

2.3. Задачи, сводимые к исследованию квадратного трехчлена**Упражнения 2.3.**

1. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\frac{2ax + a(1-2a)}{2a^2 + 2ax - 1} < 0$ выполнено для любых значений переменной x из отрезка $[-2; 2]$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\frac{6ax - a(2-a)}{a^2 - 6ax - 8} > 0$ выполнено для любых значений переменной x из отрезка $[-3; 3]$.

2. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2x^4 + (a-2)x^3 + 2x^2 + (a-2)x + 2 = 0$ имеет не менее двух различных отрицательных корней.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2x^4 - (5a+2)x^3 + 2x^2 - (5a+2)x + 2 = 0$ имеет не менее двух различных положительных корней.

3. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\lg^2(3x^2 + 6x + 4) + (5a^2 - a + 4)\lg(3x^2 + 6x + 4) - a - 2 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\lg^2(5x^2 - 10x + 6) + (3a^2 - 5a + 6)\lg(5x^2 - 10x + 6) - 4a + 3 = 0$ имеет единственный корень.

4. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_3^2(7x^2 + 1) + (3a^2 - a + 3) \cdot \log_3(7x^2 + 1) + 4a^2 - a^4 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_5^2(4x^2 + 1) + (2a^2 - 3a + 4) \cdot \log_5(4x^2 + 1) + 9a^2 - a^4 = 0$ имеет единственный корень.

5. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $49^x + (2a^2 - a + 6) \cdot 7^x + 2a^2 + a - 6 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $25^x + (2a^2 - 5a + 12) \cdot 5^x + 2a^2 + 5a - 12 = 0$ имеет единственный корень.

6. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $36^x - 2(a+1) \cdot 6^x + a^2 + 2a - 8 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $9^x - 2(2a+1) \cdot 3^x + a^2 + 4a - 12 = 0$ имеет единственный корень.

7. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого действительного значения x выполнено неравенство $a(\cos^2 x - 3)^2 + 2a + 11\sin^2 x < 44$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого действительного значения x выполнено неравенство $a(\sin^2 x - 3)^2 + 2a + 88 > 22\cos^2 x$.

8. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $9^x - (a-1) \cdot 3^x - a + 4 \leq 0$ имеет хотя бы одно решение.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $49^x - (a+1) \cdot 7^x - a + 2 \leq 0$ имеет хотя бы одно решение.

9. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $5^x - (a-5) \cdot (0,2)^x + 2 \leq a$ имеет хотя бы одно решение.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $4^x - (a+2) \cdot (0,25)^x \leq a+5$ имеет хотя бы одно решение.

10. а) Решите уравнение $x + \sqrt{a^2 - x^2 + 2x - 1} = 2$. **б)** Решите уравнение $x + \sqrt{a^2 - x^2 + 4x - 4} = 3$.

11. а) Решите неравенство $25^{|x|} - 2 \cdot 5^{|x|} + a \geq 1$. **б)** Решите неравенство $36^{|x|} - 2 \cdot 6^{|x|} + a \geq 2$.

12. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x - a + 5} = x - 2a + 4$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x - a - 4} = x - 2a - 2$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

13. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $49^x - 2(a - 1) \cdot 7^x + a^2 - 4a - 5 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $9^x - 2(a - 3) \cdot 3^x + a^2 - 8a + 7 = 0$ имеет единственный корень.

14. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $\cos^2 x + 2a \sin x - 2a < a^2 - 4$.

15. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(ax^2 + 4x + a)$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $\log_{0,2}(4x^2 + 1) \leq 2 + \log_{0,2}(4ax^2 - 40x + a)$.

16. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $(a - 1) \cdot 9^x + 4(a - 2) \cdot 3^x + a > 2$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство $(a - 2) \cdot 25^x + 4(a - 1) \cdot 5^x + a < 1$.

17. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_3(9^x + 9a) = x$ имеет два различных корня.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_2(4^x - a) = x$ имеет два различных корня.

18. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^2 + \frac{6x}{\sqrt{\sin a}} + \frac{9\sqrt{3}}{\cos a} + 36 = 0$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^2 + \frac{2x}{\sqrt{\sin a}} + \frac{1}{\cos a} + 2\sqrt{2} = 0$ имеет единственный корень.

19. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\cos^2 x - (a + 2)^2 \cos x + a(a + 2)(a + 3) = 0$ имеет на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ три различных корня.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sin^2 x + (a + 2)^2 \sin x + a(a - 2)(a - 3) = 0$ имеет на отрезке $[0; 2\pi]$ три различных корня.

20. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = a$ имеет не менее трех различных отрицательных корней.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a + x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$ имеет не менее трех различных положительных корней.

21. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{(a-4)(10-a)}(-x^2 + 4x - 3) = \log_{(a-4)(10-a)}\left(\left(x - \frac{a}{4}\right)\left(x - \frac{a}{2} - 2\right)\right)$ имеет единственный корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{(a-4)(9-a)}\left(\left(x - \frac{a}{2} - 2\right)\left(x - \frac{a}{8} - 3\right)\right) = \log_{(a-4)(9-a)}(-x^2 + 6x - 8)$ имеет единственный корень.

22. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет ровно два решения система уравнений
$$\begin{cases} |x^2 - 7x + 6| + x^2 + 5x + 6 - 12x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-2)x + a(a-4) = 0. \end{cases}$$

23. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно отрицательное решение неравенство $3 - |x - a| > x^2$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно положительное решение неравенство $2 > |x + a| + x^2$.

24. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственный корень уравнение $|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственный корень уравнение $|(a+1)x - 2| = (1+a)x^2 - 2ax + 2$.

25. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} x + 2y + xy + 1 = 0, \\ axy + x - y + 1,5 = 0. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} 3y + 2 + xy = 0, \\ x(y + 1 - a) + y(2a - 3) + a + 3 = 0. \end{cases}$$

26. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ x - y = a. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + ay = 1, \\ 3x + 2y = 3. \end{cases}$$

27. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет решений система уравнений
$$\begin{cases} 2x + a^2y = a - 2 + a^2, \\ x + 2y = 2. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет решений система уравнений
$$\begin{cases} 2x + (9a^2 - 2)y = 3a, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

28. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = x^2 + 4y^2, \\ x + 2y + 3z = a. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ x + y + z = a. \end{cases}$

29. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений $\begin{cases} 9x^2 - 6xy + y^2 + 6x - 13y + 3 = 0, \\ 13x^2 + 6xy + 10y^2 + 16x + 2y - 4ax - 6ay + a^2 - 2a + 3 = 0. \end{cases}$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система уравнений $\begin{cases} 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 2x - 6y = 0, \\ 5x^2 - 16xy + 13y^2 - 6x + 10y + 2ax - 4ay + a^2 - 2a - 5 = 0. \end{cases}$

30. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система неравенств $\begin{cases} 5x^2 - 4xy + 2y^2 \geq 3, \\ 7x^2 + 4xy + 2y^2 \leq \frac{2a-1}{2a+5}. \end{cases}$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет хотя бы одно решение система неравенств $\begin{cases} x^2 + 2xy - 7y^2 \geq \frac{1-a}{a+1}, \\ 3x^2 + 10xy - 5y^2 \geq -2. \end{cases}$

31. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\left((2x+a)\sqrt{22a-4a^2-24} - 2(x^2+x)\lg a\right)\lg \frac{36a-9a^2}{35} = 0$ имеет по крайней мере два корня, один из которых неотрицателен, а другой не превосходит -1 .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\left((4x-a)\sqrt{11a-a^2-18} + (x^2-x)\lg(3a-1)\right)\lg \frac{36a-4a^2}{65} = 0$ имеет по крайней мере два корня, один из которых неположителен, а другой не меньше 1 .

32. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет два различных отрицательных корня уравнение $(a+1)x^2 + (|a+2| - |a+10|)x + a = 5$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2(3-a)x^2 + 4(1-a)x + |2a-5| = |2a+7|$ имеет два различных корня, сумма которых отрицательна.

33. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой из корней уравнения $3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a-4) = 0$ удовлетворяет неравенству $|x| < 1$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой из корней уравнения $ax^2 + (3a^3 - 6a^2 - 1)x - 3a(a-2) = 0$ удовлетворяет неравенству $|x| < 2$.

34. а) Найдите все пары $(a; b)$ действительных чисел a и b , для каждой из которых неравенство $|x^2 + ax + b| > 2$ не имеет ни одного решения на отрезке $[1; 5]$.

б) Найдите все пары $(a; b)$ действительных чисел a и b , для каждой из которых неравенство $|2x^2 + ax + b| > 1$ не имеет ни одного решения на отрезке $[1; 3]$.

35. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4(x - \sqrt{a \cdot 4^a})x + 4(4^a - 1) + a = 0$ имеет хотя бы один корень, и определите знаки корней для каждого из найденных значений параметра a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4x^2 - 4x(a \cdot 5^a)^{0.5} + 5^{a+1} + a - 5 = 0$ имеет хотя бы один корень, и определите знаки корней для каждого из найденных значений параметра a .

36. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех положительных значений переменной x выполнено неравенство

$$(a^3 + (1 - \sqrt{2})a^2 - (3 + \sqrt{2})a + 3\sqrt{2})x^2 + 2(a^2 - 2)x + a > -\sqrt{2}.$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех положительных значений переменной x выполнено неравенство

$$(a^3 + (1 - \sqrt{3})a^2 - (4 + \sqrt{3})a + 3\sqrt{2})x^2 + 2(a^2 - 3)x + a > -\sqrt{3}.$$

37. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x - a)^2(a(x - a)^2 - a - 1) = -1$ имеет больше положительных корней, чем отрицательных.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $((x - a - 1)^2 - 2)(x - a - 1)^2 = a^2 - 1$ имеет больше положительных корней, чем отрицательных.

38. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $((x - a)^2 - 2a - 4)(x - a)^2 = -2a - 3$ имеет больше отрицательных корней, чем положительных.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x + 2a)^2((x + 2a)^2 - a - a^4) = -a^5$ имеет больше отрицательных корней, чем положительных.

39. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = \sin 2x - 8(a + 1)\sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$ является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = \sin 2x - 8(a + 2)\cos x - (4a^2 + 16a + 6)x$ является убывающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

40. а) Определите знак коэффициента a , если $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $f(-1) < 1$, $f(1) > -1$, $f(3) < -4$.

б) Определите знак коэффициента a , если $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $f(-3) < -5$, $f(-1) > 0$, $f(1) < 4$.

41. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых $\min_{[0; 2]}(4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2) = 3$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых $\max_{[0; 1]}(-x^2 + 2ax - a^2 + 2a - 3) = -2$.

42. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнения $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ имеют по два различных корня, и между корнями одного уравнения нет ни одного корня другого уравнения.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнения $x^2 + 4x + 4a = 0$ и $x^2 + 3x + 6a = 0$ имеют по два различных корня, и между корнями одного уравнения нет ни одного корня другого уравнения.

43. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых квадратичная функция $f(x) = (\cos a)x^2 + (2\sin a)x + \frac{\cos a - \sin a}{2}$ является квадратом линейной функции.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых квадратичная функция

$$f(x) = (\sin a)x^2 + (2 \cos a)x + \frac{\cos a + \sin a}{2} \text{ является квадратом линейной функции.}$$

44. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых область значений функции $y(x) = \frac{\sin x + 2(1-a)}{a - \cos^2 x}$ содержит отрезок $[1; 2]$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых область значений функции $y(x) = \frac{a - \cos x}{2a + \sin^2 x - 1}$ содержит отрезок $\left[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right]$.

45. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех x , принадлежащих отрезку $[2; 4]$ выполнено неравенство $\frac{x - 0,25a}{x - 2a} < 0$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех x , принадлежащих отрезку $[1; 2]$ выполнено неравенство $\frac{x - 2a - 1}{x - a} < 0$.

46. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех x , принадлежащих отрезку $[1; 3]$ выполнено неравенство $(x - 3a)(x - a - 3) < 0$.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для всех x , принадлежащих отрезку $[2; 3]$ выполнено неравенство $(x + 3 - 2a)(x + 3a - 2) < 0$.

47. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы неравенств $\begin{cases} x^2 - 2x \leq a - 1, \\ x^2 - 4x \leq 1 - 4a \end{cases}$ является отрезок длины 1.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы неравенств $\begin{cases} x^2 + 6x + 7 + a \leq 0, \\ x^2 + 4x + 7 \leq 4a \end{cases}$ является отрезок длины 1.

48. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых многочлен $P(x) = x^4 + 2^{\lg a} \cdot x^2 + (\cos a + \cos 2a)x + 2^{\lg a - 2}$ является квадратом квадратного трехчлена от x .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых многочлен $P(x) = x^4 + 2^{\cos a} \cdot x^2 + (\sin a + \operatorname{tg} a)x + 2^{\cos a} - 1$ является квадратом квадратного трехчлена от x .

49. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{\sqrt{2-x}}(4x + a) = 4$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{\sqrt{2-x}} \sqrt{2x + a} = 2$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

50. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x + 2a - 2\sqrt{3ax + a^2} > 0$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x + 2a - \sqrt{3ax + 4a^2} > 0$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

51. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x - 3)(x + 1) + 3(x - 3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}} = (a - 1)(a + 2)$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x+2)(x+4)+5(x+2)\sqrt{\frac{x+4}{x+2}}-(a+2)(a-3)=0$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

52. а) Найдите все целые значения параметра a , при каждом из которых уравнение $5-4\sin^2 x-8\cos^2 \frac{x}{2}=3a$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все целые значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2-2\cos 2x=3a+4\sin x$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a .

53. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $a^2-9^{x+1}-8a\cdot 3^x>0$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $a^2-2\cdot 4^{x+1}-a\cdot 2^{x+1}>0$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

54. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\sqrt{a^2-x^2}>x+1$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\sqrt{1-x^2}<x+a$ имеет хотя бы одно решение, и укажите все решения неравенства для каждого из найденных значений a .

Ответы к упражнениям 2.3

1. **а)** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; **б)** $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$. 2. **а)** $(-5; +\infty)$; **б)** $(-\infty; 1)$. 3. **а)** $[-2; +\infty)$; **б)** $[0,75; +\infty)$. 4. **а)** $(-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [2; +\infty)$; **б)** $(-\infty; -3] \cup \{0\} \cup [3; +\infty)$. 5. **а)** $(-2; 1,5)$; **б)** $(-4; 1,5)$. 6. **а)** $(-4; 2]$; **б)** $(-6; 2]$. 7. **а)** $(-\infty; 3)$; **б)** $(-6; +\infty)$. 8. **а)** $[3; +\infty)$; **б)** $[1; +\infty)$. 9. **а)** $[4; +\infty)$; **б)** $[-3; +\infty)$. 10. **а)** $\frac{3-\sqrt{2a^2-1}}{2}$ при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; $\frac{3 \pm \sqrt{2a^2-1}}{2}$ при $a \in \left(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$; при прочих a корней нет; **б)** $\frac{5-\sqrt{2a^2-1}}{2}$ при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; $\frac{5 \pm \sqrt{2a^2-1}}{2}$ при $a \in \left(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$; при прочих a корней нет. 11. **а)** $(-\infty; +\infty)$ при $a \in [2; +\infty)$; $(-\infty; -\log_5(1+\sqrt{2-a})) \cup [\log_5(1+\sqrt{2-a}); +\infty)$ при $a \in (-\infty; 2)$; **б)** $(-\infty; +\infty)$ при $a \in [3; +\infty)$; $(-\infty; -\log_6(1+\sqrt{3-a})) \cup [\log_6(1+\sqrt{3-a}); +\infty)$ при $a \in (-\infty; 3)$. 12. **а)** $2a-3+\sqrt{3a-2}$ при $a \in (1; +\infty)$; $2a-3 \pm \sqrt{3a-2}$ при $a \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$; при прочих a корней нет; **б)** $2a+3+\sqrt{3a+1}$ при $a \in (0; +\infty)$; $2a+3 \pm \sqrt{3a+1}$ при $a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$; при прочих a корней нет. 13. **а)** $(-1; 5]$; **б)** $(1; 7]$. 14. **а)** $(-\infty; -2-\sqrt{6}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$; **б)** $(-\infty; -2-2\sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$. 15. **а)** $(2; 3]$; **б)** $(10; 15]$. 16. **а)** $[2; +\infty)$; **б)** $(-\infty; 1]$. 17. **а)** $\left(0; \frac{1}{36}\right)$; **б)** $(-0,25; 0)$. 18. **а)** $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{18} + 2\pi k,$

$k \in \mathbb{Z}$; $\frac{13\pi}{18} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 19. а) $-\frac{3+\sqrt{5}}{2}$; -2; 0; б) 0; 2; $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. 20. а) $\left(-1; \frac{9}{16}\right)$; б) $\left(-\frac{9}{16}; 1\right)$. 21. а) (4; 8); б) 8. 22. а) $\{-1\} \cup (1; 3) \cup (4; 6]$; б) $\{1; 2\} \cup [5; 6]$. 23. а) $\left(-\frac{13}{4}; 3\right)$; б) $\left(-\frac{9}{4}; 2\right)$. 24. а) $\{0; 1\}$; б) $\{-1; 1\}$. 25. а) $-3,5 \pm 2\sqrt{2}$; -0,5; 1; б) $\frac{11}{12}$; 1; 3. 26. а) 0; 2; б) $\frac{4}{3}$. 27. а) -2; б) $-\frac{2}{3}$. 28. а) $-\frac{17}{48}$; б) -0,5. 29. а) $\left[\frac{2-3\sqrt{2}}{3}; \frac{2+3\sqrt{2}}{3}\right]$; б) $\left[\frac{5-6\sqrt{7}}{6}; \frac{5+6\sqrt{7}}{6}\right]$. 30. а) $(-\infty; -2,5)$; б) $(-\infty; -1)$. 31. а) $\left\{\frac{3}{2}; \frac{5}{3}\right\} \cup [2; 4)$; б) $\{2; 2,5\} \cup [4; 9)$. 32. а) (5; 7); б) $(-\infty; -2-\sqrt{21}) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$. 33. а) $\{0\} \cup (2+\sqrt{3}; 2+\sqrt{5})$; б) $\{0\} \cup \left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}; \frac{3+\sqrt{15}}{3}\right)$. 34. а) (-6; 7); б) (-8; 7). 35. а) $x=0$ при $a=0$; оба корня положительны при $a \geq 4$; корней нет при прочих значениях a ; б) $x=0$ при $a=0$; оба корня положительны при $a \geq 5$; корней нет при прочих значениях a . 36. а) $[-\sqrt{2}; 1) \cup [\sqrt{2}; +\infty)$; б) $[-\sqrt{3}; 1) \cup [\sqrt{3}; +\infty)$. 37. а) $[1; +\infty)$; б) $[0; +\infty)$. 38. а) $(-\infty; -1)$; б) $(0; +\infty)$. 39. а) $(-\infty; -2-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$; б) $(-\infty; -3-\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}-1; +\infty)$. 40. а) $a < 0$; б) $a < 0$. 41. а) $1-\sqrt{2}; 5+\sqrt{10}$; б) 0,5; $2+\sqrt{2}$. 42. а) $(-\sqrt[3]{36}; -3] \cup (0; \sqrt[3]{918})$; б) $(-\infty; -3] \cup [0; \frac{3}{8})$. 43. а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\arctg(0,5) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\pi - \arctg 2 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 44. а) $\left[\frac{1}{3}; \frac{33}{32}\right]$; б) $[-2; 0) \cup \left(0; \frac{4}{3}\right)$. 45. а) (2; 8); б) (0,5; 1). 46. а) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; б) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$. 47. а) $\{0,25; 1\}$; б) $\{1; 1,75\}$. 48. а) $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 49. а) $4-\sqrt{a+12}$ при $a \in (-8; -3) \cup (-3; +\infty)$; при прочих a корней нет; б) $3-\sqrt{a+5}$ при $a \in (-4; -1) \cup (-1; +\infty)$; при прочих a корней нет. 50. а) $(0; +\infty)$ при $a=0$; $\left(-\frac{a}{3}; 0\right) \cup (8a; +\infty)$ при $a \in (0; +\infty)$; решений нет при $a \in (-\infty; 0)$; б) $(0; +\infty)$ при $a=0$; $\left(-\frac{4a}{3}; -a\right) \cup (0; +\infty)$ при $a \in (0; +\infty)$; решений нет при $a \in (-\infty; 0)$. 51. а) $\left\{1-\sqrt{a^2-2a+5}; 1+\sqrt{a^2+4a+8}\right\}$ при $a \in (-\infty; -2)$; $\left\{1-\sqrt{a^2-2a+5}; 1-\sqrt{a^2+4a+8}\right\}$ при $a \in [-2; 1]$; $\left\{1+\sqrt{a^2-2a+5}; 1-\sqrt{a^2+4a+8}\right\}$ при $a \in (1; +\infty)$; б) $\left\{-3+\sqrt{a^2+4a+5}; -3-\sqrt{a^2-6a+10}\right\}$ при $a \in (-\infty; -2)$; $\left\{-3-\sqrt{a^2+4a+5}; -3-\sqrt{a^2-6a+10}\right\}$ при $a \in [-2; 3]$; $\left\{-3-\sqrt{a^2+4a+5}; -3+\sqrt{a^2-6a+10}\right\}$ при $a \in (3; +\infty)$. 52. а) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $2\pi m$, $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$, при $a=-1$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$, при $a=0$; $\pm \arccos \frac{1-\sqrt{7}}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, при $a=1$; при прочих a корней нет; б) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, πm , $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$,

при $a=0$; $(-1)^{l+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi l$, $l \in \mathbb{Z}$, при $a=1$; $(-1)^{k+1} \arcsin \frac{\sqrt{7}-1}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, при $a=2$; при прочих a корней нет. 53. а) $(-\infty; -2 + \log_3 a)$ при $a \in (0; +\infty)$; $(-\infty; -1 + \log_3(-a))$ при $a \in (-\infty; 0)$; при $a=0$ решений нет; б) $(-\infty; -2 + \log_2 a)$ при $a \in (0; +\infty)$; $(-\infty; \log_3(-a))$ при $a \in (-\infty; 0)$; при $a=0$ решений нет. 54. а) $\left(\frac{-1 - \sqrt{2a^2 - 1}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{2a^2 - 1}}{2} \right)$ при $a \in \left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1 \right]$; $\left(-|a|; \frac{-1 + \sqrt{2a^2 - 1}}{2} \right)$ при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; при прочих a решений нет; б) $\left(\frac{-a + \sqrt{2 - a^2}}{2}; 1 \right]$ при $a \in (-1; 1]$; $\left[-1; \frac{-a - \sqrt{2 - a^2}}{2} \right) \cup \left(\frac{-a + \sqrt{2 - a^2}}{2}; 1 \right]$ при $a \in (1; \sqrt{2}]$; $[-1; 1]$ при $a \in (\sqrt{2}; +\infty)$; при прочих a решений нет.