

Треугольник с углом 120°

Треугольник, один из углов которого равен 120° , обладает любопытными свойствами.

ЗАДАЧА 1. (И. Ф. Шарыгин) В треугольнике ABC с углом B , равным 120° , проведены биссектрисы AA' , BB' и CC' . Докажите, что $\angle A'B'C' = 90^\circ$.

ЗАДАЧА 2. В треугольнике ABC с углом B , равным 120° , проведены биссектрисы AA' и BB' . Докажите, что $\angle AA'B' = 30^\circ$.

ЗАДАЧА 3. (Московская устная олимпиада, 2013, 7) Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , $\angle ABC = 120^\circ$. На продолжениях сторон AB и CB за точку B отмечены соответственно точки P и Q так, что $AP = CQ = AC$. Докажите, что угол PIQ — прямой.

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2015, II этап, 8) В треугольнике ABC угол B равен 120° , $AB = 2BC$. Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает AC в точке D . Найдите отношение $AD : DC$.

8 : 7

ЗАДАЧА 5. Докажите, что если угол A треугольника ABC равен 120° , то центр описанной окружности и ортоцентр симметричны относительно биссектрисы внешнего угла A .

ЗАДАЧА 6. (Московская устная олимпиада по геометрии, 2008, 10–11) В треугольнике ABC угол A равен 120° . Докажите, что расстояние от центра описанной окружности до ортоцентра равно $AB + AC$.

ЗАДАЧА 7. (ММО, 2009, 9) Угол B при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 120° . Из вершины B выпустили внутрь треугольника два луча под углом 60° друг к другу, которые, отразившись от основания AC в точках P и Q , попали на боковые стороны в точки M и N (см. рисунок). Докажите, что площадь треугольника PBQ равна сумме площадей треугольников AMP и CNQ .

