

## Числовые неравенства

1. (Моск. матем. регата, 2011, 9) Найдите наибольшее натуральное  $n$ , при котором  $n^{200} < 5^{300}$ .

2. (Всеросс., 2017, МЭ, 9) Что больше:

$$\sqrt{2016} + \sqrt{2015 + \sqrt{2016}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2015} + \sqrt{2016 + \sqrt{2015}} ?$$

3. (ММО, 2011, 9) Что больше:  $2011^{2011} + 2009^{2009}$  или  $2011^{2009} + 2009^{2011}$ ?

4. (ММО, 2010, 11) Какое наибольшее значение может принимать выражение

$$\frac{1}{a + \frac{2010}{b + \frac{1}{c}}},$$

где  $a, b, c$  — попарно различные ненулевые цифры?

5. (Всеросс., 2017, финал, 10.4, 11.3) На доске выписаны в ряд  $n$  положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Вася хочет выписать под каждым числом  $a_i$  число  $b_i \geq a_i$  так, чтобы для любых двух из чисел  $b_1, b_2, \dots, b_n$  отношение одного из них к другому было целым. Докажите, что Вася может выписать требуемые числа так, чтобы выполнялось неравенство  $b_1 b_2 \dots b_n \leq 2^{(n-1)/2} a_1 a_2 \dots a_n$ .