

Перебор случаев

1. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 6.2*) С понедельника по среду гном ест на завтрак манную кашу, с четверга по субботу — рисовую кашу, а в воскресенье делает себе яичницу. По чётным числам месяца гном говорит правду, а по нечётным — неправду. В какие из первых десяти дней августа 2016 года он мог сказать: «Завтра я буду есть на завтрак манную кашу»? Обоснуйте ваш ответ.

Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскресенье
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10				

2. (*Математический праздник, 2004, 6.1*) Кузнечик прыгает вдоль прямой вперёд на 80 см или назад на 50 см. Может ли он менее чем за 7 прыжков удалиться от начальной точки ровно на 1 м 70 см?

3. (*Турнир Архимеда, 2012.1*) Петя обратил внимание, что дата проведения Турнира Архимеда, записанная восьмью цифрами (22.01.2012) обладает интересной особенностью: переставив первые четыре цифры, можно получить номер года. А какие ещё даты в этом году имеют такое же свойство?

1) 12.02.2012; 2) 21.02.2012; 3) 22.10.2012; 4) 02.12.2012; 5) 20.12.2012

4. (*«Ломоносов», 2016, 5–6.3; 7–8.2*) В коробке лежат синие, красные и зелёные карандаши — всего 20 штук. Синих карандашей в 6 раз меньше, чем зелёных. Красных карандашей тоже меньше, чем зелёных. Сколько карандашей нужно вытащить из коробки, чтобы вероятность того, что среди вытащенных карандашей есть хотя бы один красный, была равна 1?

15

5. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 6.5*) У бабушки три внука. Если внук заканчивал первый класс, то бабушка дарила ему одну книгу, если заканчивал второй класс, то бабушка дарила ему две книги, если третий класс, то три книги и т. д. Книги, полученные в подарок за все годы, внуки ставили на одну полку. Сейчас на полке 23 книги. Известно, что один из внуков старше остальных не меньше чем на два года. Какой класс он окончил?

6. (*Математический праздник, 2003, 6.6*) На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырёх боковых гранях оказалась равна 12, во второй — 15. Какое число написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?

9

7. (Математический праздник, 2002, 6.6) Айрат выписал подряд все числа месяца:

123456789101112...

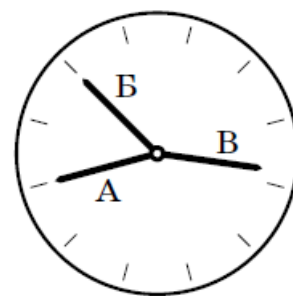
и покрасил три дня (дни рождения своих друзей), никакие два из которых не идут подряд. Оказалось, что все непокрашенные участки состоят из одинакового количества цифр. Докажите, что первое число месяца покрашено.

8. (Московская устная олимпиада, 2005, 6.7) По дороге на новогодний праздник несколько мальчиков помогали Деду Морозу нести подарки. Каждый из мальчиков нёс по три подарка, а остальные 142 подарка Дед Мороз вёз на санях. Все подарки Дед Мороз разделил поровну между всеми этими мальчиками и 14 девочками. Сколько могло быть мальчиков?

9. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 7.4) Некоторое четырёхзначное число является точным квадратом. Если убрать первую цифру слева, то оно станет точным кубом, а если убрать две первые цифры, то оно станет четвёртой степенью целого числа. Найдите это число.

9126

10. (Математический праздник, 2013, 7.4) Дима увидел в музее странные часы (см. рисунок). Они отличаются от обычных часов тем, что на их циферблате нет цифр и вообще непонятно, где у часов верх; да ещё секундная, минутная и часовая стрелки имеют одинаковую длину. Какое время показывали часы? (Стрелки А и Б на рисунке смотрят ровно на часовые отметки, а стрелка В чуть-чуть не дошла до часовой отметки.)



Часы 05:48

11. (Московская устная олимпиада, 2006, 7.4) На площади репетировал военный оркестр. Для исполнения гимна музыканты выстроились квадратом, а для исполнения лирической песни — перестроились в прямоугольник. При этом количество шеренг увеличилось на пять. Сколько музыкантов в оркестре?

12. (Математический праздник, 2016, 7.6) На конкурсе «А ну-ка, чудища!» стоят в ряд 15 драконов. У соседей число голов отличается на 1. Если у дракона больше голов, чем у обоих его соседей, его считают хитрым, если меньше, чем у обоих соседей, — сильным, остальных (в том числе стоящих с краю) считают обычными. В ряду есть ровно четыре хитрых дракона — с 4, 6, 7 и 7 головами и ровно три сильных — с 3, 3 и 6 головами. У первого и последнего драконов голов поровну.

а) Приведите пример того, как такое могло быть.

б) Докажите, что число голов у первого дракона во всех примерах одно и то же.

13. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–8.6; 9.5) Найдите все натуральные числа, которые в 36 раз больше суммы своих цифр.

324 и 648