

- 14 Сечением прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , содержащей прямую  $BD_1$  и параллельной прямой  $AC$ , является ромб.
- Докажите, что грань  $ABCD$  — квадрат.
  - Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BCC_1$ , если  $AA_1 = 6$ ,  $AB = 4$ .

Ответ: б)  $\arctg \frac{5}{3}$ .

- 14 Длина диагонали куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна  $3\sqrt{11}$ . На луче  $A_1C$  отмечена точка  $P$  так, что  $A_1P = 4\sqrt{11}$ .
- Докажите, что  $PBDC_1$  — правильный тетраэдр.
  - Найдите длину отрезка  $AP$ .

Ответ: б) 11.

- 14 На рёбрах  $AB$  и  $BC$  треугольной пирамиды  $ABCD$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AM : MB = CN : NB = 1 : 3$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $DA$  и  $DC$  соответственно.
- Докажите, что точки  $P$ ,  $Q$ ,  $M$  и  $N$  лежат в одной плоскости.
  - Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость  $PQM$  разбивает пирамиду.

Ответ: б) 9 : 23.

- 14 На ребре  $SD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  отмечена точка  $M$ , причём  $SM : MD = 1 : 4$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $BC$  и  $AD$  соответственно.
- Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $MPQ$  является равнобедренной трапецией.
  - Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость  $MPQ$  разбивает пирамиду.

Ответ: б) 11 : 14.

- 14 Основанием четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , причём  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{6}$ . Основанием высоты пирамиды является центр прямоугольника. Из вершин  $A$  и  $C$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$  на ребро  $SB$ .
- Докажите, что  $P$  — середина отрезка  $BQ$ .
  - Найдите угол между гранями  $SBA$  и  $SBC$ , если  $SD = 6$ .

Ответ: б)  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{55}}{55}\right)$ .

**14** Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ , а боковая грань  $ACC_1A_1$  является квадратом.

а) Докажите, что прямые  $CA_1$  и  $AB_1$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми  $CA_1$  и  $AB_1$ , если  $AC=1$ ,  $BC=4$ .

Ответ: б)  $\frac{2}{3}$ .

**14** Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Диагонали боковых граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$  равны 15 и 9 соответственно,  $AB=13$ .

а) Докажите, что треугольник  $BA_1C_1$  прямоугольный.

б) Найдите объём пирамиды  $AA_1C_1B$ .

Ответ: б)  $20\sqrt{14}$ .

**14** В треугольной пирамиде  $PABC$  с основанием  $ABC$  известно, что  $AB=13$ ,  $PB=15$ ,  $\cos \angle PBA = \frac{48}{65}$ . Основанием высоты этой пирамиды является точка  $C$ .

Прямые  $PA$  и  $BC$  перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите объём пирамиды  $PABC$ .

Ответ: б) 90.

**14** Основанием прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ ,  $AB=AA_1$ .

а) Докажите, что прямые  $A_1C$  и  $BD$  перпендикулярны.

б) Найдите объём призмы, если  $A_1C=BD=2$ .

Ответ: б)  $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ .