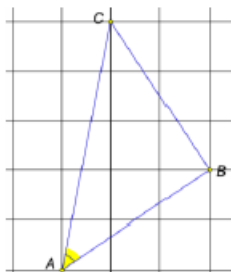


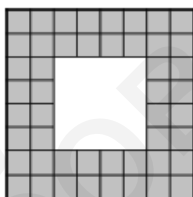
Геометрия на клетчатой бумаге

ЗАДАЧА 1. («Ломоносов», 2017, 5–6.2, 7–8.1) На клетчатой бумаге нарисовали треугольник ABC (см. рисунок). Найдите величину угла A .

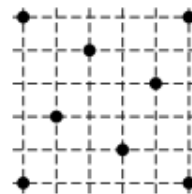


45°

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2017, ШЭ, 8.1) В рамке 8×8 шириной в 2 клетки (см. рисунок) всего 48 клеточек. Сколько клеточек в рамке 254×254 шириной в 2 клетки?



ЗАДАЧА 3. (ММО, 2012, 8) Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 см. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 см). Какое наименьшее количество прыжков ему придётся сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



8

ЗАДАЧА 4. (ММО, 2009, 8.4) В каждой клетке квадрата 101×101 , кроме центральной, стоит один из двух знаков: «поворот» или «прямо». Машинка въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ездит параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:

- 1) в клетке со знаком «прямо» она продолжает путь в том же направлении;
- 2) в клетке со знаком «поворот» она поворачивает на 90° (в любую сторону по своему выбору).

Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы у машинки не было возможности врезаться в дом?

Нельзя

ЗАДАЧА 5. (ММО, 2013, 8) Будем называть точку плоскости *узлом*, если обе её координаты — целые числа. Внутри некоторого треугольника с вершинами в узлах лежит ровно два узла (возможно, какие-то ещё узлы лежат на его сторонах). Докажите, что прямая, проходящая через эти два узла, либо проходит через одну из вершин треугольника, либо параллельна одной из его сторон.

ЗАДАЧА 6. (Турнир городов, 2016, 10–11) Дан клетчатый квадрат 10×10 . Внутри него провели 80 единичных отрезков по линиям сетки, которые разбили квадрат на 20 многоугольников равной площади. Докажите, что все эти многоугольники равны.

ЗАДАЧА 7. (ММО, 2015, 10) Клетки бесконечного клетчатого листа бумаги раскрасили в чёрный и белый цвета в шахматном порядке. Пусть X — треугольник площади S с вершинами в узлах сетки. Покажите, что есть такой подобный X треугольник с вершинами в узлах сетки, что площадь его белой части равна площади чёрной части и равна S .

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 1998, округ, 9) Имеется квадрат клетчатой бумаги размером 102×102 клетки и связная фигура неизвестной формы, состоящая из 101 клетки. Какое наибольшее число таких фигур можно с гарантией вырезать из этого квадрата? Фигура, составленная из клеток, называется связной, если любые две ее клетки можно соединить цепочкой её клеток, в которой любые две соседние клетки имеют общую сторону.

4