Вариант 14104

Ответом на задания B1–B10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

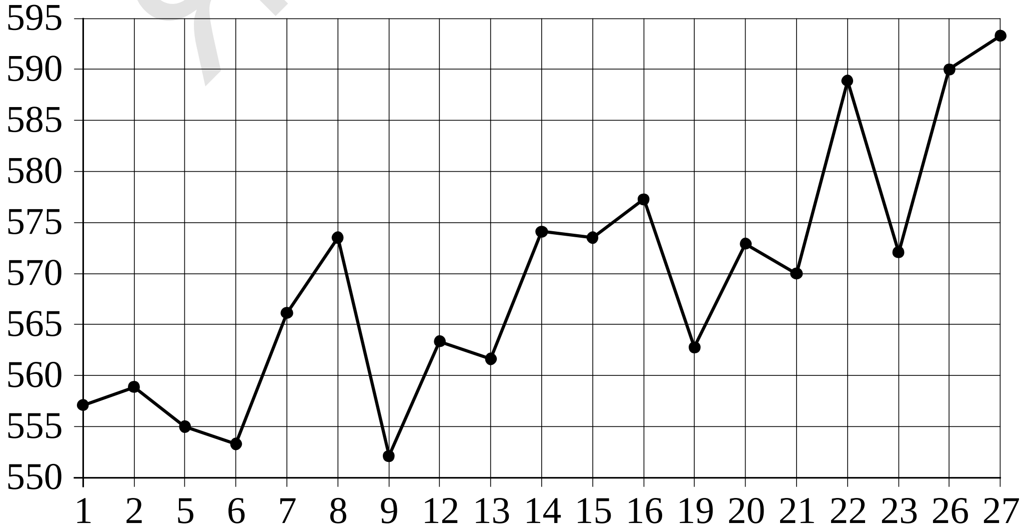
B1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3100 рублей. До установки счётчиков за воду платили 900 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: ___________________________.

B2 Пачка сливочного масла стоит 76 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 15%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?

Ответ: ___________________________.

B3 На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена палладия впервые поднялась выше 575 рублей за грамм.

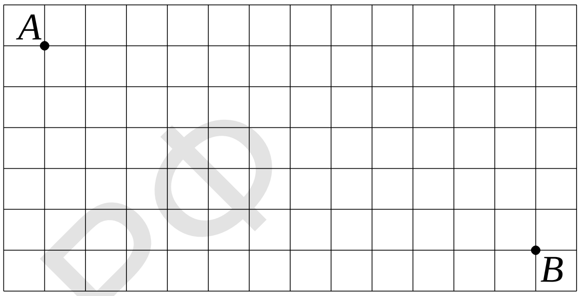


Ответ: ___________________________.

B4 При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 7 тонн природного камня и 11 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 36 мешков цемента. Тонна камня стоит 1400 рублей, щебень стоит 800 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

Ответ: ____________________________.

B5 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B. Найдите длину отрезка AB.



Ответ: ____________________________.

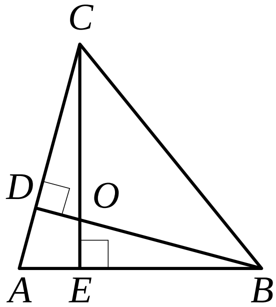
B6 В сборнике билетов по математике всего 45 билетов, в 9 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Неравенства».

Ответ: ____________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+3}=5$.

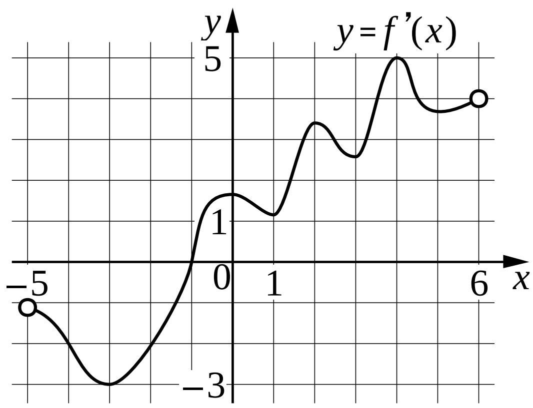
Ответ: ____________________________.

B8 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен $87°$, BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



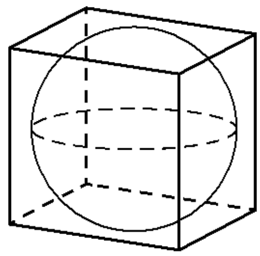
Ответ: ____________________________.

B9 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. В какой точке отрезка $[-1; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: ______________________________.

B10 Куб описан около сферы радиуса 4. Найдите объём куба.



Ответ: ______________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

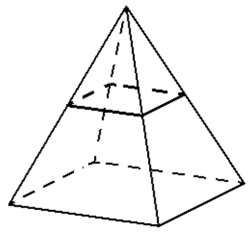
B11 Найдите значение выражения $\log_4 3 \cdot \log_3 16$.

Ответ: ______________________________.

B12 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды, $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды, а T — температура. Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{64}\cdot 10^{21}$ м^2, а мощность её излучения равна $2{,}28\cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в градусах Кельвина.

Ответ: _____________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 10. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____________________________.

B14 Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 38 км. Путь из A в B занял у туриста 8 часов, из которых 6 часов ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____________________________.

B15 Найдите наименьшее значение функции $y=(2x+15)\cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-12;-2]$.

Ответ: _____________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение

$$9^{\cos x}+9^{-\cos x}=\frac{10}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

C2 Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 7. На окружности основания конуса выбраны точки A и B, делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как $1:2$. Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3^x + \dfrac{270}{3^x} \geq 37, \\ \log_{x-1}\left(\dfrac{x+3}{6}\right) \leq 0. \end{cases}$$

C4 Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром O. На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $\angle BAC + \angle AKC = 90°$.

а) Докажите, что четырёхугольник $OBKC$ вписанный.

б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $OBKC$, если $\cos\angle BAC = \dfrac{12}{13}$, а $BC = 120$.

C5 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$2\sqrt{x^4 + (a+4)^4} = |x+a+4| + |x-a-4|$$

имеет единственное решение.

C6 На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 4 до 30 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 14?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 13?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k?