



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вариант по математике № 1

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Бланк

Ответ: -0,8

□ □ - 0 , 8

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

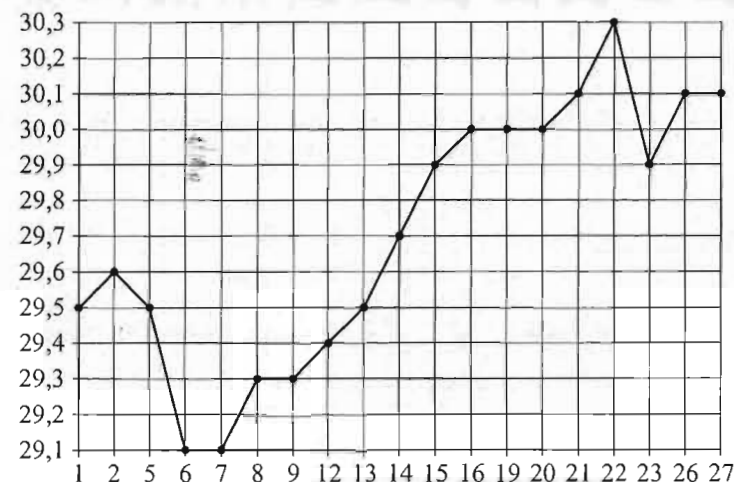
Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 3 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна была получить с 500 рублей?

Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был ровно 29,5 рубля.



Ответ: _____.



- 3 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

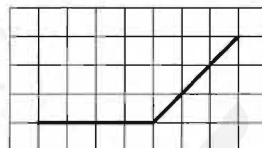
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	2	5	1	3
Б	3	2	2	5	4
В	5	3	4	2	2

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 4 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите его градусную меру.



Ответ: _____.

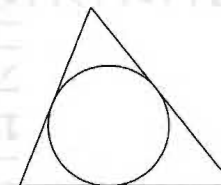
- 5 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{9x}{4x^2 - 25} = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

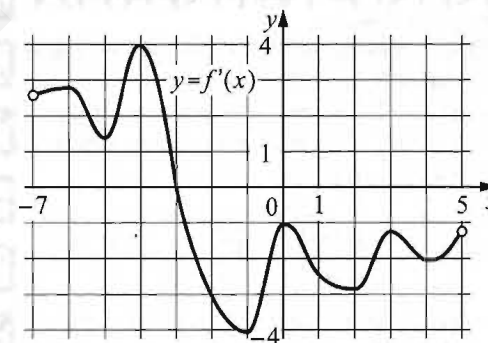
Ответ: _____.

- 7 Периметр треугольника равен 70, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



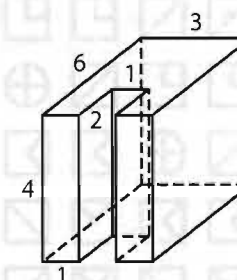
Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____.

- 9 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.



Часть 2

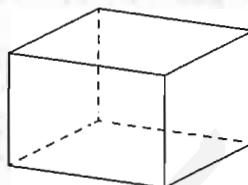
- 10 Найдите значение выражения $\log_4 40 - \log_4 2,5$.

Ответ: _____.

- 11 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 150$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 140 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

- 12 Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 18. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 8. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

- 13 Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 50 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 81% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 83% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 14 Найдите наибольшее значение функции $y = -12 \operatorname{tg} x + 24x - 6\pi + 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____.





Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

Дано уравнение $2 - 3\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите все решения уравнения на отрезке $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

16

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 4, а высота призмы равна $\sqrt{17}$. Точка E лежит на диагонали BD_1 , причём $BE = 1$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью $A_1 C_1 E$.

б) Найдите угол наклона этой плоскости к плоскости ABC .

17

Решите неравенство $\log_{7-3x}(9x^2 - 6x + 1) \geq 2$.

18

На гипотенузе KL равнобедренного прямоугольного треугольника KLM вне треугольника построен квадрат $KLPQ$. Прямая MP пересекает гипотенузу KL в точке N .

а) Докажите, что $KN : NL = 2 : 1$.

б) Прямая, проходящая через точку N перпендикулярно MP , пересекает отрезок KQ в точке R . Найдите KR , если $KQ = 18$.

19

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 16 550 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

20

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x^2 + 2|x - a| - 4x \leq -a$ имеет единственное целочисленное решение. Для найденных значений a выпишите это решение.

21

На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 1 до 15 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 8?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 7?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?





ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вариант по математике № 2

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8

□ - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

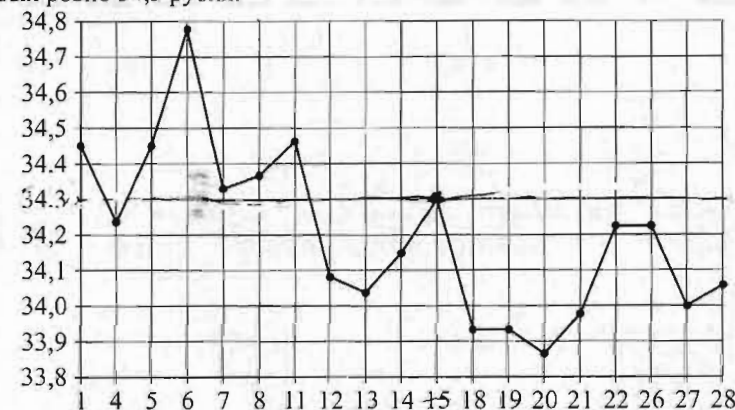
Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Летом килограмм клубники стоит 90 рублей. Маша купила 3 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна была получить с 1000 рублей?

Ответ: _____

- 2 На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 февраля по 28 февраля 2003 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 34,3 рубля.



Ответ: _____





- 3 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

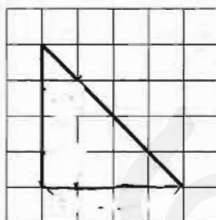
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	5	4	5	2
Б	4	2	3	4	4
В	1	3	5	4	3

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 4 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите его градусную меру.



Ответ: _____.

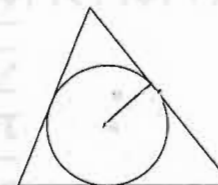
- 5 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{10x}{x^2 - 19} = 3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

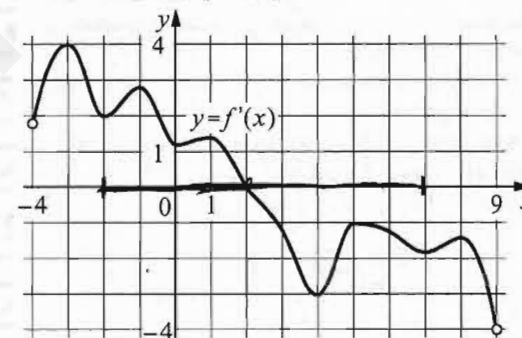
Ответ: _____.

- 7 Периметр треугольника равен 10, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



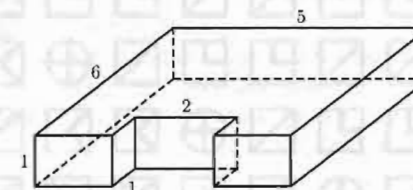
Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-2; 7]$.



Ответ: _____.

- 9 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.





Часть 2

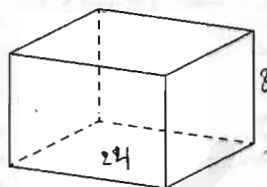
- 10 Найдите значение выражения $\log_8 32 - \log_8 0,5$.

Ответ: _____

- 11 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 125$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 115 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____

- 12 Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 24. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 8. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____

- 13 Имеется два сосуда. Первый содержит 50 кг, а второй — 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 55% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____

- 14 Найдите наибольшее значение функции $y = -2 \operatorname{tg} x + 4x - \pi + 20$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____





Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

Дано уравнение $0,25 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите все решения уравнения на отрезке $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

16

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 2, а высота призмы равна $\sqrt{17}$. Точка E лежит на диагонали BD_1 , причём $BE = 2$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью $A_1 C_1 E$.

б) Найдите угол наклона этой плоскости к плоскости ABC .

17

Решите неравенство $\log_{4-x}(x^2 - 2x + 1) \geq 2$.

18

На гипотенузе KL равнобедренного прямоугольного треугольника KLM вне треугольника построен квадрат $KLPQ$. Прямая MP пересекает гипотенузу KL в точке N .

а) Докажите, что $KN : NL = 2 : 1$.

б) Прямая, проходящая через точку N перпендикулярно MP , пересекает отрезок KQ в точке R . Найдите KR , если $KQ = 1$.

19

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 19 860 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

20

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x^2 + 2|x - a| + 4x \leq a$ имеет единственное целочисленное решение. Для найденных значений a выпишите это решение.

21

На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 1 до 27 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 14?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 13?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?





ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вариант по математике № 3

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Бланк

Ответ: -0,8

10 - 0,8

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

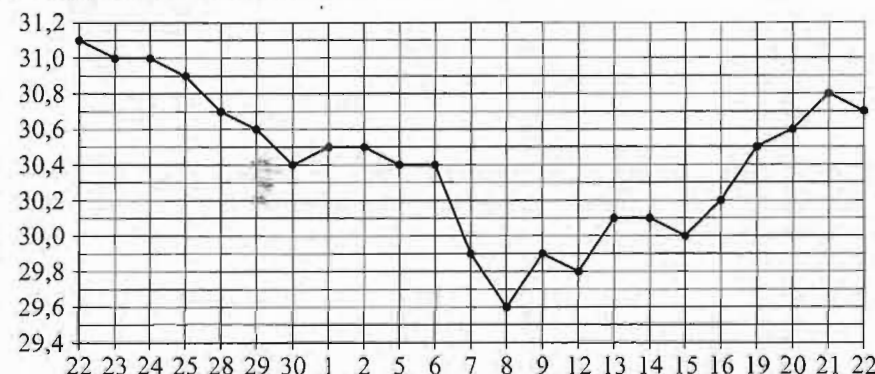
Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Летом килограмм клубники стоит 70 рублей. Маша купила 2 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна была получить с 500 рублей?

Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 июня по 22 июля 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был ровно 30,5 рубля.



Ответ: _____.

ТЕСТ № 0020070102



0020070102





- 3 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

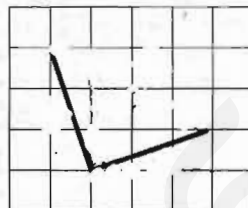
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	1	1	1	2
Б	3	2	1	2	2
В	2	1	5	5	4

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____

- 4 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите его градусную меру.



Ответ: _____

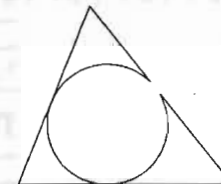
- 5 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 11. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{17x}{2x^2 + 9} = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

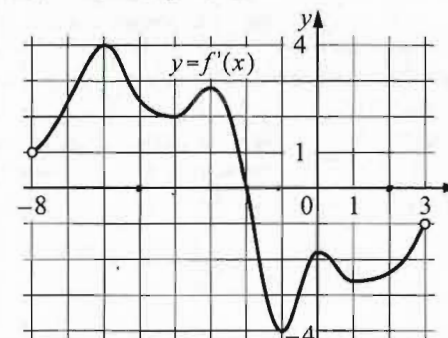
Ответ: _____

- 7 Периметр треугольника равен 36, а радиус вписанной окружности равен 5. Найдите площадь этого треугольника.



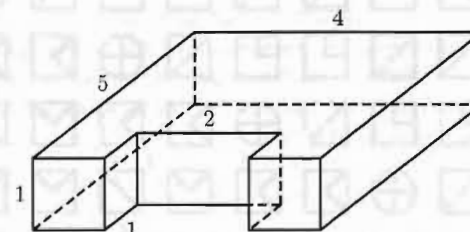
Ответ: _____

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-5; 2]$.



Ответ: _____

- 9 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____





Часть 2

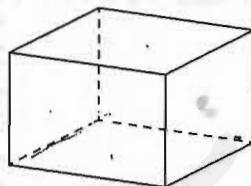
- 10 Найдите значение выражения $\log_4 144 - \log_4 2,25$.

Ответ: _____.

- 11 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 145$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 140 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

- 12 Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 18. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 6. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

- 13 Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 27% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 14 Найдите наибольшее значение функции $y = -4 \operatorname{tg} x + 8x - 2\pi + 7$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____.





Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

Дано уравнение $\sqrt{3} - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите все решения уравнения на отрезке $\left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right]$.

16

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 3, а высота призмы равна $\sqrt{7}$. Точка E лежит на диагонали BD_1 , причём $BE = 1$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью $A_1 C_1 E$.

б) Найдите угол наклона этой плоскости к плоскости ABC .

17

Решите неравенство $\log_{9-4x}(16x^2 - 8x + 1) \geq 2$.

18

На гипотенузе KL равнобедренного прямоугольного треугольника KLM вне треугольника построен квадрат $KLPQ$. Прямая MP пересекает гипотенузу KL в точке N .

а) Докажите, что $KN : NL = 2 : 1$.

б) Прямая, проходящая через точку N перпендикулярно MP , пересекает отрезок KQ в точке R . Найдите KR , если $KQ = 3$.

19

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 13 240 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

20

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x^2 + 2|x + a| - 4x \leq a$ имеет единственное целочисленное решение. Для найденных значений a выпишите это решение.

21

На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 1 до 33 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 17?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 16?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?

