

Комбинированные уравнения и неравенства. 2

1. (МГУ, ВШБ, 2004) Решите уравнение

$$\log_{\frac{1}{2}}(2 \sin x) + \log_2(\sqrt{3} \cos x) = -1.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, \frac{7}{u \cdot 6} + \frac{8}{x}$$

2. (МГУ, экономич. ф-т, 2005) Решите уравнение

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{9}} \operatorname{ctg} \frac{2x}{9}} + \sqrt{\log_{\frac{1}{9}} \sin 4x} = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, \frac{7}{u \cdot 6} + \frac{8}{x \cdot 6}$$

3. (МГУ, мехмат, 1998) Решите уравнение

$$3 \cdot 2^{\cos x + 3\sqrt{1-\sin^2 x}} + 11 \cdot 2^{2\cos x} - 34 = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, u \cdot 7 + \frac{8}{x} \mp$$

4. (МГУ, ИСАА, 2008) Найти корни уравнения

$$\cos \frac{4\pi}{x} + \sin \frac{8\pi}{x} = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{x} \right),$$

удовлетворяющие неравенству $\log_{x+2}(x^2 - 2x + 4) \leq 1$.

$$\frac{7}{8}, \frac{61}{24} - \frac{7}{8} -$$

5. («Покори Воробьёвы горы!», 2015) Найдите корни уравнения

$$\log_2 |\operatorname{tg} \pi x| + \log_4 \frac{\cos \pi x}{2 \cos \pi x + \sin \pi x} = 0,$$

принадлежащие отрезку $[\frac{9}{4}; 3]$.

$$7 + \frac{u}{2 \cdot 8 \cdot 2} - \frac{7}{11}$$

6. («Покори Воробьёвы горы!», 2011) Решите уравнение

$$(3 \log_{|5x-3|} 2 \cdot \log_2 |5x-3| - x) \sqrt{5x^2 - 9x + 4} = 0.$$

$$8 \cdot 1$$

7. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Найдите все значения x , при каждом из которых выражения

$$\log_{2012} \left(\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} + \operatorname{ctg} x \right) \quad \text{и} \quad \log_{2013} \left(\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} - \operatorname{ctg} x \right)$$

равны друг другу.

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot u\lambda + \frac{z}{x} = x$$

8. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Найти все пары вещественных чисел (x, y) , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x = 3^y + 4^y, \\ \sqrt{-x^2 - 3xy - y^2} = 2y + \frac{x}{2}. \end{cases}$$

$$\frac{z}{1} = n \cdot 1 - x$$

9. («Покори Воробьёвы горы!», 2014) Найдите количество корней уравнения

$$3^{\frac{3 \sin x - 2}{2 \sin x - 1}} - 2 = 3^{\frac{1 - \sin x}{2 \sin x - 1}},$$

принадлежащих промежутку $[-\frac{\pi}{2}; 13\pi]$.

$$L$$

10. («Покори Воробьёвы горы!», 2012) Решите систему

$$\begin{cases} 4 \cos^2 x + \cos^2 5y = 4 \cos x \cos^6 5y, \\ \lg(x - y)^2 < 2 \lg(2\pi) - \lg 5 - \lg 45. \end{cases}$$

$$\mathbb{Z} \ni y \cdot (y\lambda\tau + \frac{s}{x\tau} - (y\lambda\tau + \frac{s}{x} -) \cdot (y\lambda\tau + \frac{s}{x\tau} \cdot y\lambda\tau + \frac{s}{x}))$$

11. («Физтех», 2011) Решите уравнение

$$\log_{\operatorname{tg} x} (\operatorname{ctg} x - 2) + \log_{(\operatorname{ctg} x - 2)} \sqrt{\operatorname{tg} x} = \frac{3}{2}.$$

$$\mathbb{Z} \ni y \cdot (y\lambda + \frac{z}{x\lambda - z} \operatorname{arctg} (y\lambda + (1 - z\lambda) \operatorname{arctg} ($$

12. («Физтех», 2009) Решите неравенство

$$\left| 4^{\sqrt{x+3} - \frac{1}{2}} - 2 \right| + \frac{10}{3} \leq \frac{4^{\sqrt{x+3} + \frac{3}{2}}}{3} - 16^{\sqrt{x+3} - \frac{1}{2}}.$$

$$\left[\frac{p}{z} - ; \frac{p}{11} - \right]$$

13. (СПбГУ, 2011) Найти все целые решения уравнения

$$\cos \left(\frac{1000! \cdot \pi}{2^x} \right) = 0.$$

$$\S 66$$

14. («Покори Воробьёвы горы!», 2010) Для каких из перечисленных значений параметра a ($a = -1, 2010, \log_2 3$) найдётся такое значение b , что уравнение

$$\cos x + \cos ax = b$$

имеет единственное решение?

3801

15. («Покори Воробьёвы горы!», 2010) Найдите все x из отрезка $[0; 2\pi]$, для которых

$$\log_{\sin x} \cos x > \log_{\operatorname{ctg} x} \cos x.$$

$$\left(\frac{\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}} \operatorname{ctg} x \right) \cap \left(\frac{1}{x}; 0 \right)$$

16. («Ломоносов», 2010) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^x - 13 \cdot 5^x + a < 0, \\ 12 \sin^4 \pi x - \cos 4\pi x = 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

$$\frac{2}{x} - \frac{2}{x-1} > 0$$

17. («Покори Воробьёвы горы!», 2006) Решите уравнение

$$\log_{\cos x} \frac{4(1 - \sin x)}{3} = 2.$$

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot \frac{2}{x} + \frac{2}{1-x} \operatorname{ctg} x$$

18. («Ломоносов», 2006) Решите неравенство

$$(1 - \operatorname{ctg} x)^{2006} + 4(1 + \operatorname{ctg} x)^{2004} \leq 2^{2006}.$$

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot \left[\frac{2}{x} + \frac{2}{1-x} \operatorname{ctg} x \right]$$

19. («Ломоносов», 2005) Решите уравнение

$$\log_4(4 \operatorname{ctg}^2 x) - \log_2(-2 \sin 2x) = 1.$$

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{9}{1-x} \right)$$