3.2. Ограниченность

Упражнения к 3.2

1. ***а)*** Решите уравнение $2\cos\left(2\sqrt{3}\pi x\right)+3\cos\left(2\pi x\right)=5$.

б) Решите уравнение $5\cos\left(3\sqrt{5}\pi x\right)+2\cos\left(4\pi x\right)=7$.

2. ***а)*** Решите уравнение $5\cos 4x-4\sin 5x=9$. ***б)*** Решите уравнение $6\sin 5x+5\cos 6x=-11$.

3. ***а)*** Решите уравнение $\sin 9x\cdot\cos 8x=-1$. ***б)*** Решите уравнение $\cos 11x\cdot\cos 13x=1$.

4. ***а)*** Решите уравнение $\sin^9 x+\cos^{11} x=1$. ***б)*** Решите уравнение $\sin^6 x+\cos^7 x=1$.

5. ***а)*** Решите уравнение $1+\cos^2 x=\log_2\left(x^2+4\right)$. ***б)*** Решите уравнение $3+2\sin^2 x=\log_3\left(27-x^2\right)$.

6. ***а)*** Найти все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $3^{|x-2|+2}=5\sin y+4$.

7. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{7\cos\left(8x+9\right)+16}=8a-a^2-13$.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{5\sin\left(4x+3\right)+86}=5+4a-a^2$.

8. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы одно решение неравенство $15\sin^2\left(14x-13\right)\ge 25a^2+60a+51$.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы одно решение неравенство $4\cos^2\left(5x-6\right)\ge 16a^2-24a+13$.

9. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+12a+34+3^{25x^2-60x+37}=\cos\left(10\pi x\right)$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $16a^2+40a+20+6^{100x^2-60x+10}+\sin\left(5\pi x\right)=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

10. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(4a^2-17a+4\right)^8+\left(4^{x^2-x}-4a\right)^6=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(5a^2-26a+5\right)^6+\left(5^{x^2-x}-5a\right)^4=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

11. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых выражение $x+y$ принимает наименьшее возможное значение, если $(x;\,y)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases}12^x+11^y=12^{a^2+9}+11^{4-6a},\\ 12^x+11^{4-6a}=12^{a^2+9}+11^y.\end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых выражение $x+y$ принимает наименьшее возможное значение, если $(x;\,y)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases}8^x+3^y=8^{a^2+100}+3^{5-20a},\\ 8^x+3^{5-20a}=8^{a^2+00}+3^y.\end{cases}$$

12. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt[6]{\lg x-3\lg x+a}+\left|a^2-5a+6\right|=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt[4]{a^2-2a-8}+\left|\lg x-\lg x+a\right|=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

13. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\log_7\dfrac{14}{12x^2-12x+5}=2\left(x+a-4\right)^2+4a^2-20a+26$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\log_3\dfrac{18}{12x^2+36x+29}=3\left(x-a+3\right)^2+4a^2-12a+11$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

14. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases}\sin^{100}\left(x-1\right)+\cos^{200}\left(x-1\right)=\sqrt{y-2}+\sqrt{z-3}+a^2-4a+5,\\ \sin^{300}\left(y-2\right)+\cos^{400}\left(y-2\right)=\sqrt{z-3}+\sqrt{x-1}+a^2-4a+5,\\ \sin^{500}\left(z-3\right)+\cos^{600}\left(z-3\right)=\sqrt{x-1}+\sqrt{y-2}+a^2-4a+5.\end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases}\sin^{600}\left(x+3\right)+\cos^{500}\left(x+3\right)=\sqrt{y+2}+\sqrt{z+1}+a^2+6a+10,\\ \sin^{400}\left(y+2\right)+\cos^{300}\left(y+2\right)=\sqrt{z+1}+\sqrt{x+3}+a^2+6a+10,\\ \sin^{200}\left(z+1\right)+\cos^{100}\left(z+1\right)=\sqrt{x+3}+\sqrt{y+2}+a^2+6a+10.\end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

15. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases}\cos^{10}\left(x-10\right)=\sqrt{y-20}+\left|a+6\right|+a+7,\\ \cos^{20}\left(y-20\right)=\sqrt{z-30}+\left|a+6\right|+a+7,\\ \cos^{30}\left(z-30\right)=\sqrt{x-10}+\left|a+6\right|+a+7.\end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases}\cos^{40}\left(x+40\right)=\sqrt{y+50}+\left|a-7\right|+a+6,\\ \cos^{50}\left(y+50\right)=\sqrt{z+60}+\left|a-7\right|+a+6,\\ \cos^{60}\left(z+60\right)=\sqrt{x+40}+\left|a-7\right|+a+6.\end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

16. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x+2\left|x-3\right|-3\left|x-a-4\right|=7\left|x-a\right|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $11\left|x+a\right|+2x+3\left|x-5\right|=5\left|x+a-4\right|$ имеет хотя бы один корень.

17. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x+1+2\left|x-2\right|=8\left|x-a+2\right|+3\left|x-a-2\right|$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $13\left|x-a+1\right|+3\left|x+7\right|=2x+5\left|x-a+5\right|+4$ имеет единственный корень.

18. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $4|x+a|+2|x-a|+2=x+9|x-2|+2|3a+2|$ имеет два различных корня.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $3|x-a|+4|x+a|+1=x+13|x+1|+|7a-1|$ имеет два различных корня.

19. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $17|x-a|+|a^2-7x+12|+|a^2+2x-15|=|2a^2-6a+x+3|+|4|x|-|x+3a||$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $18|x+a|+|a^2+8x+12|+|a^2-x-6|=|2a^2-8a-x+6|+|5|x|-|x-4a||$ имеет хотя бы один корень.

20. ***а)*** Найдите все точки $(x;\,y)$ координатной плоскости Oxy и y, для каждой из которых $5|x-3|+3|x+2|=2\sqrt{49-y^2}+1$.

б) Найдите все точки $(x;\,y)$ координатной плоскости Oxy и y, для каждой из которых $9|x-1|+4|x+4|\le 3\sqrt{25-y^2}+5$.

21. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одна пара $(x;\,y)$ чисел действительных чисел x и y такая, что $5|x-2|+3|x+a|\le\sqrt{4-y^2}+7$.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одна пара $(x;\,y)$ чисел действительных чисел x и y такая, что $5|x-a|+3|x+2|\le\sqrt{9-y^2}+6$.

22. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} a+y^2=4\cos 2x, \\ \sqrt{y}+z^2=a, \\ (a-2)^2=|z^2-2z|+|\sin 4x|+4. \end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} a+\sqrt{y}=2\sin 3x, \\ |y|+z^4=8a, \\ (a-1)^2=|z^2+2z|+|\sin 6x|+1. \end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

23. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для любой пары $(u;\,v)$ действительных чисел u и v выполнено неравенство
$11\sin u-5|\sin u-v+2a-1|+2|\sin u+3v+4a-1|\le 13$.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для любой пары $(u;\,v)$ действительных чисел u и v выполнено неравенство
$10\cos u-5|\cos u+v-3a-1|+4|\cos u-3v+7a-1|\le 18$.

24. ***а)*** Найдите все значения параметра a, для каждого из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений
$$\begin{cases} x^2+y^2=(a-2)^2, \\ \sqrt{x+y+a}=\log_4\dfrac{(2-a^2)(a^2-6)}{4}. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a, для каждого из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений
$$\begin{cases} x^2+3x+5=a+y, \\ \sqrt{y-x-a}=\log_3\dfrac{(7-a^2)(a^2-1)}{9}. \end{cases}$$

25. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одна пара $(x;\,y)$ действительных чисел x и y такая, что

$$\sqrt[7]{7|x-5|+4|x+a|-1}\le\sqrt[7]{7+\sqrt{16-y^2}}+\lg\frac{9+\sqrt{16-y^2}}{7|x-5|+4|x+a|+1}.$$

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одна пара $(x;\,y)$ действительных чисел x и y такая, что

$$\sqrt[5]{5|x+4|+2|x-a|-2}\le\sqrt[5]{2+\sqrt{36-y^2}}+\ln\frac{5+\sqrt{36-y^2}}{5|x+4|+2|x-a|+1}.$$

26. ***а)*** Решите неравенство $\cos^2(x+1)\lg\left(9-2x-x^2\right)\ge 1$.

б) Решите неравенство $\left(4x-x^2-3\right)\log_2\left(\cos^2\pi x+1\right)\ge 1$.

27. ***а)*** Решите неравенство $\left|\sqrt{2}|x|-1\right|\log_2\left(2-2x^2\right)\ge 1$.

б) Решите неравенство $2^{-|x-2|}\cdot\log_2\left(4x-x^2-2\right)\ge 1$.

28. ***а)*** Решите неравенство $\left(x^2-4x+3\right)\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\cos^2\pi x+\cos x+2\sin^2\frac{x}{2}\right)\ge 2$.

б) Решите неравенство $\left(x-x^2-\frac{5}{4}\right)\log_{\sqrt{3}}\left(2+\cos^2 x-\cos 2x+3\cos^2\pi x\right)\ge -2$.

29. ***а)*** Решите уравнение $\operatorname{tg}^2\pi(x+y)+\operatorname{ctg}^2\pi(x+y)=\sqrt{\frac{2x}{x^2+1}}+1$.

б) Решите уравнение $\log_3|\pi x|+\log_{|\pi x|}3=\frac{2}{\sin^2(x+y)-2\sin(x+y)+2}$.

30. ***а)*** Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых $\left(\cos 4x+\frac{1}{4\cos 4x}\right)\left(5+\operatorname{tg}^2 5y\right)\left(6+\sin 6z\right)=25$.

б) Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых $\left(4\sin 4x+\frac{1}{\sin 4x}\right)\left(3+\operatorname{ctg}^2 3y\right)\left(2+\cos 2z\right)=12$.

31. ***а)*** Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых

$$\begin{cases}\operatorname{tg}x+3\operatorname{ctg}x=2\sqrt{3}\sin y,\\ \sin y+2\cos z=1.\end{cases}$$

б) Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых

$$\begin{cases}3\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=2\sqrt{3}\cos y,\\ \cos y+4\sin z=1.\end{cases}$$

32. ***а)*** Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $|x|\ge\sqrt{1-x^2-y^2}+|y|+1$.

б) Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $|x|+y^2+\sqrt{x^2-y^2-1}\le 1$.

33. ***а)*** Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $\begin{cases}\sqrt{0{,}5(x-y)^2-(x-y)^4}=y^2-2x^2,\\ y\ge 4x^4+4yx^2+0{,}5.\end{cases}$

б) Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $\begin{cases}4y^2-2x^2=\sqrt{2(x+2y)^2-(x+2y)^4},\\ x^4+2\le 4y(x^2-1).\end{cases}$

34. ***а)*** Найдите все значения параметра a, для каждого из которых для любого действительного значения x выполнено неравенство $\left|3\sin^2 x+a\sin 2x+\cos^2 x+a\right|\le 3$.

б) Найдите все значения параметра a, для каждого из которых для любого действительного значения x выполнено неравенство $\left|5\sin^2 x+a\sin 2x+\cos^2 x+a+1\right|\le 6$.

35. ***а)*** Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $\sqrt{2-|y|}\left(5\sin^2 y-3\sin 2y-9\cos^2 y+3\sqrt[3]{33}\right)=\arcsin^2 x+\arccos^2 x-\dfrac{5\pi^2}{4}$.

б) Найдите все пары $(x;\,y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $\sqrt{x^2-4}\left(3\sin^2 x+5\sin 2x+11\cos^2 x-2\sqrt[3]{301}\right)=5\pi^2-4\arcsin^2 y-4\arccos^2 y$.

36. ***а)*** Найдите все пары $(x;\,y)$ положительных действительных чисел x и y, для каждой из которых $\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{y}}}}=\dfrac{2}{3}$.

б) Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ положительных действительных чисел x, y, z, для каждой из которых $\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{z+\cfrac{1}{z}}}}}}=\dfrac{3}{4}$.

37. ***а)*** Найдите все наборы $(x_1;\,x_2;\,...;\,x_n)$ положительных действительных чисел x_1, x_2, ..., x_n, для которых $\cfrac{1}{x_n+\cfrac{1}{x_n+\cfrac{1}{...+\cfrac{1}{x_1+\cfrac{1}{x_1}}}}}=\dfrac{n}{n+1}$ (каждая переменная в левой части равенства написана ровно 2 раза).

Ягубов.рф

б) Найдите все наборы $(x_1; x_2; ...; x_n)$ отрицательных действительных чисел $x_1, x_2, ..., x_n$, для которых $x_n + \cfrac{1}{x_n + \cfrac{1}{... + \cfrac{1}{x_1 + \cfrac{1}{x_1}}}} + \frac{1}{n} + 1 = 0$ (каждая переменная в левой части равенства написана ровно 2 раза).

38. ***а)*** Найдите все пары $(a; b)$ действительных чисел a и b, для каждой из которых имеет хотя бы один корень уравнение $\left(3x^2 - 2b^2 + ab\right)^2 + \left(3b^2 - ab + 2a^2 - 12x\right)^2 + 4 = 4x - x^2$.

б) Найдите все пары $(a; b)$ действительных чисел a и b, для каждой из которых имеет хотя бы один корень уравнение $\left(3x - a^2 + ab - b^2\right)^2 + \left(2x - a^2 - ab\right)^2 + x^2 + 9 = 6x$.

39. ***а)*** Найдите наибольшее значение параметра a, при котором имеет хотя бы один корень неравенство $\sqrt{a^5}\left(8x - x^2 - 16\right) + \dfrac{\sqrt{a}}{8x - x^2 - 16} \geq -\dfrac{2}{3}a\left|\cos \pi x\right|$.

б) Найдите наибольшее значение параметра a, при котором имеет хотя бы одно решение неравенство $a\sqrt{a}\left(x^2 - 2x + 1\right) + \dfrac{\sqrt{a}}{x^2 - 2x + 1} \leq \sqrt[4]{a^3}\left|\sin \dfrac{\pi x}{2}\right|$.

40. ***а)*** Найдите все значения параметра a, для каждого из которых имеет хотя бы одно решение система неравенств $\begin{cases} x^2 + 2ax + 3a^2 + 3a + 3 \leq 3\sin y - 4\cos y, \\ 0 \leq y \leq 2\pi. \end{cases}$

б) Найдите все значения параметра a, для каждого из которых имеет хотя бы одно решение система неравенств $\begin{cases} x^2 + apx + 4a^2 + 2a + 4 \leq 4\sin y + 3\cos y, \\ 0 \leq y \leq 2\pi. \end{cases}$

41. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(1 + (a+2)^2\right)\log_3\left(2x - x^2\right) + \left(1 + (3a+1)^2\right)\log_{11}\left(1 - \dfrac{x^2}{2}\right) = \log_3\left(2x - x^2\right) + \log_{11}\left(1 - \dfrac{x^2}{2}\right)$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(1 + (3a+4)^2\right)\log_2\left(-2x - x^2\right) + \left(1 + (a-2)^2\right)\log_7\left(1 - \dfrac{x^2}{3}\right) = \log_7\left(1 - \dfrac{x^2}{3}\right) + \log_2\left(-2x - x^2\right)$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

42. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $4\cos x \cdot \sin a + 2\sin x \cdot \cos a - 3\cos a = 2\sqrt{7}$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $3\cos x \cdot \sin a - \sin x \cdot \cos a - 4\cos a = 3\sqrt{3}$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

43. ***а)*** Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $4\left(3\sqrt{4x - x^2}\sin^2\dfrac{x+y}{2} + 2\cos(x+y)\right) = 13 + 4\cos^2(x+y)$.

б) Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел x и y, для каждой из которых $\dfrac{3 + 2\cos(x-y)}{2} = \sqrt{3 + 2x - x^2}\cos^2\dfrac{x-y}{2} + \sin^2\dfrac{x-y}{2}$.

44. ***а)*** Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых $\sqrt{\frac{3}{2}x^2-2y^2+2z^2+10z+6y+\frac{\sqrt{3}}{2}x-17}+\sqrt{3x^2-2\sqrt{3}(\cos\pi y+\cos\pi zx)+4}=0$.

б) Найдите все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел x, y, z, для каждой из которых $\sqrt{15x^2+2y^2-2z^2-3\sqrt{5}x-2y+10z-4}+\sqrt{5x^2-2\sqrt{5}x\cos\pi y\cos\pi z+1}=0$.

45. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы один целый корень уравнение $\sqrt{(x+3a-3\pi-4)(|x+\pi|+a-2\pi+2)}+\log_{\pi}\frac{\pi^2+a^2+4}{2(a-\pi)|x+2|-x^2-4x+2a\pi}=0$.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы один целый корень уравнение $\log_{\frac{1}{\pi}}\frac{a^2+4\pi^2+4}{4x-x^2-2(a-2\pi)|x-2|+4\pi a}-\sqrt{(x-5a+10\pi-34)(|\pi-x|-a+\pi+2)}=0$.

46. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений $\begin{cases}\left|12\sqrt{\cos\frac{\pi y}{2}}-5\right|-\left|12\sqrt{\cos\frac{\pi y}{2}}-7\right|+\left|24\sqrt{\cos\frac{\pi y}{2}}+13\right|=11-\sqrt{\sin\frac{\pi(x-2y-1)}{3}},\\ 2\left(x^2+(y-a)^2\right)-1=2\sqrt{x^2+(y-a)^2-\frac{3}{4}}.\end{cases}$

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений $\begin{cases}\left|6\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}}-5\right|-\left|1-6\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}}\right|+\left|12\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}}+1\right|=5-\left(\sin\frac{\pi(y-2x)}{12}\right)^2,\\ 10-9\left(x^2+(y-a)^2\right)=3\sqrt{x^2+(y-a)^2-\frac{8}{9}}.\end{cases}$

47. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+5|x|+7\sqrt{2x^2+49}=2x+2|x-7a|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+6|x|+5\sqrt{3x^2+25}=3x+2|x-5a|$ имеет хотя бы один корень.

48. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+7|x-4|+3\sqrt{x^2-8x+25}+16=4x+2|x-3a-4|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x-5|+2\sqrt{x^2-10x+29}+25=5x+2|x-2a-5|$ имеет хотя бы один корень.

49. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x|+4\log_2(5x^2+2)=5x+2|x-2a|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+4|x|+16\log_4(x^2+4)=x+2|x-4a|$ имеет хотя бы один корень.

50. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x-5|+36\log_6(x^2-10x+31)+25=5x+2|x-6a-5|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x-5|+9\log_3(x^2-10x+28)+25=5x+2|x-3a-5|$ имеет хотя бы один корень.

51. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+5|x-2|+7^{x^2-4x+6}+4=2x+2|x-7a-2|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x-5|+3^{x^2-10x+27}+25=5x+2|x-3a-5|$ имеет хотя бы один корень.

52. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+10|x|+5\sqrt{3x^2+25}=5a+3|3x-5a|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+13|x|+3\sqrt{4x^2+9}=3a+3|4x-3a|$ имеет хотя бы один корень.

53. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+8|x-5|+2\sqrt{x^2-10x+29}=2a+3|x-2a-5|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+7|x-4|+5\sqrt{x^2-8x+41}=5a+3|x-5a-4|$ имеет хотя бы один корень.

54. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+13|x|+9\log_3\left(4x^2+3\right)=3a+3|4x-3a|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+16|x|+36\log_6\left(5x^2+6\right)=6a+3|5x-6a|$ имеет хотя бы один корень.

55. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+10|x-7|+16\log_4\left(x^2-14x+53\right)=4a+3|x-4a-7|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+6|x-3|+16\log_4\left(x^2-6x+13\right)=4a+3|x-4a-3|$ имеет хотя бы один корень.

56. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+10|x-3|+4^{x^2-6x+11}=4a+3|3x-4a-9|$ имеет хотя бы один корень.

б) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+13|x-4|+5^{x^2-8x+18}=5a+3|4x-5a-16|$ имеет хотя бы один корень.

57. ***а)*** Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a^2+5a+6|x-5a|+25\log_{15}\left(2x^2-20ax+50a^2+15\right)=2x+3|x-10a|$ имеет хотя бы один корень.

Ответы к упражнениям

1. ***а)*** 0; ***б)*** 0. **2.** ***а)*** $-\frac{\pi}{2}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $-\frac{\pi}{2}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$. **3.** ***а)*** $-\frac{\pi}{2}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; ***б)*** πl, $l\in\mathbb{Z}$. **4.** ***а)*** $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, $x=2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $x=2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$. **5.** ***а)*** 0; ***б)*** 0. **6.** ***а)*** $\left(2;\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$, $k\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\left(\pi+2\pi k;-3\right)$, $k\in\mathbb{Z}$. **7.** ***а)*** 4; ***б)*** 2. **8.** ***а)*** $-1{,}2$; ***б)*** $0{,}75$. **9.** ***а)*** $1{,}2$ при $a=-6$; при прочих a корней нет; ***б)*** $0{,}3$ при $a=-1{,}25$; при прочих a корней нет. **10.** ***а)*** -1; 2 при $a=4$; 0; 1 при $a=0{,}25$; при прочих a корней нет; ***б)*** -1; 2 при $a=5$; 0; 1 при $a=0{,}2$; при прочих a корней нет. **11.** ***а)*** 3; ***б)*** 10. **12.** ***а)*** 10; 100 при $a=2$; при прочих a корней нет; ***б)*** $0{,}1$; 100 при $a=-2$; при прочих a корней нет. **13.** ***а)*** $0{,}5$ при $a=2{,}5$; при прочих a корней нет; ***б)*** $-0{,}5$ при $a=0{,}5$; при прочих a корней нет. **14.** ***а)*** $\left(1;2;3\right)$ при $a=2$; при прочих a решений нет; ***б)*** $\left(-3;-2;-1\right)$ при $a=-3$; при прочих a решений нет. **15.** ***а)*** $\left(10;20;30\right)$ при $a\le-6$; при прочих a решений нет; ***б)*** $\left(-40;-50;-60\right)$ при $a\le7$; при прочих a решений нет. **16.** ***а)*** $\left(-\infty;-6\right]\cup\left[6;+\infty\right)$; ***б)*** $\left[-7;5\right]$. **17.** ***а)*** -5; 7; ***б)*** -8; 4. **18.** ***а)*** $\left(-2;2\right)$; ***б)*** $\left(-1;1\right)$. **19.** ***а)*** $\left(-\infty;-5\right]\cup\{3\}\cup\left[4;+\infty\right)$; ***б)*** $\left(-\infty;-5\right]\cup\{-3\}\cup\left[2;+\infty\right)$. **20.** ***а)*** $\left(3;-7\right)$; $\left(3;7\right)$; ***б)*** $\left(1;-5\right)$; $\left(1;5\right)$. **21.**

а) $[-5;1]$; ***б)*** $[-5;1]$. **22.** ***а)*** $(\pi k;0;2)$ при $a=4$, $k\in\mathbb{Z}$; $\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};0;0\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, при $a=0$; при прочих a решений нет; ***б)*** $\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3};0;-2\right)$ при $a=2$, $k\in\mathbb{Z}$; $\left(\frac{\pi n}{3};0;0\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, при $a=0$; при прочих a решений нет. **23.** ***а)*** $[-0{,}1;0{,}1]$; ***б)*** $[-1;1]$. **24.** ***а)*** -2; ***б)*** 2. **25.** ***а)*** $[-8;-2]$; ***б)*** $[-9;1]$. **26.** ***а)*** 1; ***б)*** 2. **27.** ***а)*** 0; ***б)*** 2. **28.** ***а)*** 2; ***б)*** $0{,}5$. **29.** ***а)*** $\left(1;\frac{2n-3}{4}\right)$, $n\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\left(\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)$; $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$, $n\in\mathbb{Z}$. **30.** ***а)*** $\left(\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2};\frac{\pi k}{5};-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi m}{3}\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, $k\in\mathbb{Z}$, $m\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\left((-1)^n\cdot\frac{\pi}{24}+\frac{\pi n}{4};\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3};\frac{\pi}{2}+\pi m\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, $k\in\mathbb{Z}$, $m\in\mathbb{Z}$. **31.** ***а)*** $\left(\frac{\pi}{3}+\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi k;\frac{\pi}{2}+\pi m\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, $k\in\mathbb{Z}$, $m\in\mathbb{Z}$; $\left(-\frac{\pi}{3}+\pi r;-\frac{\pi}{2}+2\pi t;2\pi l\right)$, $r\in\mathbb{Z}$, $t\in\mathbb{Z}$, $l\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;2\pi k;\pi m\right)$, $n\in\mathbb{Z}$, $k\in\mathbb{Z}$, $m\in\mathbb{Z}$; $\left(-\frac{\pi}{6}+\pi r;\pi+2\pi t;(-1)^l\cdot\frac{\pi}{6}+\pi l\right)$, $r\in\mathbb{Z}$, $t\in\mathbb{Z}$, $l\in\mathbb{Z}$. **32.** ***а)*** $(1;0)$; $(-1;0)$; ***б)*** $(1;0)$; $(-1;0)$. **33.** ***а)*** $(0;0{,}5)$; $(-1;1{,}5)$; ***б)*** $(-2;1{,}5)$; $(0;-0{,}5)$. **34.** ***а)*** $[-2{,}4;0]$; ***б)*** $[-4{,}8;0]$. **35.** ***а)*** $(-1;2)$; $(-1;-2)$; ***б)*** $(-2;-1)$; $(2;-1)$. **36.** ***а)*** $(0{,}5;1)$; ***б)*** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2};1\right)$. **37.** ***а)*** $x_k=\frac{1}{k}$, $k\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $x_k=-\frac{1}{k}$, $k\in\mathbb{Z}$. **38.** ***а)*** $(2;-2)$, $(-2;2)$, $\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$, $\left(-\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$; ***б)*** $(3;3)$, $(-3;-3)$, $\left(2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$, $\left(-2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$. **39.** ***а)*** $\frac{1}{9}$; ***б)*** $\frac{1}{16}$. **40.** ***а)*** $-2;-0{,}5$; ***б)*** $-1;\frac{1}{3}$. **41.** ***а)*** $x=1$ при $a=\frac{1}{3}$; при прочих a корней нет; ***б)*** $x=1$ при $a=2$; при прочих a корней нет. **42.** ***а)*** $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$ при $a=\arcsin\frac{2}{\sqrt{7}}+\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$ при $a=-\arcsin\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; при прочих a корней нет; ***б)*** $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$ при $a=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$ при $a=-\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; при прочих a корней нет. **43.** ***а)*** $\left(2;\pm\frac{2\pi}{3}-2+2\pi n\right)$, $n\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $\left(1;\frac{\pi}{2}+1+\pi n\right)$, $n\in\mathbb{Z}$. **44.** ***а)*** $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};7;-9\right)$; $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};1;1\right)$; ***б)*** $\left(\frac{\sqrt{5}}{5};2;0\right)$; $\left(\frac{\sqrt{5}}{5};-1;5\right)$. **45.** ***а)*** $\pi;\pi+1;\pi+3$; ***б)*** $2\pi-8;2\pi;2\pi-1$. **46.** ***а)*** $6n-1;6n;6n+2;6n+3$, $n\in\mathbb{Z}$; ***б)*** $12n-2;12n+2$, $n\in\mathbb{Z}$. **47.** ***а)*** $\{-7;7\}$; ***б)*** $\{-5;5\}$. **48.** ***а)*** $\{-3;3\}$; ***б)*** $\{-2;2\}$. **49.** ***а)*** $\{-2;2\}$; ***б)*** $\{-4;4\}$. **50.** ***а)*** $\{-6;6\}$; ***б)*** $\{-3;3\}$. **51.** ***а)*** $\{-7;7\}$; ***б)*** $\{-3;3\}$. **52.** ***а)*** $\{-5\}\cup\left[10-5\sqrt{3};10+5\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-3\}\cup\left[6-3\sqrt{3};6+3\sqrt{3}\right]$. **53.** ***а)*** $\{-2\}\cup\left[4-2\sqrt{3};4+2\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-5\}\cup\left[10-5\sqrt{3};10+5\sqrt{3}\right]$. **54.** ***а)*** $\{-3\}\cup\left[6-3\sqrt{3};6+3\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-6\}\cup\left[12-6\sqrt{3};12+6\sqrt{3}\right]$. **55.** ***а)*** $\{-4\}\cup\left[8-4\sqrt{3};8+4\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-4\}\cup\left[8-4\sqrt{3};8+4\sqrt{3}\right]$. **56.** ***а)*** $\{-4\}\cup\left[8-4\sqrt{3};8+4\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-5\}\cup\left[10-5\sqrt{3};10+5\sqrt{3}\right]$. **57.** ***а)*** $\{-5\}\cup\left[10-5\sqrt{3};10+5\sqrt{3}\right]$; ***б)*** $\{-2\}\cup\left[14-12\sqrt{3};14-12\sqrt{3}\right]$.

Ялов.рф