

Векторы

ЗАДАЧА 1. (*Турнир городов, 1983, 9–10*) а) Из произвольной точки M внутри правильного n -угольника проведены перпендикуляры MK_1, MK_2, \dots, MK_n к его сторонам (или их продолжениям). Докажите, что

$$\overrightarrow{MK_1} + \overrightarrow{MK_2} + \dots + \overrightarrow{MK_n} = \frac{n}{2} \cdot \overrightarrow{MO}$$

(O — центр n -угольника).

б) Докажите, что сумма векторов, проведённых из любой точки M внутри правильного тетраэдра перпендикулярно к его граням, равна $\frac{4}{3}\overrightarrow{MO}$, где O — центр тетраэдра.

ЗАДАЧА 2. (*ММО, 2010, 11*) Функция f каждому вектору \vec{v} (с общим началом в точке O) пространства ставит в соответствие число $f(\vec{v})$, причём для любых векторов \vec{u}, \vec{v} и любых чисел α, β значение $f(\alpha\vec{u} + \beta\vec{v})$ не превосходит хотя бы одного из чисел $f(\vec{u})$ или $f(\vec{v})$. Какое наибольшее количество значений может принимать такая функция?