

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10107

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

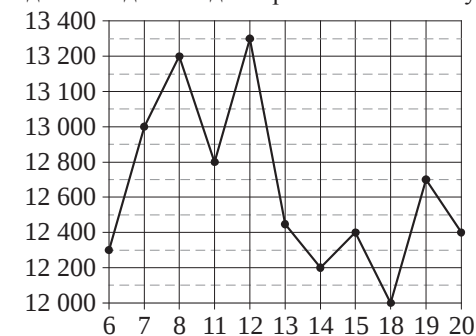
Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

Часть 1

- 1 В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 февраля составляли 142 куб. м воды, а 1 марта — 156 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за февраль, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 22 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

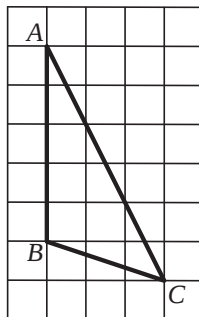
- 2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период. Ответ дайте в долларах США за тонну.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .

Ответ: _____.



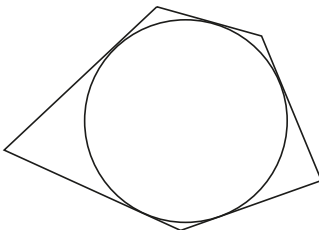
- 4 В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 980 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{51 - 5x} = 6$.

Ответ: _____.

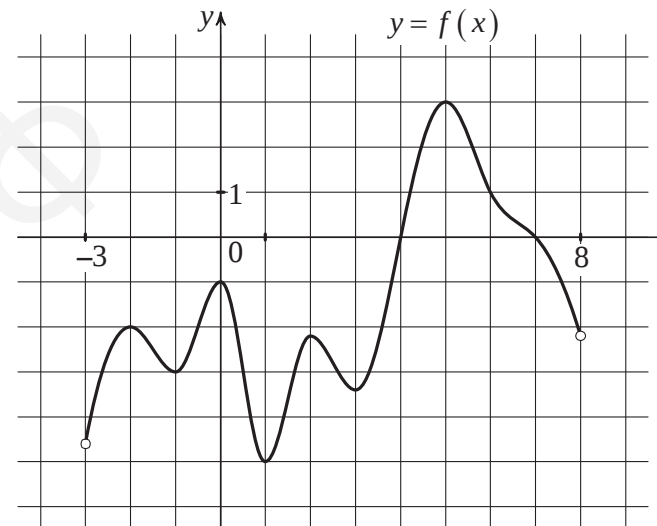
- 6 Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 50. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

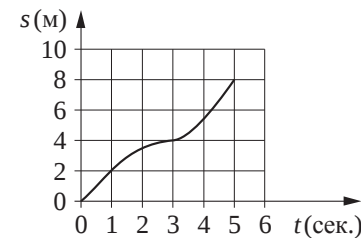
Выполните **ТОЛЬКО ОДНО** из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 1$.



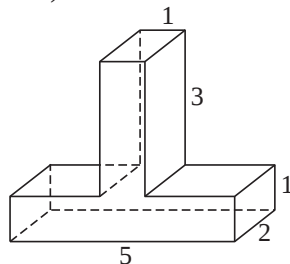
Ответ: _____.

- 7.2 Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{(25b)^{1,5} \cdot b^{0,7}}{b^{2,2}}$ при $b = 5$.

Ответ: _____.

- 10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 44,1 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 12% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.

- 12.1 Найдите наибольшее значение функции $y = 61x - 61 \operatorname{tg} x + 35$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_4(x^2 + 6x + 25) - 5$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13 \cos x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4$, $AD = 2$, $AA_1 = 6$.
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $BB_1 C_1$.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.

- 15.1 Решите неравенство $0,5 \log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(-x^2 + 7x - 10) \geq 3$.

- 15.2 Решите неравенство $\frac{x}{x^2 + 3} \leq (1:4)x^{-1}$.

- 16** Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H , точка Q — середина MN .

а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите KN , если $\angle LKN = 75^\circ$ и $LM = 1$.

- 17** Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

- 18** Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4, \\ x^2 - |a+1|x - 2a^2 = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** Известно, что a , b , c , и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{9}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 8d$?