

Логарифмические преобразования и вычисления

1. (МГУ, ВМК, 1984) Известно, что $\log_a b = 7$. Найдите $\log_{\frac{a}{b}} (a^3 b)$.

$\frac{8}{5}$

2. (МГУ, филологич. ф-т, 1988) Вычислите:

$$\frac{\log_5 30}{\log_{150} 5} - \frac{\log_5 750}{\log_6 5}.$$

$\frac{7}{2}$

3. (МГУ, экономич. ф-т, 1989) Вычислите:

$$\frac{\log_2 70}{\log_{280} 2} - \frac{\log_2 560}{\log_{35} 2}.$$

$\frac{8}{3}$

4. (МГУ, биологич. ф-т, 1998) Известно, что $\log_a b = \sqrt{5}$. Найдите

$$\log_{a^4 \sqrt[5]{b^6}} \frac{b \sqrt[3]{b}}{\sqrt[5]{a}}.$$

$\frac{09+\frac{5}{2} \wedge 81}{\frac{8}{3}-\frac{5}{2} \wedge 02}$

5. (МГУ, физический ф-т, 1982) Известно, что $\log_b a = \sqrt{3}$. Найдите

$$\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}.$$

$\frac{\frac{8}{3} \wedge}{1}$

6. (МФТИ, 1996) Выразить $\log_{300} 120$ через a и b , где $a = \log_2 3$ и $b = \log_3 5$.

$\frac{q^2+2ab}{q^2+2ab}$

7. (МФТИ, 1996) Выразить $\log_{600} 900$ через a и b , где $a = \log_5 2$ и $b = \log_2 3$.

$\frac{2(1+a+ab)}{2+3a+ab}$

8. (МФТИ, 1996) Выразить $\log_{140} 350$ через a и b , где $a = \log_7 5$ и $b = \log_5 2$.

$\frac{1+2ab}{q^2+2ab}$

9. (МГУ, геологич. ф-т, 1989) Сравните $2 \log_2 5$ и $3 \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{24}$.

Первое число больше

10. («Ломоносов», 2017) Выясните, какое из чисел больше: $11^{\lg 121}$ или $10 \cdot 10^{\lg^2 11} + 11$.

Первое

11. («Ломоносов», 2008) Какое наибольшее число раз можно последовательно взять логарифм по основанию 2 от числа 16^{64} (первый раз логарифм берётся от этого числа, а затем всякий раз — от числа, полученного в предыдущий раз)?

III раз

12. («Ломоносов», 2006) Вычислите

$$\log_2 \log_8 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{64}}}}_{39}$$

83

13. («Ломоносов», 2007) Какие значения может принимать выражение

$$\log_{b_{21}b_{50}} b_1 b_2 \dots b_{70},$$

где $b_1, b_2, \dots$ — геометрическая прогрессия?

35

14. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Выясните, какое из чисел больше:

$$\log_{2012} 2013 \quad \text{или} \quad \log_{2013} 2014.$$

Первое

15. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Выясните, какое из чисел больше:

$$\frac{\lg 2013}{2 \lg 2} \quad \text{или} \quad 2 \lg \frac{2013}{2}.$$

Второе

16. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Найдите все значения x , при каждом из которых выражения

$$\log_{2013} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \operatorname{tg} x \right) \quad \text{и} \quad \log_{2012} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} - \operatorname{tg} x \right)$$

равны друг другу.

$\mathbb{Z} \ni u, u \neq x$

17. (Открытая олимпиада ИТМО, 2015, 11) Известно, что

$$(\log_x^2 y + \log_z^2 t) (\log_y^2 z + \log_x^2 t) = 37 \quad \text{и} \quad \log_y t + \log_t y = 5.$$

Найдите $\log_x z + \log_z x$.

14

18. («Покори Воробьёвы горы!», 2010, 10–11) Положительные числа b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 составляют геометрическую прогрессию. Сумма логарифмов по основанию 3 от этих чисел равна 10. Найдите эти числа, если $\log_3 b_1 \cdot \log_3 b_5 = 3$.

22 '3^6 '3^3 '3

19. (ММО, 2015, 11) Сумма нескольких не обязательно различных положительных чисел не превосходила 100. Каждое из них заменили на новое следующим образом: сначала прологарифмировали по основанию 10, затем округлили стандартным образом до ближайшего целого числа и, наконец, возвели 10 в найденную целую степень. Могло ли оказаться так, что сумма новых чисел превышает 300?



Ягубов.РФ