

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10108

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

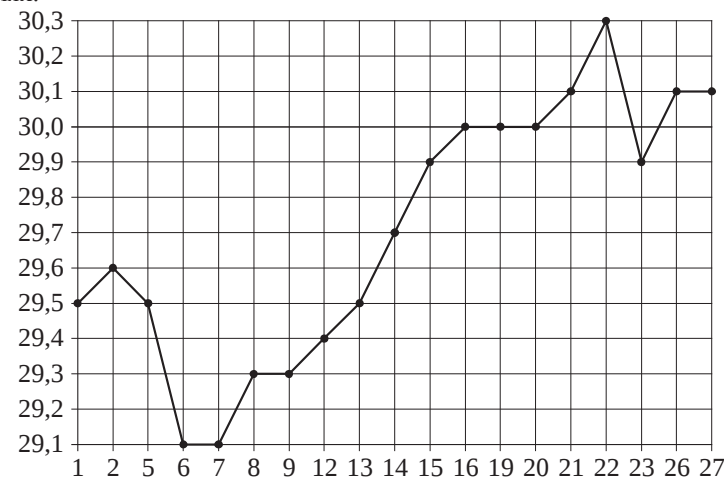
Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

Часть 1

- 1 В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 марта составляли 128 куб. м воды, а 1 апреля — 136 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за март, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 21 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

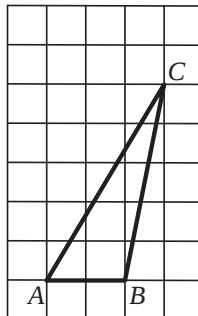
- 2 На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .

Ответ: _____.



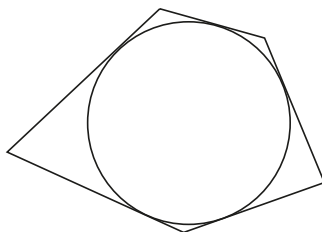
- 4 В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 1080 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{64 - 3x} = 7$.

Ответ: _____.

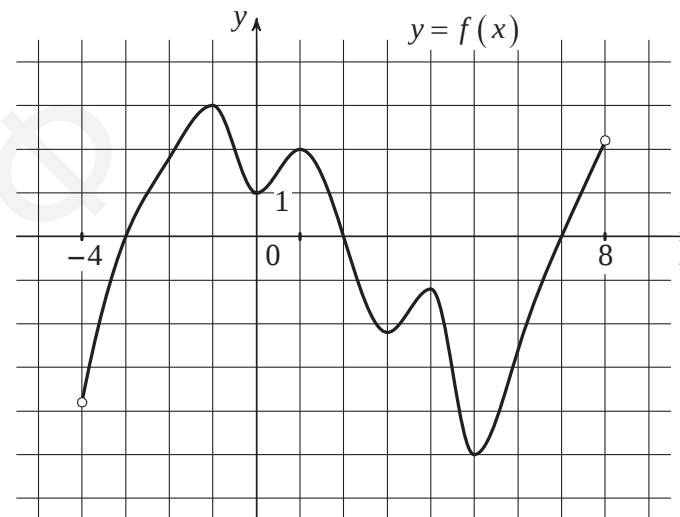
- 6 Около окружности, радиус которой равен 7, описан многоугольник, периметр которого равен 30. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

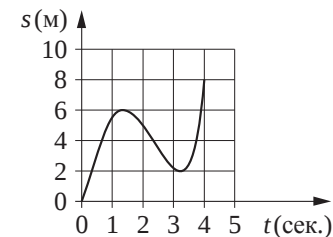
Выполните **ТОЛЬКО ОДНО** из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 18$.



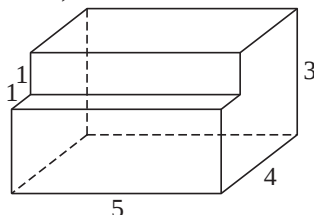
Ответ: _____.

- 7.2 Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}}$ при $b = 7$.

Ответ: _____.

- 10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 122,5 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.

- 12.1 Найдите наибольшее значение функции $y = 7x - 7 \operatorname{tg} x - 4$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_5(x^2 + 4x + 29) - 8$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11 \cos x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.
- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 2 : 3$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 10$.
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $BB_1 C_1$.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.

- 15.1 Решите неравенство $0,5 \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(-x^2 + 5x - 4) \geq 3$.

- 15.2 Решите неравенство $\frac{x}{2x^2 + 12} \leq (1:5)x^{-1}$.

- 16** Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H , точка Q — середина MN .

а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.
б) Найдите KN , если $\angle LKN = 75^\circ$ и $LM = 2$.

- 17** Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + 2x + 5$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

- 18** Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 3, \\ x^2 - |a+2|x - 3a^2 = 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** Известно, что a , b , c , и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{6}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?