

Тренировочный вариант №5

Часть 1.

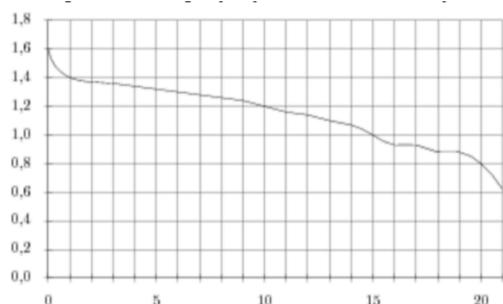
1.

Цена на электрический чайник была повышена на 24% и составила 1860 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

2.

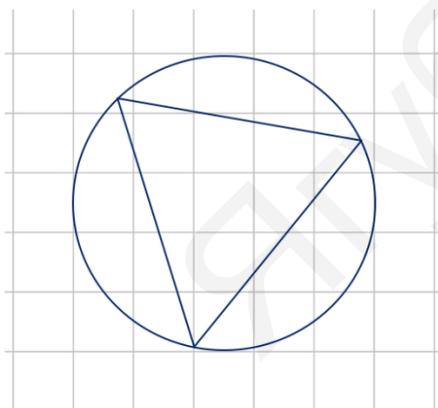
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 1 час работы фонарика.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



4.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,25. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

5.

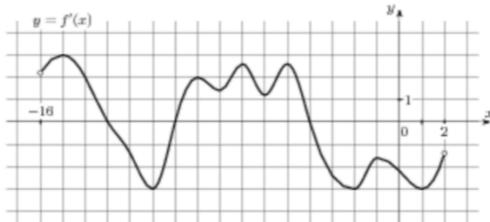
Найдите корень уравнения $2^{\log_4(2x+6)} = 4$.

6.

Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $4 : 2 : 3 : 6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.

7.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-16; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-15; -2]$.



8.

Около куба с ребром $\sqrt{147}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

9.

Найдите значение выражения $\sqrt{72} - \sqrt{288} \cdot \sin^2\left(\frac{21\pi}{8}\right)$.

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 7\sin\frac{\pi t}{3}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала $3,5$ см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых заказа. В первой бригаде было 11 рабочих, а во второй — 20 рабочих. Через 2 дня после начала работы в первую бригаду перешли 5 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 10x - 5\operatorname{tg}x - 2,5\pi + 6$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение: $(2x^2 - 3x + 1)\sqrt{\cos x - \sqrt{3}\sin x} = 0$;

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \frac{3\pi}{2}]$.

Задание 14.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре B_1C_1 отмечена точка L так, что $B_1L = 4$. Точки K и M – середины ребер AC и A_1C_1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой A_1C_1 и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой – точка M , а основание – сечение данной призмы плоскостью γ .

Задание 15.

Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt[3]{9x}} \sqrt{\frac{x^3}{3}} + \log_{\sqrt[3]{3x^2}} \sqrt{27x} \leq 3$$

Задание 16.

Дана трапеция, в которую можно вписать окружность и около которой можно описать окружность.

а) Докажите, проекция диагонали этой трапеции на большее основание равна боковой стороне.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей, если основания трапеции равны 3 и 27.

Задание 17.

Иван является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Иван платит рабочему 400 рублей. Ивану нужно каждую неделю производить 225 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

Задание 18.

При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} y^2 - (2a + 1)y + a^2 + a - 2 = 0 \\ \sqrt{(x - a)^2 + y^2} + \sqrt{(x - a)^2 + (y - 3)^2} = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Задание 19.

Пусть $S = a^n + 1$, где a и n – натуральные числа.

а) Найдите сумму всех двузначных a таких, что S делится без остатка на 10, если $n = 10$;

б) Найдите сумму всех трехзначных n таких, что S делится без остатка на 7, если $a = 2015$;

в) Найдите сумму всех $a \leq 100$ таких, что S делится без остатка на 11, если $n = 2015$.