во вторую перелили 100 г смеси. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

1) Больше молока в кофе, чем кофе в молоке.

2) Больше кофе в молоке, чем молока в кофе.

3) Молока в кофе и кофе в молоке поровну.

4) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

Ответы:

Т10.8

Т10.9

Т10.10

Образец написания:



Вариант 2

Ответы:

Т10.1

Т10.1. В сосуд, содержащий 8 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 4 литра воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.2

Т10.2. Смешали некоторое количество 13-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 23-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.3

Т10.3. Смешали 7 литров 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 3 литрами 10-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.4

Т10.4. Виноград содержит 85 % влаги, а изюм — 6 %. Сколько килограммов винограда требуется для получения 30 кг изюма?

Т10.5

Т10.5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 20 % никеля, второй — 5 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 100 кг, содержащий 11 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Т10.6

Т10.6. Первый сплав содержит 20 % меди, второй — 30 % меди. Масса второго сплава меньше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 24 % меди. Найдите массу первого сплава. Ответ дайте в килограммах.

Т10.7

Т10.7. Смешав 40-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 20 кг чистой воды, получили 41-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 20 кг воды добавили 20 кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 53-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Т10.8. Имеются два сосуда с растворами кислоты различной концентрации. Первый содержит 5 кг раствора, а второй — 10 кг раствора. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 35 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Т10.9. На главную городскую площадь приехали два туристических автобуса с пассажирами из одного круиза. Все места в каждом из автобусов были заняты. В первом автобусе находилось 49 английских туристов, во втором — 49 американских туристов. Во время экскурсии начался сильный ливень, и туристы бросились занимать места в автобусах, не разбирая, где чей автобус. В результате все туристы разместились в автобусах так, что в каждом автобусе все 49 мест оказались заняты. Кого больше: английских туристов в американском автобусе или американских туристов в английском?

1) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

2) Английских туристов в американском автобусе и американских туристов в английском автобусе поровну.

3) Английских туристов в американском автобусе больше, чем американских туристов в английском автобусе.

4) Американских туристов в английском автобусе больше, чем английских туристов в американском автобусе.

Т10.10. В первой кастрюле был один литр кофе, а во второй кастрюле — один литр молока. Из второй кастрюли в первую перелили 200 г молока и хорошо размешали. После этого из первой кастрюли во вторую перелили 200 г смеси. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

1) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

2) Молока в кофе и кофе в молоке поровну.

3) Больше молока в кофе, чем кофе в молоке.

4) Больше кофе в молоке, чем молока в кофе.

Ответы:

Т10.8

Т10.9

Т10.10

Образец написания:



Ответы:

Д1.1

Д1.2

Д1.3

Д1.4

Д1.5

Д1.6

Д1.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Диагностическая работа 1

Вариант 1

Д1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Д1.2. Из посёлка A в посёлок B, расстояние между которыми равно 30 км, выехал грузовик, а через 6 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 10 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок B он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Д1.3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Д1.4. Расстояние между пристанями A и B равно 72 км. Отчалив от пристани A в 8:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани B. После пятичасовой стоянки у пристани B теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в A в тот же день в 20:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д1.5. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д1.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Д1.7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Ответы:

Д1.8. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Д1.8

Д1.9. Стоимость покупки с учетом пятипроцентной скидки по дисконтной карте составила 2185 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Д1.9

Д1.10. Смешали 44 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 56 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Д1.10

Вариант 2

Д1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 840 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 62 км/ч и 78 км/ч?

Д1.1

Д1.2. Из посёлка *A* в посёлок *B*, расстояние между которыми равно 50 км, выехал грузовик, а через 15 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 10 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок *B* он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Д1.2

Д1.3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 24 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 30 км/ч больше скорости другого?

Д1.3

Д1.4. Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 120 км. Отчалив от пристани *A* в 9:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани *B*. После двухчасовой стоянки у пристани *B* теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в *A* в тот же день в 22:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д1.4

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Д1.5

Д1.6

Д1.7

Д1.8

Д1.9

Д1.10

Д1.5. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 72 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д1.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Д1.7. Один мастер может выполнить заказ за 16 часов, а другой — за 24 часа. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Д1.8. Две трубы наполняют бассейн за 2 часа 24 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 4 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Д1.9. Стоимость покупки с учетом трехпроцентной скидки по дисконтной карте составила 2134 рубля. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Д1.10. Смешали 40 литров 45-процентного водного раствора некоторого вещества с 60 литрами 35-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Образец написания:



Диагностическая работа 2

Вариант 1

Д2.1. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города B. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A. Ответ дайте в км/ч.

Д2.2. Расстояние между городами A и B равно 150 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

Д2.3. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через полчаса после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Д2.4. Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д2.5. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д2.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Д2.7. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответы:

Д2.1

Д2.2

Д2.3

Д2.4

Д2.5

Д2.6

Д2.7

Образец написания:



Ответы:

Д2.8

Д2.8. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

Д2.9

Д2.9. В 2008 году в городском квартале проживало 30 000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 9 %, а в 2010 году выросло на 10 % по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Д2.10

Д2.10. Первый сплав содержит 20 % меди, второй — 80 % меди. Масса первого сплава больше массы второго на 60 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 32 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Вариант 2

Д2.1

Д2.1. Из городов A и B, расстояние между которыми равно 500 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 240 км от города B. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A. Ответ дайте в км/ч.

Д2.2

Д2.2. Расстояние между городами A и B равно 135 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 15 минут следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

Д2.3

Д2.3. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 36 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 12 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 36 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 27 км. Ответ дайте в км/ч.

Образец написания:



Д2.4. Расстояние между пристанями A и B равно 60 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через два часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 35 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д2.5. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 23 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 437 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д2.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 45 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 550 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Д2.7. Даша и Маша пропалывают грядку за 16 минут, а одна Маша — за 24 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Д2.8. В помощь садовому насосу, перекачивающему 10 литров воды за 3 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 100 литров воды?

Д2.9. В 2011 году в городском квартале проживало 70 000 человек. В 2012 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 7 %, а в 2013 году выросло на 11 % по сравнению с 2012 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2013 году?

Д2.10. Первый сплав содержит 60 % меди, второй — 70 % меди. Масса первого сплава больше массы второго на 30 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 62 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответы:

Д2.4

Д2.5

Д2.6

Д2.7

Д2.8

Д2.9

Д2.10

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Диагностическая работа 3

Вариант 1

Д3.1

Д3.1. Расстояние между городами A и B равно 470 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Д3.2

Д3.2. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Д3.3

Д3.3. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

Д3.4

Д3.4. Баржа проплыла по реке от пристани A до пристани B и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в три раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше скорости баржи в стоячей воде?

Д3.5

Д3.5. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час — со скоростью 100 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д3.6

Д3.6. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

Д3.7

Д3.7. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Образец написания:



Д3.8. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Д3.9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если он был выставлен на продажу за 30 000 рублей, а через два года был продан за 24 300 рублей.

Д3.10. Смешав 40-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 100 кг чистой воды, получили 24-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 100 кг воды добавили 100 кг 52-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 50-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Вариант 2

Д3.1. Расстояние между городами A и B равно 680 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 2 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 360 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Д3.2. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 18 км/ч. Через час после него со скоростью 12 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 1 час 30 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Д3.3. Часы со стрелками показывают 7 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой?

Д3.4. Баржа проплыла по реке от пристани A до пристани B и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в 1,25 раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?

Ответы:

Д3.8

Д3.9

Д3.10

Д3.1

Д3.2

Д3.3

Д3.4

Образец написания:



Ответы:

Д3.5

Д3.5. Первые пять часов автомобиль ехал со скоростью 56 км/ч, следующий час — со скоростью 76 км/ч, а последние четыре часа — со скоростью 65 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д3.6

Д3.6. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 300 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

Д3.7

Д3.7. Ваня отвечает за час на 20 вопросов теста, а Таня — на 15. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Таня закончила позже Вани на 45 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Д3.8

Д3.8. Первый насос наполняет бак за 18 минут, второй — за 6 минут, а третий — за 9 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Д3.9

Д3.9. Цена ноутбука в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена ноутбука, если он был выставлен на продажу за 20 000 рублей, а через два года был продан за 18 050 рублей.

Д3.10

Д3.10. Смешав 80-процентный и 30-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 47-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 40-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 51-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 80-процентного раствора использовали для получения смеси?

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Диагностическая работа 4

Вариант 1

Д4.1. Навстречу друг другу одновременно из городов A и B выехали мотоциклист и велосипедист соответственно. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Д4.2. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Д4.3. Из точки A круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. Первое тело к моменту их встречи проходит на 300 метров больше, чем второе, и возвращается в точку A через 5 минут после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку A через 20 минут после встречи.

Д4.4. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 3 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 12 минут. Найдите скорость моторной лодки в неподвижной воде. Ответ дайте в км/ч.

Д4.5. Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, следующие 200 км — со скоростью 50 км/ч, а затем 300 км — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д4.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Д4.7. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов покрасит забор один Игорь?

Ответы:

Д4.1

Д4.2

Д4.3

Д4.4

Д4.5

Д4.6

Д4.7

Образец написания:



Ответы:

Д4.8

Д4.8. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Д4.9

Д4.9. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 100 000 рублей. Митя внёс 20 % уставного капитала, Антон — 32 000 рублей, Гоша — 0,18 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 150 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Д4.10

Д4.10. Имеются два сосуда с растворами кислоты различной концентрации. Первый содержит 30 кг раствора, а второй — 70 кг раствора. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Вариант 2

Д4.1

Д4.1. Навстречу друг другу одновременно из городов A и B выехали мотоциклист и велосипедист соответственно. Мотоциклист приехал в B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Д4.2

Д4.2. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 550 метров меньше, чем скорый, и на путь в 660 км тратит времени на 10 часов больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Д4.3

Д4.3. Из точки A круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. В момент их встречи первое тело проходит на 400 метров больше, чем второе, и возвращается в точку A через 4 минуты после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку A через 16 минут после встречи.

Образец написания:



Д4.4. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 2 км. Плотовщик доплывает на моторной лодке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут. Найдите скорость моторной лодки в неподвижной воде. Ответ дайте в км/ч.

Д4.5. Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 75 км/ч, следующие 200 км — со скоростью 40 км/ч, а последние 100 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д4.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 72 км/ч и 36 км/ч. Длина товарного поезда равна 750 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

Д4.7. Никита и Семён красят забор за 8 часов. Семён и Иван красят этот же забор за 12 часов, а Иван и Никита — за 6 часов. За сколько часов покрасит забор один Иван?

Д4.8. Первая труба наполняет резервуар на 9 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 6 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Д4.9. Маша, Даша, Глаша и Наташа учредили компанию с уставным капиталом 300 000 рублей. Маша внесла 23 % уставного капитала, Даша — 54 000 рублей, Глаша — 0,24 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внесла Наташа. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 400 000 рублей причитается Наташе? Ответ дайте в рублях.

Д4.10. Имеются два сосуда с растворами кислоты различной концентрации. Первый содержит 80 кг раствора, а второй — 20 кг раствора. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 64 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответы:

Д4.4

Д4.5

Д4.6

Д4.7

Д4.8

Д4.9

Д4.10

Образец написания:



Ответы:

Д5.1

Д5.2

Д5.3

Д5.4

Д5.5

Д5.6

Д5.7

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Диагностическая работа 5

Вариант 1

Д5.1. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Когда первый пешеход прошёл четверть пути от A до B, второму до середины пути оставалось пройти 1,5 км. Когда второй пешеход прошёл половину пути от B до A, первый пешеход находился на расстоянии 2 км от второго. Найдите расстояние между A и B, если известно, что первый пешеход шёл медленней второго.

Д5.2. Аня спускается по движущемуся вниз эскалатору за 30 сек, а по неподвижному эскалатору она спускается с той же скоростью за 48 сек. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося вниз эскалатора? Ответ дайте в секундах.

Д5.3. Из точки A круговой трассы, длина которой равна 16 км, выехал велосипедист, а через 15 мин в том же направлении выехал мотоциклист. Через 5 мин после выезда мотоциклист поравнялся с велосипедистом, а ещё через 20 мин поравнялся с ним вторично. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Д5.4. Пристани A и B расположены на реке. Катер проходит от A до B за 4 часа, а обратно — за 3 часа. Сколько часов будет плыть от B до A плот?

Д5.5. Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 100 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 80 км — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д5.6. Пристани A и B расположены на реке. Катер проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 24 км/ч. Найдите скорость течения, если собственная скорость катера равна 25 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д5.7. Четверо рабочих 4-го разряда выполняют в единицу времени тот же объём работ, что и трое рабочих 5-го разряда. За сколько часов выполнит заказ рабочий 5-го разряда, если рабочему 4-го разряда требуется для выполнения такого заказа 12 часов?

Ответы:

Д5.8. Бригада, состоящая из двух рабочих 4-го разряда и трёх рабочих 5-го разряда, выполняет работу за два часа. Если к этой бригаде добавить еще двух рабочих 4-го разряда, то работа будет выполнена за полтора часа. Сколько рабочих 4-го разряда нужно добавить к этой бригаде, чтобы работа была выполнена за 1 час?

Д5.8

Д5.9. Брюки дешевле кофты на 20 % и дороже рубашки на 25 %. На сколько процентов рубашка дешевле кофты?

Д5.9

Д5.10. Имеется сплав массой 112 кг, состоящий из никеля, меди и марганца. Масса никеля составляет 40 % массы меди и марганца, а масса меди составляет 60 % массы никеля и марганца. Сколько килограммов марганца содержится в сплаве?

Д5.10

Вариант 2

Д5.1. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Когда первый пешеход прошёл четверть пути от A до B, второму до середины пути оставалось пройти 3 км. Когда второй пешеход прошёл половину пути от B до A, первый пешеход находился на расстоянии 1 км от второго. Найдите расстояние между A и B, если известно, что первый пешеход шёл медленней второго.

Д5.1

Д5.2. Ира спускается по движущемуся вниз эскалатору за 21 сек, а по неподвижному эскалатору она спускается с той же скоростью за 30 сек. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося вниз эскалатора? Ответ дайте в секундах.

Д5.2

Д5.3. Из точки A круговой трассы, длина которой равна 14 км, выехал велосипедист, а через 20 мин в том же направлении выехал мотоциклист. Через 6 мин после выезда мотоциклист поравнялся с велосипедистом, а ещё через 14 минут поравнялся с ним вторично. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Д5.3

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы:

Д5.4

Д5.5

Д5.6

Д5.7

Д5.8

Д5.9

Д5.10

Д5.4. Пристани A и B расположены на реке. Катер проходит от A до B за 6 часов, а обратно — за 5 часов. Сколько часов будет плыть от B до A плот?

Д5.5. Первые 140 км автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 50 км — со скоростью 50 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д5.6. Пристани A и B расположены на реке. Катер проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 19,8 км/ч. Найдите скорость течения, если собственная скорость катера равна 20 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д5.7. Пятеро рабочих 4-го разряда выполняют в единицу времени тот же объём работ, что и четверо рабочих 5-го разряда. За сколько часов выполнит заказ рабочий 5-го разряда, если рабочему 4-го разряда требуется для выполнения такого заказа 10 часов?

Д5.8. Бригада, состоящая из трех рабочих 4-го разряда и четырёх рабочих 5-го разряда, выполняет работу за 6 часов. Если к этой бригаде добавить еще трёх рабочих 4-го разряда, то работа будет выполнена за пять часов. Сколько рабочих 4-го разряда нужно добавить к этой бригаде, чтобы работа была выполнена за 3 часа?

Д5.9. Брюки дороже рубашки на 20 % и дешевле пиджака на 46 %. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Д5.10. Имеется сплав массой 221 кг, состоящий из никеля, меди и марганца. Масса никеля составляет 30 % массы меди и марганца, а масса меди составляет 70 % массы никеля и марганца. Сколько килограммов марганца содержится в сплаве?

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Ответы

Диагностическая работа

Вариант 1. 1. 240. **2.** 12. **3.** 59. **4.** 616. **5.** 16. **6.** 6. **7.** 9. **8.** 12. **9.** 5. **10.** 217.
Вариант 2. 1. 210. **2.** 18. **3.** 90. **4.** 286. **5.** 20. **6.** 6,6. **7.** 10. **8.** 14. **9.** 4. **10.** 276.

Тренировочная работа 1 (Т1)

Вариант 1. 1. 4. **2.** 220. **3.** 70. **4.** 45. **5.** 3. **6.** 200. **7.** 70. **8.** 54. **9.** 3. **10.** 10.
Вариант 2. 1. 5. **2.** 225. **3.** 65. **4.** 55. **5.** 6. **6.** 210. **7.** 60. **8.** 66. **9.** 4. **10.** 60.

Тренировочная работа 2 (Т2)

Вариант 1. 1. 5. **2.** 12. **3.** 600. **4.** 30. **5.** 12. **6.** 30. **7.** 20. **8.** 60. **9.** 100. **10.** 20.
Вариант 2. 1. 6. **2.** 9. **3.** 1800. **4.** 60. **5.** 9. **6.** 60. **7.** 60. **8.** 75. **9.** 78. **10.** 30.

Тренировочная работа 3 (Т3)

Вариант 1. 1. 45. **2.** 75. **3.** 50. **4.** 180. **5.** 12. **6.** 15. **7.** 4. **8.** 700. **9.** 72. **10.** 10.
Вариант 2. 1. 48. **2.** 50. **3.** 90. **4.** 780. **5.** 12. **6.** 12. **7.** 5. **8.** 2200. **9.** 25. **10.** 15.

Тренировочная работа 4 (Т4)

Вариант 1. 1. 1. **2.** 6. **3.** 192. **4.** 12. **5.** 16. **6.** 11. **7.** 3. **8.** 15. **9.** 1500. **10.** 9.
Вариант 2. 1. 4. **2.** 9. **3.** 160. **4.** 21. **5.** 15. **6.** 13. **7.** 5. **8.** 24. **9.** 1200. **10.** 8.

Тренировочная работа 5 (Т5)

Вариант 1. 1. 70. **2.** 67,2. **3.** 47,5. **4.** 70. **5.** 80. **6.** 75. **7.** 67,5. **8.** 72. **9.** 26. **10.** 19,2.
Вариант 2. 1. 90. **2.** 86,4. **3.** 45,6. **4.** 70. **5.** 72. **6.** 65. **7.** 82,5. **8.** 88. **9.** 23. **10.** 15.

Тренировочная работа 6 (Т6)

Вариант 1. 1. 500. **2.** 500. **3.** 500. **4.** 700. **5.** 500. **6.** 400. **7.** 600. **8.** 2. **9.** 56. **10.** 42.
Вариант 2. 1. 400. **2.** 400. **3.** 400. **4.** 300. **5.** 250. **6.** 320. **7.** 200. **8.** 3. **9.** 77. **10.** 48.

Тренировочная работа 7 (Т7)

Вариант 1. 1. 2. **2.** 12. **3.** 30. **4.** 4. **5.** 2. **6.** 160. **7.** 10. **8.** 14. **9.** 7. **10.** 20.
Вариант 2. 1. 3. **2.** 48. **3.** 40. **4.** 8. **5.** 6. **6.** 320. **7.** 20. **8.** 48. **9.** 12. **10.** 30.

Тренировочная работа 8 (Т8)

Вариант 1. 1. 4. **2.** 8. **3.** 77. **4.** 20. **5.** 20. **6.** 5. **7.** 20. **8.** 20. **9.** 320. **10.** 110.
Вариант 2. 1. 3. **2.** 20. **3.** 55. **4.** 42. **5.** 24. **6.** 8. **7.** 36. **8.** 10. **9.** 160. **10.** 55.

Тренировочная работа 9 (Т9)

Вариант 1. 1. 1300. **2.** 14. **3.** 1200. **4.** 75. **5.** 47 088. **6.** 20. **7.** 15. **8.** 27. **9.** 11. **10.** 530 000.
Вариант 2. 1. 1400. **2.** 17. **3.** 1400. **4.** 60. **5.** 34 026. **6.** 30. **7.** 10. **8.** 27. **9.** 15. **10.** 265 000.

Тренировочная работа 10 (Т10)

Вариант 1. 1. 5. **2.** 17. **3.** 21. **4.** 190. **5.** 100. **6.** 9. **7.** 60. **8.** 18. **9.** 1. **10.** 3.
Вариант 2. 1. 10. **2.** 18. **3.** 17. **4.** 188. **5.** 20. **6.** 15. **7.** 50. **8.** 1. **9.** 2. **10.** 2.

Диагностическая работа 1 (Д1)

Вариант 1. 1. 4. **2.** 60. **3.** 20. **4.** 21. **5.** 70. **6.** 800. **7.** 4. **8.** 9. **9.** 2300. **10.** 20,6.
Вариант 2. 1. 6. **2.** 50. **3.** 24. **4.** 22. **5.** 66. **6.** 300. **7.** 9,6. **8.** 6. **9.** 2200. **10.** 39.

Диагностическая работа 2 (Д2)

Вариант 1. 1. 50. **2.** 90. **3.** 80. **4.** 22. **5.** 38,4. **6.** 600. **7.** 30. **8.** 6. **9.** 35 970. **10.** 100.
Вариант 2. 1. 65. **2.** 75. **3.** 60. **4.** 25. **5.** 43,7. **6.** 200. **7.** 48. **8.** 21. **9.** 83 139. **10.** 50.

Диагностическая работа 3 (Д3)

Вариант 1. 1. 70. **2.** 25. **3.** 240. **4.** 2. **5.** 70. **6.** 400. **7.** 24. **8.** 10. **9.** 10. **10.** 60.
Вариант 2. 1. 60. **2.** 36. **3.** 300. **4.** 9. **5.** 61,6. **6.** 200. **7.** 45. **8.** 3. **9.** 5. **10.** 40.

Диагностическая работа 4 (Д4)

Вариант 1. 1. 4. **2.** 45. **3.** 900. **4.** 30. **5.** 60. **6.** 300. **7.** 24. **8.** 6. **9.** 45 000. **10.** 21.
Вариант 2. 1. 3. **2.** 33. **3.** 1200. **4.** 15. **5.** 60. **6.** 150. **7.** 16. **8.** 9 **9.** 140 000. **10.** 56.

Диагностическая работа 5 (Д5)

Вариант 1. 1. 12. **2.** 80. **3.** 64. **4.** 24. **5.** 60. **6.** 5. **7.** 9. **8.** 6. **9.** 36. **10.** 38.
Вариант 2. 1. 14. **2.** 70. **3.** 78. **4.** 60. **5.** 62. **6.** 2 **7.** 8. **8.** 15. **9.** 55. **10.** 79.

Содержание

От редактора серии 3
Введение 4
Диагностическая работа 6
Задачи на движение 9
1. Движение навстречу. Решение задачи 1 диагностической работы 10
Тренировочная работа 1 11
2. Движение вдогонку. Решение задачи 2 диагностической работы 14
Тренировочная работа 2 15
3. Движение по окружности (замкнутой трассе). Решение задачи 3 диагностической работы 19
Тренировочная работа 3 20
4. Движение по воде. Решение задачи 4 диагностической работы 23
Тренировочная работа 4 24
5. Средняя скорость. Решение задачи 5 диагностической работы 28
Тренировочная работа 5 29
6. Движение протяженных тел. Решение задачи 6 диагностической работы 32
Тренировочная работа 6 33
Задачи на производительность 36
7. Задачи на работу. Решение задачи 7 диагностической работы 37
Тренировочная работа 7 38
8. Задачи на бассейны и трубы. Решение задачи 8 диагностической работы 41
Тренировочная работа 8 42
9. Задачи на проценты и доли. Решение задачи 9 диагностической работы 45
Тренировочная работа 9 48
10. Задачи на концентрацию, смеси, сплавы. Решение задачи 10 диагностической работы 51
Тренировочная работа 10 56
Диагностическая работа 1 60
Диагностическая работа 2 63

Диагностическая работа 3 66
Диагностическая работа 4 69
Диагностическая работа 5 72
Ответы 75

Учебно-методическое пособие

Сергей Алексеевич Шестаков

ЕГЭ 2018. Математика. Задачи на составление уравнений.
Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь

Под редакцией И. В. Ященко

Подписано в печать 30.06.2017 г. Формат $70 \times 90\ 1/16$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 5. Тираж 5000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–08–04

Отпечатано с электронных носителей издательства.
ОАО «Тверской полиграфический комбинат». 170024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5.
Телефон: (4822) 44–42-15, (495) 748–04–67, Телефон/факс: (4822) 55–42–15.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745–80–31. E-mail: biblio@mccme.ru