

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10105

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

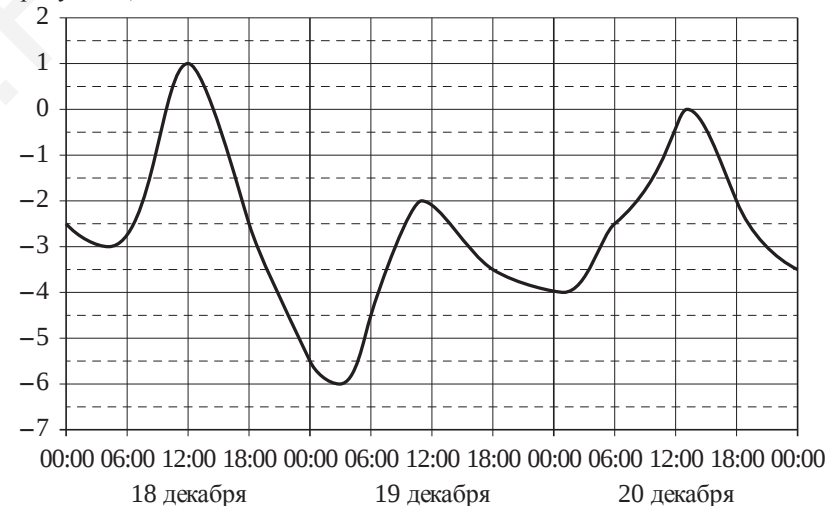
Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

Часть 1

- 1 Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 250 рублей после понижения цены на 25%?

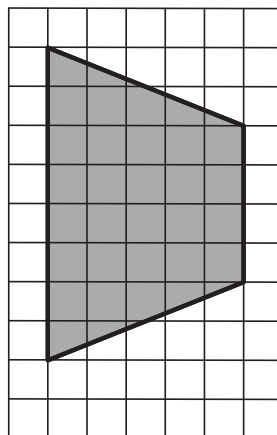
Ответ: _____.

- 2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

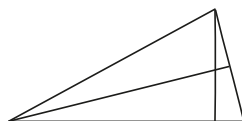
- 5.1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 9$.

Ответ: _____.

- 5.2 Найдите корень уравнения $\sqrt{5x-6} = 7$.

Ответ: _____.

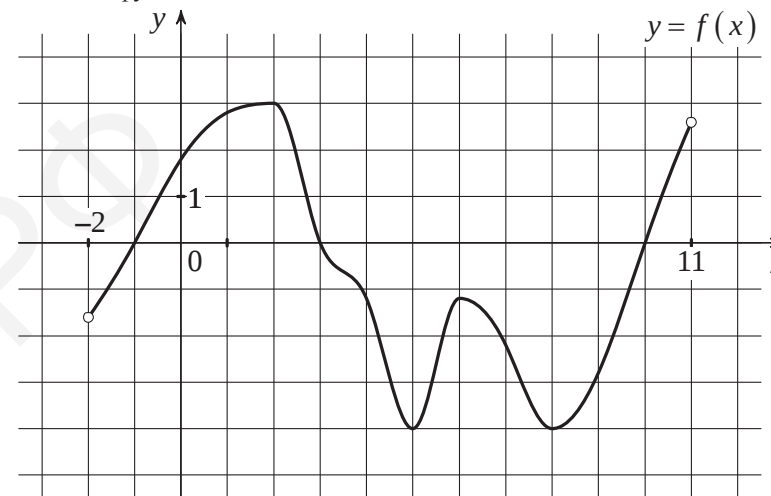
- 6 В треугольнике со сторонами 6 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?



Ответ: _____.

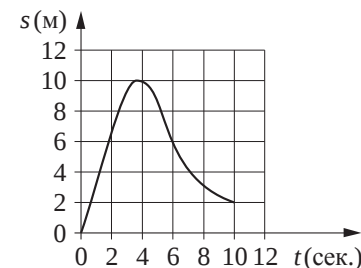
Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



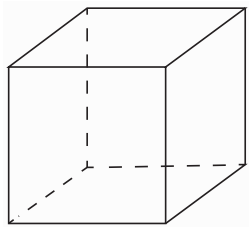
Ответ: _____.

- 7.2 Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: _____.

- 8 Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{37\sin 171^\circ}{\sin 189^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 700$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 500\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300 000 руб.

Ответ: _____.

- 11 Моторная лодка прошла против течения реки 91 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.

- 12.1 Найдите точку минимума функции $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} - 3x + 49$.

Ответ: _____.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = 7^{x^2 + 4x + 5}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4$, $AD = 2$, $AA_1 = 6$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $BB_1 C_1$.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.

- 15.1 Решите неравенство $0,5\log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(-x^2 + 7x - 10) \geq 3$.

- 15.2 Решите неравенство $\frac{x}{x^2 + 3} \leq (1:4)x^{-1}$.

- 16 Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H , точка Q — середина MN .

- а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.
б) Найдите KN , если $\angle LKN = 75^\circ$ и $LM = 1$.

- 17 Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

- 18 Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4, \\ x^2 - |a+1|x - 2a^2 = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19 Известно, что a , b , c , и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{9}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 8d$?