

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Томский государственный педагогический университет

Э.Г. Гельфман, Л.Н. Демидова,
Н.И. Зильберберг, И.Г. Просвинова

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Рабочая тетрадь по математике

5 класс

Томск
Издательство Томского государственного
педагогического университета
2007

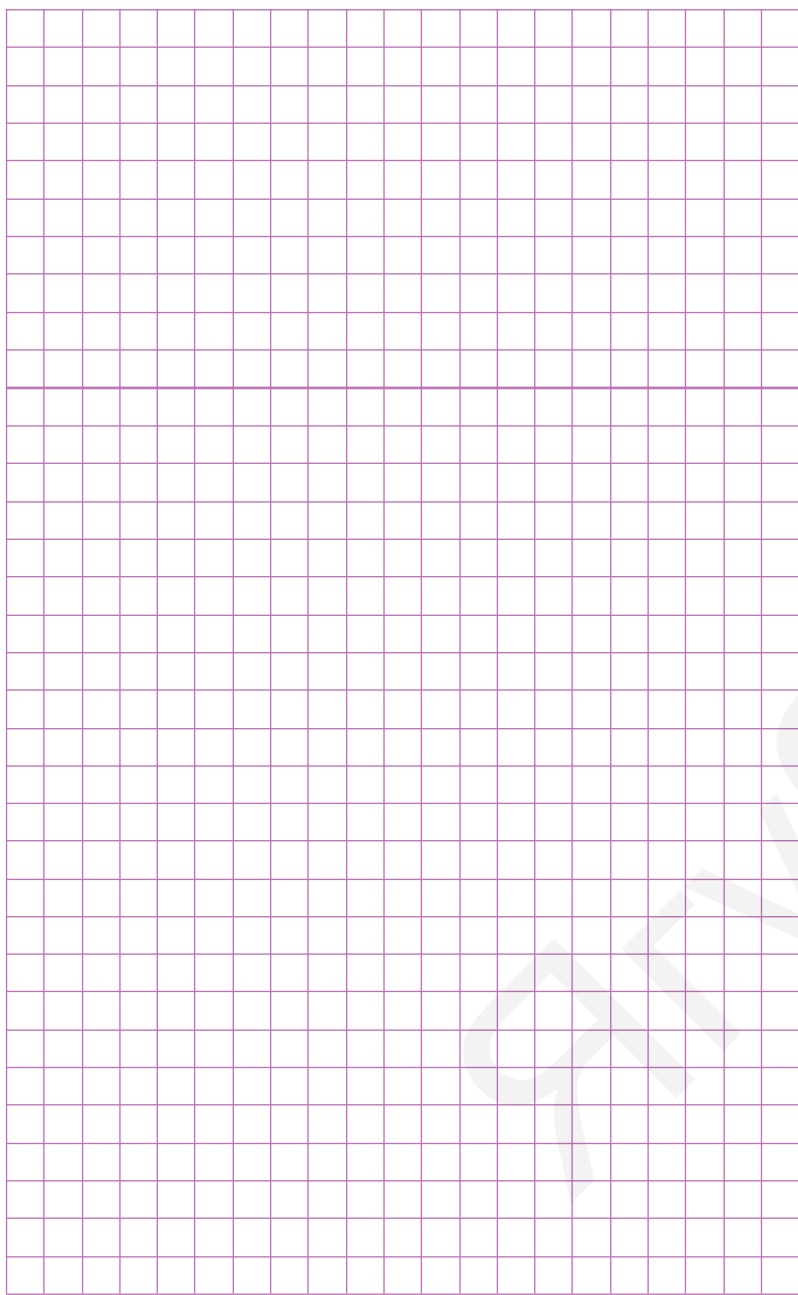
**Гельфман Э.Г., Демидова Л.Н., Зильберберг Н.И., Просви-
рова И.Г.** Натуральные числа: Рабочая тетрадь по матема-
тике. 5 класс. Томск: изд-во Томского государственного пе-
дагогического университета, 2007. 96 с.

Рабочая тетрадь является приложением к развивающему
программному комплексу по математике.

Авторы благодарят за помощь
в подготовке данной тетради: *Е.А. Тимошенко,
А.Г. Подстригич,
И.И. Ващенко,
Е.К. Ячmeneву,
Я.С. Гриншпона*

**При подготовке рабочей тетради
была использована литература**

1. Айзенк Г. Классический IQ тесты. М.: Эксмо, 2006. 192 с.
2. Александрова Э.И. Рабочая тетрадь по математике № 1 (4 класс). М.: Вита, 2005. 32 с.
3. Андронов И.К. Арифметика натуральных чисел. М.: Уч-ПедГиз, 1954. 192 с.
4. Бура М.Н. Математика. 2 кл. Дидактический материал. Томск: Пеленг, 2002. 112 с.
5. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и др. Мате-матика для 5 кл. М.: Мнемозина, 1997. 384 с.
6. Зубарева И.И. Математика. 5 кл.: Рабочая тетрадь № 1. М.: Мнемозина, 2006. 64 с.
7. Игнатъев В.А., Шор Я.А. Сборник арифметических задач повышенной трудности. М.: Просвещение, 1968. 240 с.
8. Киселев А.П. Систематический курс арифметики. Орел: Изд-во орловского ГУ, 2002. 264 с.
9. Гельфман Э.Г., Демидова Л.Н., Лобаненко Н.Б. Математи-ка. 5 кл. Ч. 1. М.: Просвещение, 2004. 320 с.
10. Материалы, предоставленные Звит Мордкович (Израиль).
11. Шевченко И.Н. Учебник для 5 и 6 классов восьмилетней и средней школы. М.: Просвещение, 1966. 216 с.
12. Я иду на урок. 5 класс. Книга учителя. М.: Олимп; Пер-вое сентября, 1999. 352 с.



Дорогой пятиклассник!

Рабочая тетрадь по теме «Натуральные числа» включает три раздела.

Первый раздел состоит из заданий тренировочного характера по темам: позиционная запись натуральных чисел; сравнение и округление; сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел; некоторые признаки делимости чисел.

В заданиях второго раздела рабочей тетради вам предлагается исследовать свойства арифметических действий с натуральными числами.

Здесь же вы встретите задания, содержащие фрагменты из разных учебников и пособий по математике. Выполняя эти задания, вы научитесь приемам работы с научно-популярным текстом.

В третьем разделе мы предлагаем вам познакомиться с одним из видов натуральных чисел – «удачными числами»; поработать над олимпиадными заданиями; выполнить творческие, проектно-исследовательские задания по теме «Натуральные числа».

Свою работу вы можете выполнять последовательно, переходя от раздела к разделу. А можете выбрать понравившийся вам раздел, справиться с ним и получить от этого удовольствие!

Удачи вам в этой работе!

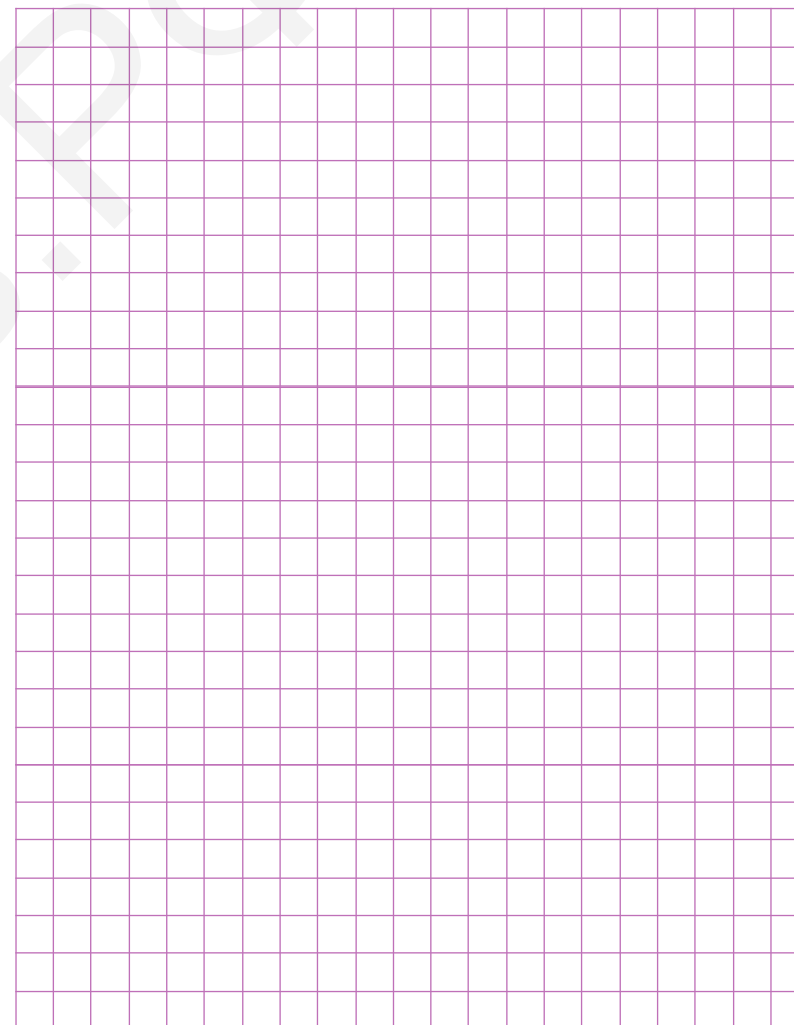
Содержание

Предисловие	3
Раздел I. ПОТРЕНИРУЙТЕСЬ В ДЕЙСТВИЯХ	
НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ	5
Позиционная запись натуральных чисел	5
Сравнение и округление натуральных чисел	8
Названия больших чисел	11
Сложение и вычитание натуральных чисел	14
Умножение и деление натуральных чисел	21
Признаки делимости	33
Проверьте себя. Тестовая работа	37
Раздел II. НАЙДИТЕ СВЯЗИ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ	
В ДЕЙСТВИЯХ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ	
ЧИСЛАМИ	39
Нуль и единица	39
Изменение суммы, разности, произведения,	
частного	41
Порядок в действиях	52
Викторина	56
Из тестов IQ Г. Айзенка	58
РАЗДЕЛ III. ИССЛЕДУЙТЕ СВОЙСТВА	
НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	63
Удачные числа	63
Предлагаем готовиться к олимпиаде	
по математике	80
Творческие задания	89
Литература	95



Твоя страница

Что для вас стало важным, полезным и интересным после изучения этих разделов? Можно использовать схемы, рисунки, написать сочинение и т.д.



Задание 32. Предложите игры с натуральными числами. Ваш проект может называться «Игротека по натуральным числам».

[illegible]

Задание 5. Запишите цифрами число

а) три тысячи пятьдесят

б) сто две тысячи восемьдесят семь

в) четырнадцать миллионов триста

г) двадцать пять сотен

д) восемьсот десятков пять

Задание 6. Заполните пропуски в таблице:

Сотни тысяч	Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Чтение
		2	0	5	3	Две тысячи...
						Семьдесят две тысячи четырееста восемьдесят
1	1	1	0	0	0	
	1	0	1	0	1	
9	9	9	9	0	9	

Задание 15. Подготовьте учебные материалы по теме «Натуральные числа» для учеников, которые испытывают затруднения в этой теме.

Задание 19. Проведите исследование по теме «Натуральные числа и действия с ними в профессиях родителей».

Побеседуйте с родителями о том, как они применяют натуральные числа в своей профессии. Обсудите результаты с одноклассниками. Составьте список вопросов, которые следует уточнить у родителей. Обобщите результаты опросов. Подготовьте сообщение по теме исследования.

Как выиграть в игре «Крестики-нолики»?..

Задание 20. Известная игра в крестики-нолики проходит по обычным правилам. Первые два хода были сделаны (смотрите Таблицу 1). Теперь ход первого (он ставит знак ×). Докажите, что у него имеются такие ходы, при которых он выигрывает независимо от ходов второго.

	×	

Таблица 1

		○
		×

Таблица 2

Задание 21. Вновь выполнены два хода (Таблица 2). Есть ли теперь выигрыш у первого игрока?

Задание 22. Вновь выполнены два хода (Таблица 3). Есть ли теперь выигрыш у первого игрока?

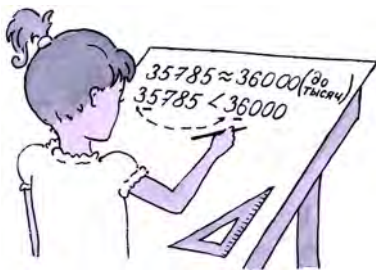
	○	
		×

Таблица 3

	×	

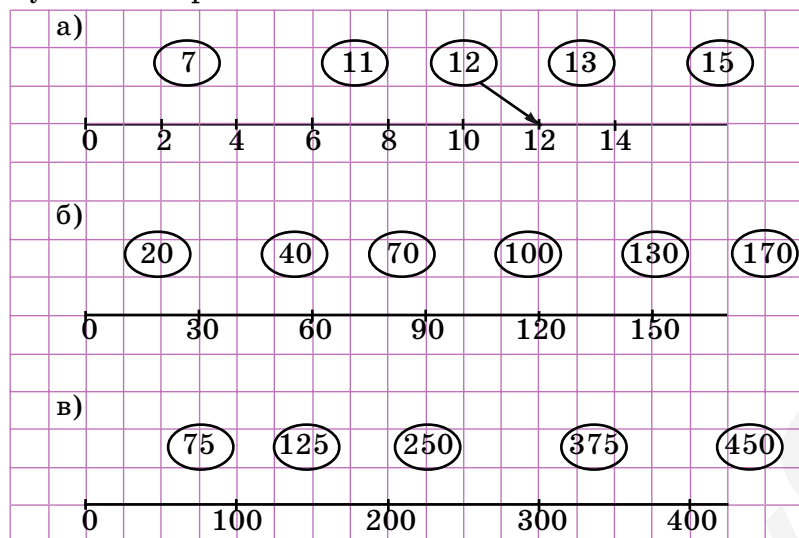
Таблица 4

Задание 23. Первый поставил знак в центр (Таблица 4). Второй утверждает, что он не проиграет в игре. Согласны ли Вы с таким утверждением второго?

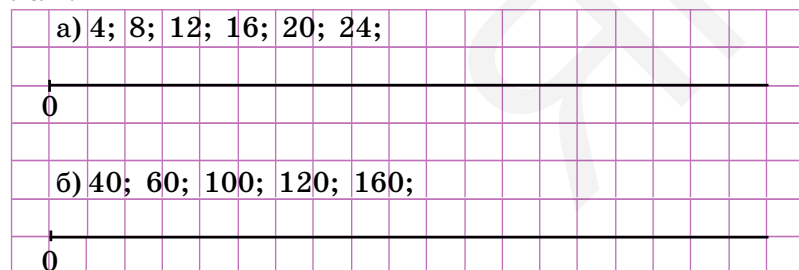


Сравнение и округление натуральных чисел

Задание 9. Покажите стрелками, где на числовом луче вы бы расположили числа:



Задание 10. Изобразите на координатном луче числа. Достройте данный луч так, чтобы он стал числовым лучом. Отметьте на нем точки, соответствующие числам:



ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

В этом разделе Вам предлагаются задания, которые Вы выбираете по своему желанию и в соответствии с Вашими интересами. Выполнение этих заданий требует затрат времени и усилий. На основе результатов, полученных Вами, могут быть подготовлены сообщения на конференции и конкурсы разного уровня. Выполнять задания можно индивидуально или с другими учениками; под руководством учителя, другого специалиста, консультанта или полностью самостоятельно.

Задание 1. Изучите и оформите материал по истории записи натуральных чисел.

Задание 2. Попробуйте сочинить сказки, в которых фигурируют числа.

Задание 3. Если у Вас есть возможность работать на компьютере, то подготовьте презентацию по теме «Натуральные числа».

Задание 4. Найдите числа-экспонаты для кунсткамеры натуральных чисел. Например, рассмотрите числа 13 и 64. Их сумма равна 77. Переставьте местами цифры в каждом из этих чисел. Получим 31 и 46. Сумма этих чисел тоже равна 77. Много ли таких двузначных чисел? Определите условие, которому должны удовлетворять цифры двузначных чисел, чтобы для них выполнялось такое свойство. Можно ли найти трехзначные числа с аналогичным свойством? Найдите другие числа, которые Вы бы поместили в кунсткамеру натуральных чисел.

Задание 30. Исследуйте числа, которые нельзя ставить с единицей; с двойкой и т.д.

0

a)

40 60 80

6)

A horizontal number line with three major tick marks labeled 15, 30, and 45. There are also two minor tick marks between each major tick mark, dividing each 15-unit interval into three 5-unit intervals.

B)

125	200	275
-----	-----	-----

а)	60	и	80
----	----	---	----

б)	30	и	45
----	----	---	----

в) 125 и 275

a)

16

б)

60

Задание 13. Отметьте на координатном луче точку, соответствующую натуральному числу, если известно, что оно расположено между числами:

а) 1380 и 1390.



Сколько таких точек можно отметить?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

б) 350 и 1350.



Сколько таких точек можно отметить?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Продолжите предложение:

«Чтобы вычислить, сколько натуральных чисел расположено между двумя данными натуральными числами, нужно

Задание 14. Округлите число 14548

а) до десятков;

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

б) до сотен;

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

в) до тысяч;

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

г) до десятков тысяч.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Указания к задачам для подготовки к олимпиаде

Задание 1. Представьте выражение в виде

$$(1 + 2006) + (2 + 2005) + \dots + 2007.$$

Задание 2. Найдите наименьшее число, запись которого состоит только из единиц, делящееся на 37. Используя найденное число, распишите число из условия задачи.

Задание 3. Подумайте, на какое число надо умножить трехзначное число, чтобы получить два одинаковых трехзначных числа, записанных друг за другом.

Задание 4. Переберите варианты, каким днем недели является первое число месяца.

Задание 5. Внимание: не говорится, ровно 30 дней!

Задание 8. Разберите два случая, когда все цифры одинаковы и когда одна из цифр отличается от трех остальных. Во втором случае отличающаяся цифра может стоять на любой из четырех позиций.

Задание 10. Для сокращения перебора определите, каким может быть количество монет в 5 сольдо.

Задание 12. Убедитесь, что количество новых банков должно делиться на три.

Задание 13. Могут ли Николай и Петр быть родственниками?

Задание 14. Подумайте, какой должна быть первая цифра, чтобы получить наименьшее или наибольшее число.

Задание 16. Нужно использовать дробные числа.

Задание 17. Исходя из первой и последней цифр суммы, определите значение Д и четность А. Потом примените перебор.

Задание 18. Используйте такие числа x , y и z , чтобы цифры a , b и c сохранились в записи числа $ax + by + cz$.

Задание 19. Команды могут сыграть не менее трех и не более пяти партий. Результаты игры удобно записывать в виде числа, каждая цифра которого указывает, первая или вторая команда выиграла данную партию.

Задание 25. Существует ли такое натуральное число, произведение цифр которого равно 2007?

Задание 26. В одном ящике лежало 2 белых шара, в другом — 2 черных, в третьем — один белый и один черный шары. На каждом ящике висела табличка, указывающая его состав:

Б Б

Ч Ч

Б Ч

Шутник перевесил таблички так, что теперь каждая табличка неправильно указывает состав урны. Как, вынув один шар, определить состав каждой урны?

Задание 27. Между Витей, Петей и Колей состоялась беседа.

Витя: У Мити больше 500 книг.

Коля: Нет, у Мити книг меньше.

Петя: Одна книга у Мити наверняка есть.

Если известно, что только одно из высказываний истинно, то сколько же книг у Мити?

Задание 28. В ящике лежат шары: 7 красных, 5 зеленых и 2 синих. Какое минимальное количество шаров нужно вынуть (не заглядывая в ящик), чтобы среди них обязательно были:

- а) шары двух разных цветов;
- б) шары трех разных цветов;
- в) два шара одного цвета?

Задание 29. Перед вами 7 чемоданов. Вам даны 7 разных ключей, каждый из которых подходит только к одному из чемоданов. Неизвестно только, какой ключ подходит к какому чемодану. Какого наименьшего количества попыток точно хватит для определения ключей ко всем чемоданам?

Задание 30. Можно ли расположить числа 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел не делится ни на 3, ни на 5, ни на 7?

Задание 15. До какого разряда проведено округление данного числа:

а)	13539	≈	14000	(до									);
б)	1435	≈	1000	(до									);
в)	2056	≈	2100	(до									);
г)	16205	≈	16210	(до									);
д)	9999	≈	10000	(до									).

Задание 16. Предлагаем вам отрывок из текста, который можно найти в энциклопедии «Аванта плюс».

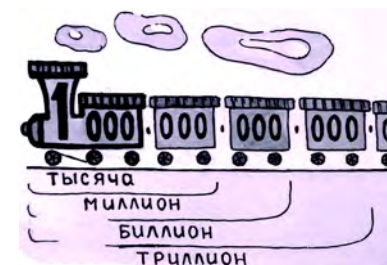
Названия больших чисел

Число 2 немец произнесёт как «цвай» (пишется zwei), англичанин — как «ту» (two). А вот число 1 000 000 и русский, и немец, и англичанин назовут одинаково — миллион.

Любопытна история числительного «миллион». В 1271 г. венецианский купец Марко Поло отправился в далёкий и загадочный Китай. Путь в Китай лежал через многие страны. Вернувшись домой почти через четверть века, он не переставал восторгаться увиденными чудесами. В его речи то и дело слышалось: «Миллионе... миллионе». Слово «mille» («тысяча») было известно ещё в Древнем Риме. Словечко «миллионе», которым отважный путешественник называл тысячу тысяч, прочно пристало к Марко Поло. Современники прозвали его Марко Миллионе.

Слово «миллиард» для названия числа 1 000 000 000 имеет французское происхождение. Его синоним — «биллион». Приставка «би-» по-латыни означает «двойной» — к тысяче как бы присоединяются два «вагончика» по три нуля. Далее названия чисел образуются от латинских наименований количества таких «вагончиков», прицепляемых справа:

1 000 — тысяча,



1 000 000 — миллион,
1 000 000 000 — миллиард,
1 000 000 000 000 — триллион,
1 000 000 000 000 000 — квадриллион,
1 000 000 000 000 000 000 — квинтиллион.

Названия чисел вплоть до 10^{63} с 21 «вагончиком» приведены в таблице в конце статьи. Заметьте, что количество «вагончиков» на единицу больше латинского числа, звучащего в названии. Ведь «состав» начал формироваться не с «тепловоза» — единички, а от сцепки «тепловоза» с одним «вагончиком» — тысячи.

Названия больших чисел привлекают внимание математиков и в наши дни. Профессор Станфордского университета (США) Дональд Э. Кнут посчитал, что в традиционных системах названия для чисел «расходятся» слишком расточительно. Представим на минутку, что мы умеем называть только числа в пределах от 1 до 100. Уже этого небольшого багажа знаний достаточно, чтобы поименовать все числа от 1 до 9999. Последнее число можно назвать «девянсто девять сотен девянсто девять». Точно так же, если вслед за древними греками число 10 000 называть «мириадой», далее уже можно поименовать все числа от 1 до 10^8 . Например, число 9999 9999 назовём «девянсто девять сотен девянсто девять мириад девянсто девять сотен девянсто девять».

Следующим по необходимости названным числом должно быть 10^8 . Д.Э. Кнут предлагает для него название «милльон». «Однокоренные слова, например «милльонер» — обладатель милльонного состояния, также были бы удобны в обращении», — отмечает он. Действуя точно так же и далее, мы каждый раз будем давать новое название числу, представляющему собой квадрат предыдущего именованного числа. Любопытно, что близкая идея — при образовании нового именованного числа «брать столько по столько» — встречается в старинной нумерации славян (см. статью «Старинные системы записи чисел»),

Задание 20. Четырьмя горизонтальными и четырьмя вертикальными линиями квадрат разбили на 16 маленьких одинаковых квадратиков. Потом, начиная с правой верхней вершины, по линиям разрезали на две равные фигуры. Сколькими способами можно осуществить это разрезание?

Задание 21. Витя задумал число, прибавил к нему 9, разделил результат сложения на 8, умножил на 4, отнял 7, умножил на 2 и получил 10. Какое число задумал Витя?

Задание 22. (Старинная задача.) Три брата попросили хозяйку приготовить на ужин картофель. Пока хозяйка варила картофель, братья уснули; через час проснулся старший брат и, увидев на столе картофель, разделил его на три равные части, съел свою долю и опять заснул; через некоторое время проснулся второй и, не зная, что старший брат уже ел картофель, тоже разделил картофель, съел свою долю и заснул; наконец, проснулся младший брат и сделал то же, что и старшие братья. Когда старший брат опять проснулся, то разбудил своих братьев, и тогда все выяснилось. Оставшиеся 8 картофелин поделили между собой средний, и младший братья. Сколько из оставшихся 8 штук картофеля взял средний и сколько взял младший брат?

Задание 23. В стакан поместили амёбу. Через минуту произошло размножение делением, и их стало две. Ещё через минуту их стало 4, ещё через одну минуту — 8 и т.д. Через 120 минут стакан наполнился доверху. Через сколько минут наполнится стакан, если изначально поместить в стакан четыре амёбы?

Задание 24. Сколькими нулями оканчивается произведение чисел:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100?$$

в) вычеркните 100 цифр так, что оставшееся число было наименьшим;

г) вычеркните 100 цифр так, оставшееся число было наибольшим.

Задание 15. В числовом выражении

$$10 - 10 : 2 + 3$$

можно ли расставить скобки так, чтобы получилось:

а) значение, равное 0;

б) значение, равное 8;

в) значение, равное 2?

Задание 16. С помощью четырех чисел 5, 5, 5 и 1, а также знаков арифметических действий и скобок составьте числовое выражение, значение которого равнялось бы 24.

Задание 17. Расшифруйте числовой ребус.

$$\begin{array}{r} + \quad \text{У Д А Р} \\ \quad \text{У Д А Р} \\ \hline \text{Д Р А К А} \end{array}$$

Здесь одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

Задание 18. Кощей Бессмертный, захвативший царевну, предложил Ивану Царевичу такую задачу. Кощей задумает три цифры a , b и c . Иван Царевич называет три числа x , y и z . Кощей сообщает Ивану число $ax + by + cz$. Ивану после этого предстоит назвать a , b и c . Если он правильно назовет цифры, то Кощей отпустит царевну. Удастся ли Ивану освободить царевну?

Задание 19. При игре в волейбол победа присуждается команде, выигравшей три партии. Сколько существует различных вариантов прохождения игры?

а ещё раньше — в арифметических исследованиях Архимеда.

Размышляя о способах обозначения больших чисел, Кнут в 1977 г. построил систему математических символов, с помощью которой впоследствии была оценена самая большая из когда-либо встречавшихся в математических доказательствах констант — так называемое число Грэхема. Из-за своей необыкновенной громоздкости оно не может быть выражено иначе как посредством особых описательных конструкций. Вот здесь и пригодилась 64-уровневая система символов, предложенная Кнутом. Этот результат занимает подобающее ему почётное место в Книге рекордов Гиннеса.

В заключение нельзя не упомянуть о таких «внесистемных» названиях чисел, как «гугол» — для числа 10^{100} и «гуголплекс» — для числа 10 в степени «гугол»: $10^{10^{100}}$. Однажды американский математик Эдвард Каснер стал подыскивать короткое и запоминающееся слово для названия числа 10^{100} . Он спросил своего девятилетнего племянника, как бы он назвал это число, и тот ответил: «Гугол».

1. Прочитайте еще раз текст и расставьте по тексту значки:

«V» — это я уже знал,

«+» — это для меня новое знание,

«-» — с этим я не согласен,

«?» — это я не понял, или хочу узнать больше.

2. Сравните и обсудите с одноклассниками получившиеся варианты маркировки текста.

3. Заполните таблицу. Делайте краткие записи.

V	+	—	?

В других книгах найдите информацию, которая позволит вам ответить на появившиеся вопросы.



**Сложение
и вычитание
натуральных чисел**

Задание 17. На страницах учебника «Математика 5». Часть 1. Серия «Математика. Психология. Интеллект» один из героев предлагает такую задачу:

«В коллекции одного Хемуля было 2865 натуральных чисел и 3147 десятичных дробей. Сколько всего чисел в коллекции, то есть сколько будет $2865 + 3147$?»

Задачу Хемуля решили в таблице разрядов.

Задание 7. Докажите, что в любом году найдется 13-е число месяца, приходящееся на пятницу.

Задание 8. Сколько существует четырехзначных чисел, содержащих три одинаковые цифры?

Задание 9. Сколько существует четырехзначных чисел, содержащих две различные пары одинаковых цифр?

Задание 10. У кота Базилио есть монеты в 3 и 5 сольдо. Перечислите все способы, которыми он может выплатить доктору Дуремару сумму в 78 сольдо без сдачи.

Задание 11. Во дворе гуляли куры и овцы. Всего 10 голов и 30 ног. Сколько кур и овец гуляло во дворе?

Задание 12. В некотором государстве было 16 банков. С момента перестройки общества все захотели стать банкирами. По закону можно было открыть новый банк только путем деления уже существующего банка на 4 новых. Через некоторое время министр финансов сообщил президенту, что в стране действует 2007 банков. После этого президент уволил министра финансов за некомпетентность. Почему был уволен министр?

Задание 13. Николай с сыном и Петр с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько же рыб, сколько его сын, а Петр — втрое больше, чем его сын. Всего поймали 25 рыб. Сколько рыб поймал Николай?

Задание 14. Записали в строчку одно за другим натуральные числа от 1 до 60:

12345689101112131415161718...5960.

Из полученного числа:

а) вычеркните 10 цифр так, что оставшееся число было наименьшим;

б) вычеркните 10 цифр так, что оставшееся число было наибольшим;

Заметим, что требуется закончить перебор. Дело в том, что могут быть и другие подходящие варианты.

Пусть $x = 8$. Тогда $y = 2,5$ – такое значение y не удовлетворяет условию задачи.

Значение $x = 9$ также не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 32 года.

Решение этой задачи показало, что иногда можно использовать **перебор**. Но для этого сначала нужно провести некоторые рассуждения, которые позволят так спланировать перебор, чтобы число рассматриваемых вариантов было невелико. Действительно, в рассмотренной задаче можно было просто перебирать все годы рождения, начиная с 1900 года. Очевидно, что такое решение было бы очень долгим и громоздким.

Задание 1. Делится ли на 2007 сумма чисел

$$1 + 2 + 3 + \dots + 2006 + 2007?$$

Задание 2. Делится ли число 11111...11 (2004 единицы в записи) на 37?

Задание 3. Запишите произвольное трехзначное число и припишите к нему еще раз это же число. Делится ли полученное шестизначное число на 13? Что получится, если полученное число разделить сначала на 13, потом на 11 и потом на 7?

Задание 4. Три четверга некоторого месяца припали на даты, являющиеся четными числами. Каким днём недели было 18-е число этого месяца?

Задание 5. Сколько месяцев в году содержат 30 дней?

Задание 6. В январе некоторого года было ровно 4 вторника и 4 субботы. Каким днем недели было 25-е число этого месяца?

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
2	8	6	5
3	1	4	7
1	1	1	1
6	0	1	2

Пять единиц плюс семь единиц будет двенадцать единиц. Две оставим в разряде единиц, а один десяток перейдет в разряд десятков.

Шесть десятков плюс четыре десятка будет десять десятков да еще один десяток, что из единиц набрался. Всего одиннадцать десятков. Один десяток оставим в разряде десятков, а десять десятков (одна сотня) перейдут в разряд сотен и так далее.

— Это надо же! — удивился Муми-тролль. — Такие большие числа, а чтобы сложить их, надо всего-то уметь складывать 5 да 7, 6 да 4 и так далее.

— Ты абсолютно прав, друг мой, — произнес Ондатр, — сложение многозначных чисел сводится к сложению однозначных.

— А как приучиться быстро находить суммы однозначных чисел? — задумчиво спросил Снусмумрик, любивший все дела доводить до конца.

— Тут может помочь таблица сложения, — вспомнил собственные упражнения в сложении Муми-папа.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

— О-хо-хонюшки, — сказала Муми-мама, — для сложения маленьких чисел нужно учить наизусть таблицы сложения, а чтобы сложить большие числа, нужно каждый раз сооружать таблицу разрядов.

— Таблицу можно видеть, — заметил Ондатр, — так сказать, в уме. Тогда и получится краткая запись столбиком:

$$\begin{array}{r} + 2865 \\ 3147 \\ \hline 6012 \end{array}$$

В этой записи цифры одних и тех же разрядов находятся в одном вертикальном столбце.

— А почему мы складываем только с правой стороны: сначала единицы, потом десятки, сотни и так далее? — спросил Муми-тролль.

— Не волнуйся, — ответил Муми-папа, — можно складывать и с левой стороны, то есть высшие разряды чисел.

Например:

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 58 \\ \hline 97 \\ 10 \end{array}$$

4 десятка плюс 5 десятков будет 9 десятков. Подпишем под десятками ниже черты. Теперь 9 единиц плюс 8 единиц будет 17 единиц. Конечно, из них 7 единиц запишем в разряд единиц, но как поступить с оставшимися десятью единицами? Ведь нужно перевести в разряд десятков. Зачеркнем 9, а ниже подпишем 10. Результат читаем слева направо.

Попробуй, Хемуль, сложи «слева» числа 2865 и 3147.

(Дорогой читатель, помоги Хемулю проделать эту работу.)

раст равен сумме цифр года рождения. Получаем $2003 - 2000 - x = 2 + 0 + 0 + x$. Решим уравнение: $x = 0,5$. Но цифра не может быть дробной! Следовательно, найденное решение не удовлетворяют условию задачи.

Теперь рассмотрим второй случай.

Пусть x — предпоследняя, а y — последняя цифры года рождения. Так как предпоследняя цифра числа указывается количество десятков, содержащихся в данном числе, а последняя — количество единиц, то год рождения человека из условия задачи можно записать так: $1900 + 10x + y$. В 2003 году ему исполнилось $2003 - 1900 - 10x - y$ лет. Имеем уравнение:

$$2003 - 1900 - 10x - y = 1 + 9 + x + y.$$

Преобразуем это уравнение: $93 = 11x + 2y$.

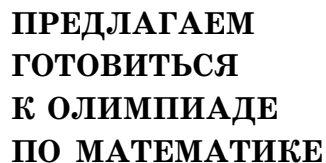
В отличие от предыдущего случая, мы получили уравнение не с одной, а с целыми двумя переменными. И Вы будете совершенно правы, воскликнув: «Нас не учили решать такие уравнения!» Но раз мы не умеем находить сразу две переменные, то давайте попробуем найти хотя бы одну из переменных, например, $y = (93 - 11x) : 2$. Как действовать дальше? Если бы кто-то подсказал нам значение x , то, выполнив вычисления, мы легко нашли бы и y . К сожалению, значение x нам неизвестно. Но зато мы знаем, что x — это предпоследняя цифра числа, большего или равного 75. Поэтому x может принимать только такие значения: 7, 8 или 9.

В такой ситуации имеет смысл выполнить перебор.

Пусть $x = 7$. Тогда $y = (93 - 77) : 2 = 8$. Получили, что человек родился в 1978 году. Проверим.

В 2003 году ему было $2003 - 1978 = 25$ лет. И сумма цифр года рождения равна $1 + 9 + 7 + 8 = 25$. Видим, что 1978 год рождения удовлетворяет условию задачи. Определим возраст этого человека в 2010 году:

$$2010 - 1978 = 32 \text{ года.}$$



Пусть x — последняя цифра года его рождения. Тогда человек родился в $2000 + x$ году. В 2003 году ему было $2003 - 2000 - x$ лет. По условию этот воз-

Two 4x4 magic squares are shown. The left square has a center of 53+ and the right square has a center of 106+. Both squares are constructed from two 2x2 blocks of 2x2 squares, with diagonal lines connecting the corners of the outer squares.

54			
1	6		
9		7	
47	50	48	12

115			
14	9		
98		194	
73	94	18	75

Задание 20. Заполните таблицу, выполнив сложение:

⊕	17	38	26	40
44				
56				
73				
85				

Задание 21. Впишите в «окошки» пропущенные числа:

- а) $135 - 78 = \square$, б) $1357 - 187 = \square$,
 $78 + \square = \square$; $187 + \square = \square$;
 в) $3680 - 220 = \square$, г) $8313 - 3763 = \square$,
 $220 + \square = \square$; $3763 + \square = \square$.

Задание 22. Выполните вычитание натуральных чисел:

Группа А

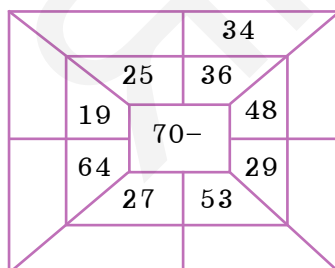
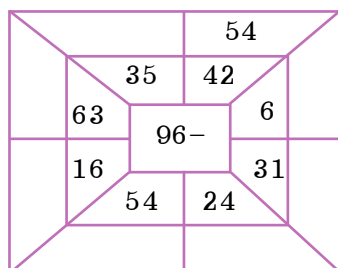
<u> 764 </u>	<u> 898 </u>	<u> 1138 </u>	<u> 3676 </u>	<u>14999 </u>	<u> ... </u>
<u> 242 </u>	<u> 173 </u>	<u> 104 </u>	<u> 2456 </u>	<u> 1924 </u>	<u> ... </u>

Группа Б

<u> 675 </u>	<u> 898 </u>	<u> 1135 </u>	<u>11300 </u>	<u>14090 </u>	<u> ... </u>
<u> 36 </u>	<u> 179 </u>	<u> 229 </u>	<u> 2456 </u>	<u> 989 </u>	<u> ... </u>

Выясните, чем отличается группа А от группы Б?
 Дополните в каждую группу по одному примеру.

Задание 23. Вычислите:



Задание 3. Пусть даны два удачных числа. Будет ли удачным числом:

- а) сумма этих чисел;
 б) разность этих чисел?

Назовем натуральное число **почти удачным**, если цифры числа можно разбить на две группы так, что суммы цифр в группах либо совпадают, либо отличаются на 1.

Задание 4. Какие из чисел 124; 2561; 1344; 2159; 2160 являются почти удачными?

Задание 5. Существует ли почти удачное число, которое не является удачным числом?

Задание 6. Могут ли быть два последовательных почти удачных числа?

Задание 7. Могут ли быть три последовательных почти удачных числа?

Задание 8. Могут ли быть четыре последовательных почти удачных числа?

Задание 9. Какой может быть сумма цифр почти удачного числа?

Задание 10. Предложите задание, в котором фигурируют почти удачные числа, сумма цифр которых не больше 3 и которые содержат не более четырех цифр в записи.

Из выражений выберите те, которые отвечают на вопрос задачи. Найдите их значения.

[illegible]

[illegible][illegible]

а) $27364 + \square = 27374$;
 б) $27364 + \square = 28364$;
 в) $27364 + \square = 37364$;
 г) $27364 + \square = 27365$;
 д) $27364 + \square = 27464$.

а) $29421 - 1825$ ☐ $26924 - 1825$;
 б) $17204 + 3230$ ☐ $14727 + 3230$;
 в) $13741 - 271$ ☐ $13741 + 271$;
 г) $54320 - 450$ ☐ $54320 - 672$;
 д) $5000 + 75000$ ☐ $70000 + 10000$;
 е) $65015 - 15015$ ☐ $60015 - 10015$.

[illegible][illegible]

Ответы к отдельным заданиям раздела

Задание 2. Всего чисел 6. Их сумма 13332. Делителями суммы являются: 2, 3, 11, 101.

a) 1214, 1241, 1232, 1223;
б) 2321, 2312.

Все такие удачные числа, состоящие из разных цифр: 2213, 2231, 2204, 2240, 1124, 1142.

Двенадцать удачных чисел, получаемых перестановкой цифр числа вида аабв: 2213, 2231, 2123, 2132, 2312, 2321, 1223, 1232, 1322, 3122, 3212, 3221.

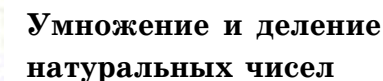
Задание 5. Таких чисел 24, они состоят из цифр $\{1, 3, 4, 0\}$.

[illegible][illegible][illegible][illegible]

1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10; ... 17) 34; 18) 36.

[illegible][illegible]

76



Умножение натуральных чисел и его свойства

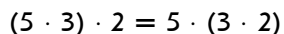
Сумму, в которой все слагаемые равны друг другу, записывают короче: вместо $25 + 25 + 25$ пишут $25 \cdot 3$. Значит, $25 \cdot 3 = 75$. Число 75 называют **произведением** чисел 25 и 3, а числа 25 и 3 называют **множителями**.

Множитель	Множитель	Произведение
25	3	75
m	n	$m \cdot n$

Произведения $7 \cdot 4$ и $4 \cdot 7$ равны одному и тому же числу 28 (рис. 46).

$$7 \cdot 4 = 4 \cdot 7$$

рис. 46



2. Чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение умножить на второй множитель.

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Когда в записи произведения нет скобок, умножение выполняют по порядку слева направо.

2213;	2204;	1124;
-------	-------	-------

Задание 6. Сформулируйте и решите задачи с удачными числами, содержащими не более четырех цифр и имеющими сумму цифр, равную 6.

Задание 7. Найдите сумму S_6 всех удачных чисел, содержащих ...
Найдите делители числа ...

Задание 8. Найдите наибольший общий делитель сумм S_2 , S_4 , S_6 .

Задание 9. Всегда ли сумма (разность) двух удачных чисел является удачным числом?

Сформулируйте другие вопросы, связанные с действиями над удачными числами.



Продолжаем исследование удачных чисел

Очевидно, что если абвг — удачное число, то любое натуральное число, полученное из исходного числа абвг путем перестановки цифр, будет тоже удачным.

1. Подчеркните в тексте самые важные слова (их еще называют ключевыми словами).

2. Составьте, используя ключевые слова, предложения, отражающие смысл этого раздела учебника.

Задание 29. а) Впишите пропущенные цифры:

$\begin{array}{r} \times 982 \\ 13 \\ \hline + \dots \\ \hline \dots \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 982 \\ 103 \\ \hline + \dots \\ \hline \dots \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 980 \\ 27 \\ \hline + \dots \\ \hline \dots 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 980 \\ 270 \\ \hline + \dots \\ \hline \dots 00 \end{array}$
---	--	---	---

б) Выполните умножение натуральных чисел:

$16 \cdot 534;$	$93 \cdot 504;$	$930 \cdot 504$



Делители удачных чисел

Напомним, что натуральное число аб...е называли **удачным**, если цифры этого числа можно разбить на две группы, суммы цифр в которых равны.

Доказано такое утверждение: сумма цифр удачного является четным числом.

В этом разделе предлагаем новые задания с удачными числами.

Задание 1. Каждое из удачных чисел соедините с соответствующими группами цифр:

[illegible]

Задание 2. Рассмотрите два числа 4509 и 4510. Какими свойствами обладают эти числа?

[illegible]

Проверьте правильность ответов на вопросы.

1. Эти числа являются удачными.
2. Сумма цифр этих чисел равна 18 и 10.

Задание 3. Запишем все удачные числа, для записи которых используется не более четырех цифр, и имеющие сумму цифр 2:

11; 101; 110; 1100; 1010; 1001.

Сумма этих чисел равна $S_9 = 3333$.

Найдите делители числа 3333.

[illegible]

Примѣръ 3. 57000×3200 .

$$\begin{array}{r} 57000 \\ \times 3200 \\ \hline 114 \\ 171 \\ \hline 182400000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57000 \\ \times 3200 \\ \hline 114 \\ 171 \\ \hline 182400000 \end{array}$$

1. Считает ли А.П. Киселев важным для правильного умножения способ записи «в столбик» чисел, оканчивающихся нулем? Важно ли это для вас?

2. Сколько случаев умножения чисел, оканчивающихся нулями, рассмотрено в тексте? Какие случаи не рассмотрены? Впишите их.

[illegible]

3. Содержит ли текст правила? Сколько правил? Составьте свое правило умножения чисел, оканчивающихся нулями.

[illegible]

$\times$	11	15	20	25
43				
50				
62				
75				

	121	
7	11	13
99	11x	27

81 45 38

а) $52 \cdot 46$ $52 \cdot 42$; г) $345 \cdot 124 > 345 \cdot$;
 б) $52 \cdot 46$ $520 \cdot 46$; д) $345 \cdot 124 <$ $\cdot 124$;
 в) $52 \cdot 460$ $520 \cdot 46$; е) $345 \cdot$ $= 3450 \cdot 13$.

а) $1123 \text{ м} \times 55 \text{ м}$ 1 км^2 ;
 б) $32 \text{ м} \times 32 \text{ м}$ 1 а ;
 в) $320 \text{ м} \times 32 \text{ м}$ 1 га ;
 г) $57 \text{ см} \times 200 \text{ см}$ 1 м^2 .

Последовательные удачные числа существуют.

[illegible][illegible][illegible]

Сумма =

Эта сумма делится на числа:

[illegible]

[illegible]

Пусть $a = 1$, тогда удачное число 189, а следующее за ним число 190, оно	.
Пусть $a = 2$, тогда удачное число 279, а следующее за ним число	. Оно
Пусть $a = 3$, тогда удачное число 3, следующее за ним число	. Оно

5768	56	53592	264
...		...	
8000	125	244000	305
..		...	

948	79	21012	206	3600	150

$$\begin{array}{r|l} 721 & 7 \\ -7 & 13 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

— Ох, верно! Ну-ка, посмотри, а в этой задаче я правильно делаю?

$$\begin{array}{r|l} 345 & 5 \\ -30 & 609 \\ \hline & 45 \\ - & 45 \\ \hline & 0 \end{array}$$

— Ну, мамочка! В первой задаче 7 сотен делишь на 7, получаешь в частном 1 сотню, сносишь два десятка, а 2 не делится на 7, и в частном на место десятков ставится 0. Ты его пропустила, и вышло у тебя вместо 103 лишь 13.

— Теперь все замечательно понятно, золотко мое! — заявила Муми-мама. — Поделю-ка я 40 на 8. Вдруг мне понадобится этот результат.

— Да, в самом деле, у меня поделилось забавно: делила 40 карамелек на 8 малышей, а вышло по 41 штучке каждому.

— О-хо-хонюшки! Ну и наделала я ошибок, — сказала Муми-мама.

— Была не была — делю в последний раз, — заявила Муми-мама.

Теперь обратимся ко второму случаю. Пусть группы цифр числа такие: $\{a, b, v\}$ и $\{g\}$. Тогда $a + b + v = g$. В этом случае: $a + b + v + g = g + g = 2g$ — четное число.

[illegible]

Пусть группы такие: $\{ \quad , \quad \}$ и $\{6\}$.	
Тогда	
В этом случае:	—

[illegible]

Задание 8.

Он высказал такое предположение: не существует двух последовательных чисел, каждое из которых является удачным. При этом он считает, что ему удалось доказать свое предположение.

Вот его «доказательство». Предположим, что меньшее число удачное. Тогда сумма его цифр четна.

Задание 5. Выберите еще одно удачное число. Сделайте вывод о сумме цифр этого числа?

Сумма	цифр																		
-------	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание 6. Может ли число быть удачным, если сумма его цифр нечетна?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Согласны ли Вы с таким предположением: сумма цифр любого удачного числа четна?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание 7. Докажем такое утверждение: **сумма цифр любого удачного числа, имеющего не более четырех цифр, является четной.**

Цифры числа можно разбить на следующие группы:

а) по две цифры в каждой группе

б) в одной группе три цифры, а в другой — одна цифра.

Пусть в первом случае группы такие: {а, б} и {в, г}. Тогда $a + б = в + г$. Получаем:

$$a + б + в + г = (a + б) + (a + б) = 2(a + б)$$

— четное число.

Докажите утверждение, если группы такие: {а, в} и {б, г}.

В этом случае:

								=									= 2(				) —

Рассмотрите еще одно возможное разбиение цифр числа по две цифры и докажите утверждение в этом случае.

Пусть группы такие: { , } и { , }. В этом случае:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

— Мама! Это жуть что такое! Ты опять ошиблась.

— Ах, верно. Должно быть 120. Пожалуй, я неуважительно отнеслась к разрядам частного. Да к тому же разумно было бы с моей стороны зачеркнуть по одному нулю в делимом и делителе, прежде чем делить...

$$\begin{array}{r} 7200 \overline{) 60} \\ \underline{60} 12 \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

Тут мама нежно-нежно посмотрела на свое Муми-дитя.

1. Сколько ошибок сделала Муми-мама при делении натуральных чисел? Дайте название каждой ошибке.

2. Что общего во всех Муми-маминых ошибках?

3. Приведите примеры своих возможных ошибок при делении натуральных чисел.

«Чтобы не было ошибок в делении натуральных чисел,

[illegible][illegible]

a) $25 \cdot 4 =$; $125 \cdot 4 =$;
 $125 \cdot 8 =$; $150 \cdot 20 =$;
 $50 \cdot 2 =$; $250 \cdot 40 =$;

Задание 2. Какие цифры можно записать в числе 444** вместо **, чтобы получить удачные числа?

Можно записать цифры:

[illegible]

1234; 2451; 9999; 3452; 1562; 6251; 1012.

Число 2451 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы $\{\square, \square\}$ и $\{\square, \square\}$, суммы цифр, в которых равны $\square$.

[illegible]

а) 1234:	;	б) 2451:	;	в) 9999:	;
г) 3452:	;	д) 1562:	;	е) 6251:	;
ж) 1012:	.				

[illegible][illegible]

67

Число 1235 не является

Задание 7. Какое из чисел 2349 и 3469 не является удачным?

Число не , так как

Задание 8. Назовите два общих свойства чисел 11; 101; 1001; 1100.

Назовите еще два числа, содержащих не более четырех цифр, которые обладают этими же двумя общими свойствами.



Сумма цифр удачного числа

В предыдущем разделе введено понятие удачного числа.

Натуральное число назовем **удачным**, если его цифры можно разбить на группы так, что суммы цифр в группах равны.

Задание 1. Какую цифру можно записать в числе 455* вместо *, чтобы получить удачное число?

Можно записать цифру или .

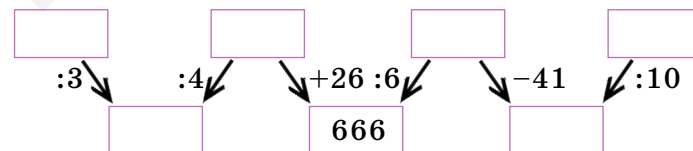
Составьте аналогичное задание.

$$\begin{aligned} 50 \cdot 2 &= \square; & 250 \cdot 40 &= \square; \\ \text{б) } 50 : 2 &= \square; & 2000 : 125 &= \square; \\ 100 : 4 &= \square; & 3000 : 25 &= \square; \\ 1000 : 8 &= \square; & 5000 : 250 &= \square. \end{aligned}$$

Задание 39. Заполните пропуски, вставляя знаки $>$, $<$, $=$ или числа:

- а) $124 : 31$ $\square$ $124 : 4$;
 б) $1240 : 31$ $\square$ $124 : 4$;
 в) $1240 : 310$ $\square$ $1240 : 40$;
 г) $372 : 31 < 372 : \square$;
 д) $3720 : 31 > \square : 31$;
 е) $3720 : 310 = \square : 31$.

Задание 40. Восстановите цепочку вычислений.



Можете ли вы себя проверить при выполнении этого задания?

Составьте аналогичное задание.

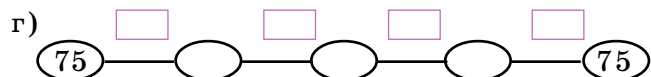
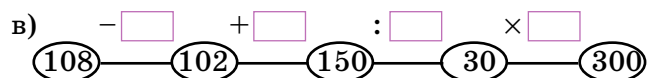
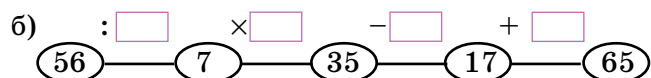
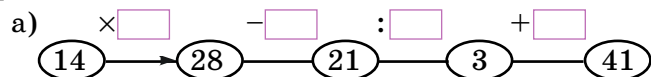
Задание 41. Определите, какое число должно стоять в конце цепочки, если:

- означает +200 (прибавили 200),
 ← означает -50 (вычли 50):

- а) $1239 \rightarrow \square \leftarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$;
 б) $385 \leftarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \square \leftarrow \square$;
 в) $4300 \leftarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \square \rightarrow \square$.

Сколько раз нужно прибавить число 200 и вычесть число 50, чтобы исходное число не изменилось?

Задание 42. Запишите нужное число и действие над стрелкой:



Удалось ли вам в последнем случае использовать все арифметические действия с натуральными числами?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание 43. Решите задачи.

1) На пальто купили 3 м драпа по 728 р. за 1 м и 4 м атласа по 156 р. за 1 м. Сколько денег надо заплатить за ткани?

Выберите выражение, позволяющее ответить на вопрос задачи и найдите его значение:

а)	$3 \cdot 728 - 4 \cdot 156 =$																		
б)	$3 \cdot 728 + 4 \cdot 156 =$																		
в)	$(3 + 4) \cdot (728 + 156) =$																		
г)	$3 \cdot (156 + 728) + 156 =$																		

Число 3096 удачное потому, что

Задание 4. Составьте четыре четырехзначных удачных числа, цифры которых можно разбить на группы { 3, 4 } и { 2, 5 }.

1.					;					2.					;				
3.					;					4.					.				

Можно ли еще указать четыре других удачных числа с теми же группами цифр?

Задание 5. Запишите такое удачное пятизначное число, чтобы суммы цифр в группах были бы равны трем.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание 6. Докажите, что цифры числа 1235 нельзя разбить на две группы так, чтобы суммы цифр в группах были равны.

Группы цифр {1, 2} и {3, 5}:
сумма цифр первой группы $\square$, сумма цифр второй группы $\square$. Суммы не равны.

Группы цифр {1, 2, 3} и {5}:
сумма цифр первой группы $\square$, сумма цифр второй группы $\square$. Суммы не равны.

Группы цифр {1, 5} и {3, 2}:
суммы цифр $\square$ $\square$

Группы цифр {1, 3} и $\{\square, \square\}$:
суммы цифр $\square$ $\square$

Среди чисел

11; 22; 1230, 2301; 4211; 2411; 4112; 101; 1235;
1245; 2255; 1236; 6321; 3216

все числа, кроме числа 1235, обладают таким свойством: **цифры числа можно разбить на две такие группы, что суммы цифр в группах равны.**

Действительно:

В числе 11 такие группы {1} и {1}.

В числе 22 такие группы {2} и {2}.

В числе 1230 такие группы {1, 2, 0} и {3}.

В числе 2301 такие группы {1, 2, 0} и {3}.

В числе 4211 такие группы {4} и {2, 1, 1}. На такие же группы цифр разбиваются цифры чисел: 4211 и 4112.

Разбейте цифры числа на группы с равными суммами:

В числе 1236 группы цифр: { } и { }.

В числе 2255 группы цифр: { } и { }.

В числах 6321 и 3216 группы цифр: { } и { }.

Натуральное число назовем удачным, если его цифры можно разбить на две такие группы, что суммы цифр в группах равны.

Задание 3. Докажите, что числа

101; 1245; 2255; 8536; 8521; 3096

являются удачными.

Число 101 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы цифр { } и { }, суммы в которых равны { }.

Число 8536 удачное, так как его цифры можно разбить на группы { } и { }, суммы в которых равны { }.

Число 8521 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы цифр { } и { }, суммы которых равны { }.

2) Карлсон летел к Малышу 3 ч со скоростью 80 км/ч, а потом ехал на автобусе 2 ч со скоростью 55 км/ч. С какой средней скоростью двигался Карлсон?

Продолжите начатое решение задачи:

$$(3 \cdot 80 + 2 \cdot \dots) : (3 + 2) =$$

3) Грузоподъемность автомобиля 4 т. Сколько мешков зерна можно погрузить на автомобиль, если известно, что 5 мешков зерна весят 375 кг?

Ответ: _____ мешков зерна.

Признаки делимости

Задание 44. Допишите еще пять чисел в ряду чисел, которые делятся нацело:

а) на 2:	2;	4;	6;	;	;	;	;	;
б) на 3:	3;	6;	9;	;	;	;	;	;
в) на 5:	5;	10;	15;	;	;	;	;	.

Задание 45. Соедините стрелками числа по принципу:

а) «на число ____ нацело делится число ____»:

		1			3			5	
	18			9			15		
2									
					6				

б) «число ____ нацело делится на число ____»:

1		50			4			6	
						15			
10				2				5	
						25			

а) делились нацело на 2:
3 4; 532 ; 12 0; 777 .

б) делились нацело на 5:
2 0; 12 ; 334 ; 101 .

в) делилось нацело на 10:
23 ; 125 6; 756 ; 2 3.

г) не делились на 2:
125 ; 980 ; 2 39; 213 .

[illegible]

Задание 48. Когда вы читаете текст, наверное, надеетесь узнать новое, уточнить смысл, формулировки знакомого понятия, дополнить знания новыми примерами, деталями. Не каждый текст содержит всю эту информацию, которую вы хотели бы получить. Значит следует искать другие тексты, внимательно прочитать, чтобы не пропустить важное, полезное.



УДАЧНЫЕ ЧИСЛА

Предлагаем познакомиться с одним интересным классом натуральных чисел.

[illegible]

Витя: В разделе сотен у этих чисел разные цифры.
Коля: Цифры первого числа можно разбить на группы {2, 2} и {1, 3}, суммы цифр в группах равны. Цифры второго числа разбить на такие группы нельзя.

[illegible]

11; 22; 1230, 2301; 4211; 2411; 4112; 101; 1235;
1245; 2255; 1236; 6321; 3216.

[illegible]

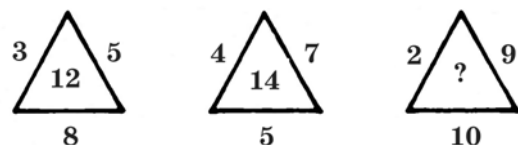
Вставьте пропущенную цифру.

7	9	5	11
4	15	12	7
13	8	11	

Подчеркните лишние названия городов.

<i>Канберра</i>	<i>Вашингтон</i>	<i>Лондон</i>	<i>Париж</i>
<i>Нью-Йорк</i>	<i>Берлин</i>	<i>Оттава</i>	

Вставьте недостающую цифру.



Попробуйте прежде, чем читать текст из учебника «Арифметика» для 5—6 класса, который написал И.Н. Шевченко, вспомнить, что вы уже знаете о признаках делимости натуральных чисел, понять, что вы хотите узнать, и после прочтения текста осознать, что вы узнали. Для этого заполняйте таблицу (ЗХУ).

Знаю	Хочу знать	Узнал

§ 37. О признаках делимости чисел

Во многих случаях очень важно бывает определить, не выполняя деления, разделится ли нацело одно число на другое. Пусть требуется, например, ответить на вопрос: будет ли 156 делиться на 3? Чтобы ответить на поставленный вопрос, можно, конечно, разделить первое число на второе, но такой приём является невыгодным. Поэтому в арифметике пытаются, не производя деления, узнать, разделится ли одно число на другое нацело или нет. В силу этого мы теперь займемся изучением таких особенностей или свойств чисел, которые позволяют судить о делимости одного числа на другое. Сейчас мы выведем некоторые из этих «признаков» делимости.

...

§ 39. Признаки делимости на 9 и на 3

Какие числа делятся на 9? Прежде всего на 9 делятся все числа, которые написаны посредством цифры 9, т.е. 9; 99; 999; 9 999 и т.д.

Далее, вспомним, что числа, изображаемые единицей с нулями, при делении на 9 дают в остатке 1. В самом

деле, $10 : 9 = 1$ и 1 в остатке; $100 : 9 = 11$ и 1 в остатке; $1000 : 9 = 111$ и 1 в остатке; $10\,000 : 9 = 1\,111$ и 1 в остатке.

Приняв это во внимание, разделим на 9 число 567. Представим его в виде суммы разрядных единиц:

$$567 = 500 + 60 + 7.$$

Число 500 при делении на 9 даёт в остатке пять (5) единиц, потому что каждая сотня при делении на 9 даёт в остатке 1.

Число 60 при делении на 9 даёт в остатке шесть (6) единиц, потому что каждый десяток при делении на 9 даёт в остатке 1.

Число семь (7) не делится на 9 и тоже является остатком.

Таким образом, у нас получились следующие остатки: 5, 6 и 7.

Если сумма этих остатков, т.е. $5 + 6 + 7 = 18$, разделится на 9, то и число 567 разделится на 9. В данном случае сумма остатков на 9 делится.

Если же мы возьмём другое число, например 476, у которого сумма остатков, как легко сообразить на основании предыдущего, будет:

$$4 + 7 + 6 = 17,$$

то здесь сумма остатков на 9 не делится; значит, и все число (476) на 9 не разделится.

Но что представляет собой эта сумма остатков? Это есть сумма чисел, соответствующих цифрам данного числа (ради краткости говорят, что это есть сумма цифр числа).

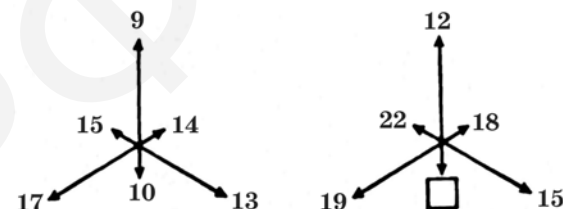
Поэтому признак делимости на 9 можно высказать так: **на 9 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.**

Всякое число, делящееся на 9, будет делиться и на 3 (но не наоборот). Мы могли бы провести подобные рассуждения применительно к числу 3. Тогда признак делимости на 3 был бы высказан так: **на 3 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.** Например, на 3 делятся: 51; 231; 8112; 12345.

Вставьте недостающую цифру.

2	5	7
4	7	5
3	6	

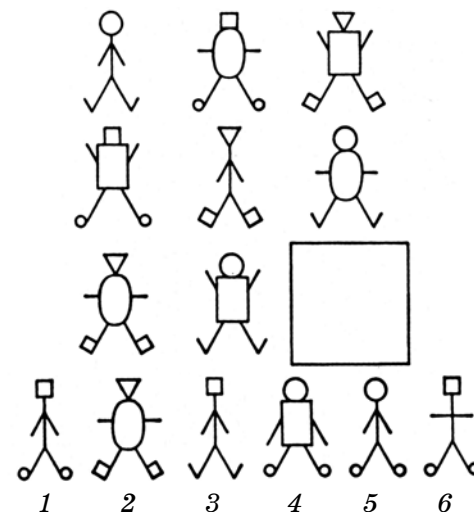
Вставьте недостающую цифру.



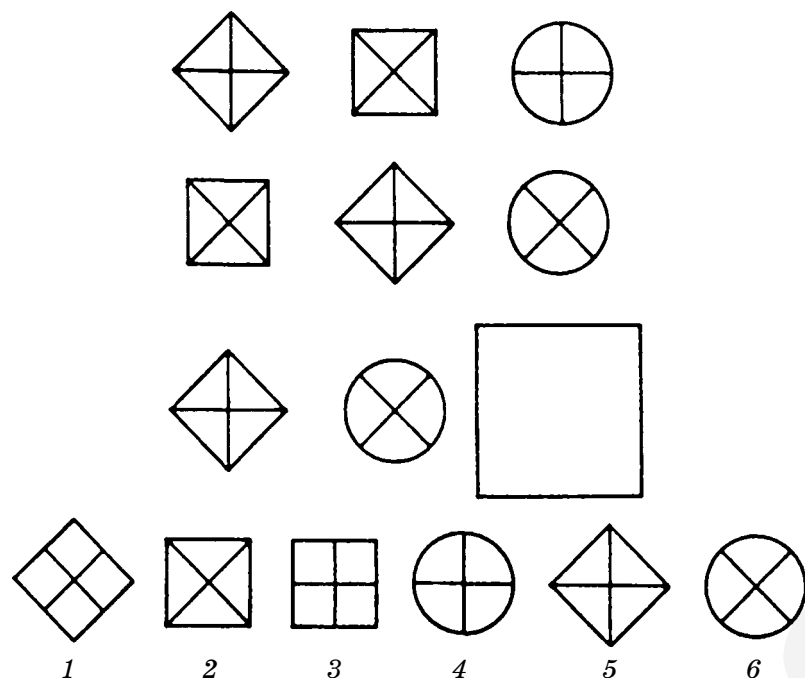
Вставьте недостающую букву.

М	П	И
Р	У	Н
Д	Ж	

Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)

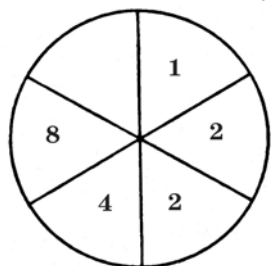


Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)



Ответ: 3. (Каждый ряд содержит круг, квадрат и ромб; перпендикулярные линии внутри фигур чередуются с наклонными. Следовательно, недостающая фигура должна представлять собой квадрат с перпендикулярными линиями внутри.)

Вставьте недостающую цифру.



Ответ: 32. (Умножьте первое число на второе, чтобы получить третье: $1 \times 2 = 2$, затем умножьте второе число на третье, чтобы получить четвертое, и так далее. $4 \times 8 = 32$.)

Проверьте себя (Тестовая работа)

Выберите верный вариант ответа и отметьте его ☒.

1. Число тринадцать тысяч семьсот два записывается с помощью цифр так:

1372

☐

13720

☐

13702

☐

2. Число 30720 записывается в виде суммы разрядных слагаемых так:

$30000 + 700 + 20$

☐

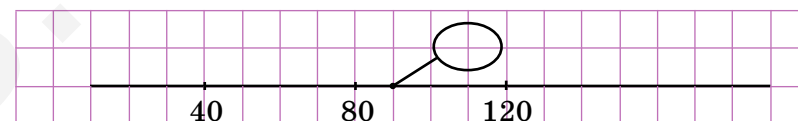
$3000 + 700 + 20$

☐

$30000 + 70 + 2$

☐

3. Точке, отмеченной на координатном луче,



соответствует число:

81

☐

90

☐

100

☐

4. При сравнении величин 22530 г с величиной 23 кг нужно поставить знак

=

☐

>

☐

<

☐

5. При сложении данных чисел получится:

$$\begin{array}{r} 43765 \\ + 9438 \\ \hline 52193 \end{array}$$

☐

$$\begin{array}{r} 43765 \\ + 9438 \\ \hline 53193 \end{array}$$

☐

$$\begin{array}{r} 43765 \\ + 9438 \\ \hline 53183 \end{array}$$

☐

6. При вычитании данных чисел получится:

$$\begin{array}{r} 57200 \\ - 9236 \\ \hline 66436 \end{array}$$

☐

$$\begin{array}{r} 57200 \\ - 9236 \\ \hline 52036 \end{array}$$

☐

$$\begin{array}{r} 57200 \\ - 9236 \\ \hline 47964 \end{array}$$

☐

7. При умножении натуральных чисел получится:

а) $\begin{array}{r} \times 1526 \\ 407 \\ + 10682 \\ + 6104 \\ \hline 621082 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times 1526 \\ 407 \\ + 10682 \\ + 6104 \\ \hline 71722 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times 1526 \\ 470 \\ + 10682 \\ + 6084 \\ \hline 619082 \end{array}$

8. При делении числа 876720 на 4215 получится:

$\begin{array}{r|l} 876720 & 4215 \\ 8430 & 2008 \\ \hline 33720 & \\ - 33720 & \\ \hline 0 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 876720 & 4215 \\ 8430 & 208 \\ \hline 3372 & \\ - 3372 & \\ \hline 0 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 876720 & 4215 \\ 8430 & 28 \\ \hline 33720 & \\ - 33720 & \\ \hline 0 & \end{array}$

9. Какое из чисел делится одновременно и на 2; и на 3; и на 5?

$\begin{array}{r} 28350 \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 28035 \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 28503 \\ \square \end{array}$

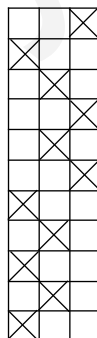
10. За 5 м ткани заплатили 1525 рублей. Сколько стоит 3 м такой же ткани?

$\begin{array}{r} 105 \text{ р.} \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 915 \text{ р.} \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 909 \text{ р.} \\ \square \end{array}$

11. Значение числового выражения

$21000 - 11000 : (146 - 46) \cdot 55$

равно $\begin{array}{r} 14950 \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 5500 \\ \square \end{array}$ $\begin{array}{r} 20998 \\ \square \end{array}$



Вставьте в скобки недостающее слово.

луг (зеленый) юнец
лес () дождь

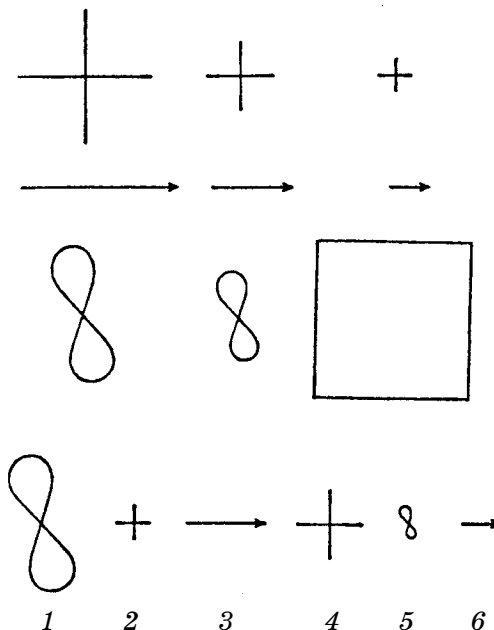
Ответ: Прибой. (Центральное слово образует смысловую цепочку между словами, которые находятся за скобками.)

Вставьте в скобки значимое слово, которое завершает первое слово и начинает второе (намеки: колоть).

ПЕРЕ () ОТЬ

Ответ: лом.

Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)



Ответ: 5. (Размер фигур уменьшается слева направо.)

[illegible]

A blank sheet of graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 10 rows, providing a structured space for drawing or writing.

a) $\square \cdot 0 = \square$
 $\square + 0 = \square$
 $\square - 0 = \square$
 $\square \cdot 1 = \square$
 $\square : 1 = \square$
 $\square - \square = \square$

б) $1977 + \square = 1977$
 $1977 - \square = 1977$
 $1977 \cdot \square = 1977$
 $1977 : \square = 1977$

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = \dots \square \\ 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = \dots \square \\ 24 \cdot 25 \cdot 26 \cdot 27 \cdot 28 = \end{array}$$

40

[illegible]

1	2	3	4	5	6	7	8	9 = 100
---	---	---	---	---	---	---	---	---------

[illegible][illegible]
$$32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36 \cdot 37 = \dots \boxed{}$$

[illegible]

Составьте задания, в которых используются новые действия с натуральными числами.

[illegible]

1. Выписаны подряд числа от 1 до 100. Сколько раз при этом будет записана цифра 8?

[illegible]

2. Один из двух множителей равен 20. Как изменится произведение, если второй множитель уменьшить на 4?

[illegible]

3. В числе 57462 зачеркните две цифры так, чтобы оставшееся число было

- а) наибольшим;
б) наименьшим.

[illegible]

4. Расставьте скобки таким образом, чтобы получить а) наибольший и б) наименьший результаты:

a)	$200 - 30 \cdot 4 + 2;$	$200 - 30 \cdot 4 + 2;$	
б)	$200 - 30 \cdot 4 + 2;$	$200 - 30 \cdot 4 + 2;$	

$$144 \cdot 99 \cdot 125 = \dots \boxed{}$$

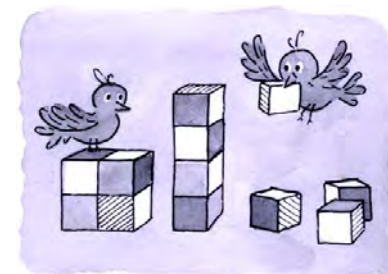
$$1017 \cdot 985 \cdot 502 \cdot 7 = \dots$$

в) При наличии каких множителей оканчивается нулем произведение?

[illegible]

г) В каком случае разность чисел оканчивается нулем?

Изменение суммы, разности, произведения, частного



Задание 54.

а) Если $2960 + 1484 = 4444$,
то вычислите устно:

- 1) $2970 + 1484 = \square$
- 2) $2860 + 1484 = \square$
- 3) $3960 + 1484 = \square$
- 4) $1485 + 2960 = \square$
- 5) $2961 + 1485 = \square$
- 6) $2961 + 1483 = \square$
- 7) $12960 + 1494 = \square$

б) Сделайте выводы о том, как изменяется сумма, при изменении слагаемых.

[illegible]

A blank sheet of graph paper with a grid of squares. The grid consists of 20 columns and 10 rows of small squares. There are no margins or additional markings on the page.

$$a + b = b + a, \quad (a + b) + c = a + (b + c)?$$
$$7 - 3 = 4;$$

$$(7 + 2) - (3 + 2) = \square$$

$$7 + 2 - 3 = \square$$

$$7 - (3 + 2) = \square$$

$$\begin{aligned} 7431 - 199 &= \square; (7431 + 2) - (199 + 2) = \square \\ (7431 + 2) - 199 &= \square \\ (7431 - 2) - 199 &= \square \\ 7431 - (199 + 2) &= \square \\ 7431 - (199 - 2) &= \square \\ (7431 - 74) - (199 - 74) &= \square \end{aligned}$$

Если уменьшаемое и вычитаемое увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то разность

Если уменьшаемое увеличить (уменьшить) на некоторое число, то

Если вычитаемое увеличить (уменьшить) на какое-то число, то

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

7) $250 \cdot 4 =$

[illegible][illegible][illegible]

Задание 57. Выполните умножение устно:

1) $2 \cdot 40 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 25 =$

$= 10 \cdot 1000 \cdot 6 = 60000;$

2) $4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 25 =$

3) $30 \cdot 125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 30 \cdot 40 =$

4) $36 \cdot 25 = (9 \cdot 4) \cdot 25 = 9 \cdot (4 \cdot 25) =$

5) $32 \cdot 25 =$

6) $28 \cdot 125 =$

7) $125 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 =$

8) $\dots \cdot 15 \cdot 6 \cdot \dots \cdot \dots = 18000.$

Задание 58. Заполните пропуски:

6 пудов = $\square \cdot \square$ кг = $\square \cdot \square$ г

32 м = $32 \cdot 100$ см = $32 \cdot 1000$ $\square$

6 ч = $6 \cdot \square$ мин. = $\square \cdot 60$ сек.

3 дня = $\square$ ч = $\square$ мин.

14 ц = $\square$ кг = $\square$ г.

Задание 59. а) Вставьте знаки $>$, $<$, $=$:

1) $7389 \cdot 102 \square 7389 \cdot 99;$

2) $7388 \cdot 99 \square 7389 \cdot 99;$

3) $7389 \cdot 99 \square 7389 \cdot 90 + 7389 \cdot 9;$

4) $17389 \cdot 99 \square 7389 \cdot 199;$

5) $73890 \cdot 99 \square 7389 \cdot 990;$

6) $738900 \cdot 990 \square 73890 \cdot 9900.$

Составьте аналогичное задание.

Задание 70. Найдите значение выражения:

1) $123 \cdot 27 + 123 \cdot 23 + 50 = \square$

2) $2375 \cdot 127 - 2375 \cdot 126 = \square$

3) $25 \cdot (8 + 4 + 12) = \square$

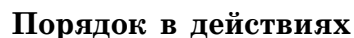
4) $4739 \cdot (47 - 3 \cdot 14) + 11 \cdot 4739 = \square$

Задание 71. 1) Бегун пробегает дистанцию со скоростью 12 м/с. Какова его скорость в км/ч?

2) Кубический километр разрезают на кубические метры и складывают полученные кубометры в одну линию. Какова ее длина?

3) Асфальтовое покрытие шоссе имеет ширину 10 м и толщину 10 см. Какова длина участка шоссе, который можно покрыть 100 кубическими метрами асфальта?

4) Очень быстрая лошадь может скакать со скоростью 72 км/ч. Сколько метров она пробегает за 1 сек.?



600	200	100 = 12000000
600	200	100 = 1200
600	200	100 = 602
600	200	100 = 300
600	200	100 = 103
600	200	100 = 6
600	200	100 = 2

600	200	100 =								
600	200	100 =								
600	200	100 =								

1)	$12 : 6 - 2 \cdot 3 = 9;$								
2)	$5 \cdot 4 + 24 : 7 = 20;$								
3)	$2 + 3 \cdot 4 + 1 = 25;$								
4)	$120 : 24 : 6 : 6 = 100 : 10: 10 : 5.$								

[illegible][illegible]

- 1) $3206 : 4 = \square$ (ост. 2);
- 2) $\square : 7 = 42$ (ост. 5);
- 3) $3293 : \square = 235$ ($\square$);
- 4) $\square : \square = 71$ (ост. 70).

$9696 : 96 = \square$;
 $196196 : 196 = \square$;
 $\square : 73 = 2002$;
 $\square : 100 = 1001001$;
 $420420420 : 21 = \square$.

[illegible]

В табличном произведении можно заметить две особенности: 1) произведение есть двузначное число, например, $7 \cdot 8 = 56$; 2) произведение есть однозначное число, например, $2 \cdot 3 = 6$. Из 45 табличных произведений первый случай встречается 32 раза, а второй — 13 раз. В каждом первом случае оказалось в произведении столько цифр, сколько их было в обоих сомножителях, а в каждом втором случае на одну цифру меньше. Можно убедиться, что этот вывод остается верным и для произведения любых двух натуральных чисел.

$4 \cdot 4 = \dots$
 $4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots$
 $4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots$
 $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots$
 $\dots \dots = \dots$
 $14 \cdot 24 \cdot 34 = \dots$
 $2574 \cdot 904 \cdot 14 = \dots$

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of small squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 10 rows of squares. On the left side, there is a vertical margin line, creating a narrow column. In the top-left corner, there are three faint, light gray diamond shapes arranged diagonally.

A full page of blank graph paper with a light gray grid pattern. The grid consists of small squares covering the entire area of the page.

[illegible]

1) на тот же путь будет потрачено в два раза больше времени?

[illegible][illegible][illegible][illegible]

$$\begin{array}{l} 1) \quad 600 \cdot 50 = (6 \cdot 5) \cdot 1000 = 30000 \\ \quad (3 \text{ цифры}) \quad (2 \text{ цифры}) \qquad \qquad \qquad \text{т.е. } 3 + 2 = 5. \qquad \qquad \qquad (5 \text{ цифр}), \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2) \quad 2000 \cdot 400 = (2 \cdot 4) \cdot 100000 = 800000 \\ \quad (4 \text{ цифры}) \quad (3 \text{ цифры}) \qquad \qquad \qquad (6 \text{ цифр}), \\ \qquad \qquad \qquad \text{т.е. } 4 + 3 - 1 = 6. \end{array}$$

II. То же получим и при умножении многозначных чисел. В самом деле:

8248 · 329 = 2713529

четырёх- трёх- семи-
значное значное значное (4 + 3 = 7)

2) 1248 · 212 = 264576
 четырех- трех- шести-
 значное значное значное (4 + 3 - 1 = 6)

Вообще: * * * * — любое четырехзначное число
* * * — любое трехзначное число

? * * *

? * * *

? * * *

? * * * * * — шести- или семизначное число

Следовательно, **произведение двух натуральных чисел имеет цифр столько, сколько их вместе в обоих сомножителях или на единицу меньше.**

[illegible]

[illegible][illegible]

- 1) $26861 : 21 = 1041$;
- 2) $(8 \cdot 26861) : (8 \cdot 21) = \square$;
- 3) $2 \cdot 26861 : 21 = \square$;
- 4) $100 \cdot 26861 : 2100 = \square$;
- 5) $26861 : (21 \cdot 1041) = \square$;
- 6) $(3 \cdot 26861 - 2 \cdot 26861) : 21 = \square$.

[illegible]

[illegible][illegible]

- 1) $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8) : (2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8) = \square$;
- 2) $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) : (72 \cdot 42 \cdot 20) = \square$;
- 3) $(0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) : (10 \cdot 12) = \square$;
- 4) $(11 \cdot 12 \cdot 13) : \square = 2$.
- 5) $(9 \cdot 10 \cdot \square) : 80 = 18$.

[illegible][illegible]

[illegible]