Степень вершины

1. (*Московская устная олимпиада, 2014, 6.4*) Компания из нескольких друзей вела переписку так, что каждое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек могло быть в этой компании?

2. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.8*) Можно ли нарисовать 1006 различных 2012-угольников, у которых все вершины общие, но при этом ни у каких двух нет ни одной общей стороны?

3. (*Математический праздник, 1992, 7.3*) Резидент одной иностранной разведки сообщил в центр о готовящемся подписании ряда двусторонних соглашений между пятнадцатью бывшими республиками СССР. Согласно его донесению, каждая из них заключит договор ровно с тремя другими. Заслуживает ли резидент доверия?

4. (*Математический праздник, 2017, 7.6*) Среди 49 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их разбить на группы из 2 или 3 человек так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей группе.

Ягубов.рф