

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

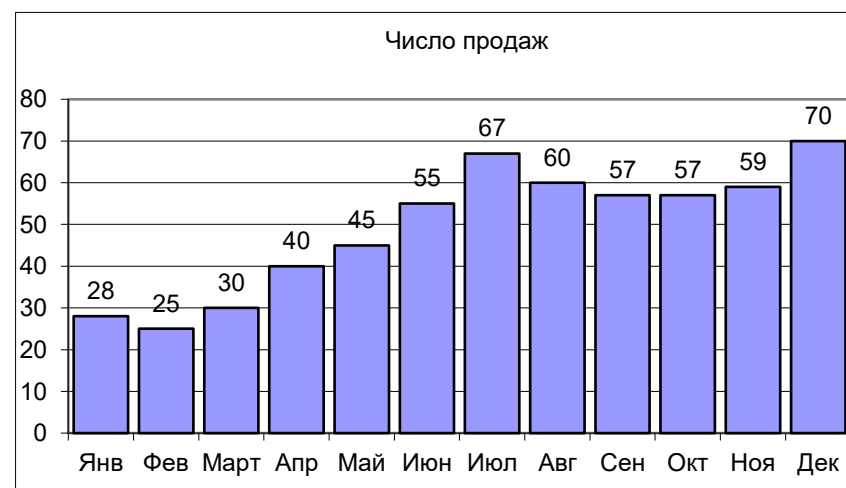
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Потребитель оплатил заводу-производителю 120 тыс. рублей за 800 изделий. Производитель снизил цену одного изделия на 15 руб. Какое максимальное количество изделий может отпустить производитель в счет полученной предоплаты?

Ответ: _____.

- 2 На рисунке показана диаграмма продаж автомобилей в автосалоне по месяцам года. Определите по диаграмме минимальное число месячных продаж в летние месяцы.

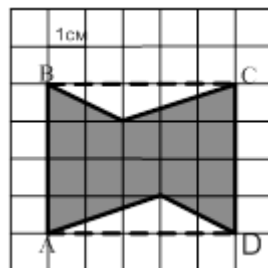


Ответ: _____.



- 3 Из прямоугольной заготовки ABCD штамп вырезает деталь, изображенную на чертеже. Найдите площадь детали, если размер каждой клетки равен 1 см x 1 см.

Ответ: _____.



- 4 В урне шары с номерами от 1 до 50. Найдите вероятность того, что номер случайно выбранного шара делится на 6, но не делится на 7.

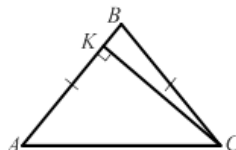
Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\sqrt{3x + 28} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший из них.

Ответ: _____.

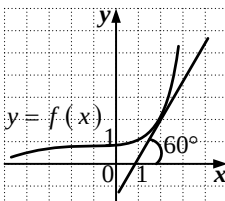
- 6 В равнобедренном треугольнике ABC сторона $BC = 1$, $\sin C = 0,6$. Найдите основание AC.

Ответ: _____.



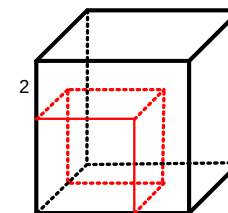
- 7 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику. Найдите значение выражения $\frac{f'(2)}{\sqrt{3}}$.

Ответ: _____.



- 8 Площадь поверхности куба равна 150 кв. см. Найдите площадь поверхности меньшего куба, ребро которого на 2 см меньше ребра исходного. Ответ выразите в квадратных см.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения: $\cos \frac{5\pi}{6} \operatorname{tg} \left(\frac{4\pi}{3} \right)$.

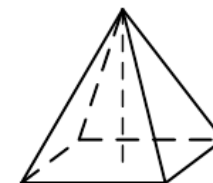
Ответ: _____.

- 10 Энергия (в джоулях), выделяющаяся при абсолютно неупругом соударении двух тел с одинаковой массой m , движущихся с одинаковой скоростью v м/с под углом 2α друг к другу, определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. При соударении тел, движущихся со скоростью 10 м/с точно навстречу друг другу, выделилось 500 джоулей. Сколько джоулей энергии выделится при соударении этих же тел, движущихся под углом 120 градусов друг другу со скоростью 12 м/с?

Ответ: _____.

- 11 В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 5, объем равен 480. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

Ответ: _____.



- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 4\sin x - 5\cos x + 11x - 10$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \sin x = \cos x$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.
- 14** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ ребро основания равно высоте. Через точку M , делящую ребро CS в отношении 2:3, считая от основания, и ребро AD проведена плоскость.
 а) Докажите, что плоскость ADM перпендикулярна грани BSC .
 б) Найдите расстояние от вершины S пирамиды до плоскости сечения, если высота пирамиды равна $\sqrt{5}$.
- 15** Решите неравенство $\frac{\log_{9^{x-6}}(x+2)}{\log_{9^{x-6}} x^2} < 1$
- 16** В треугольнике ABC сторона AB больше стороны BC . На стороне AB отмечена точка P так, что $PB = BC$. Биссектриса BO пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке K .
 а) Докажите, что точки A, P, O, K лежат на одной окружности.
 б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 8, BC = 4, AC = 6$.
- 17** Семья взяла в банке ипотечный кредит под 10% годовых на 8 лет. Условия погашения кредита следующие: по истечении каждого года заемщик погашает банку начисленные проценты за год и $1/8$ часть основной суммы. Какую сумму семья взяла в банке, если последний платеж, которым она полностью погасила кредит, составил 605 тысяч рублей? Ответ дайте в

миллионах рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} y = \log_2 \left(5 + 4 \frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x+5|}{x+5} \right) \\ x^2 + 4x + (y-a)^2 = 21 \end{cases}$$
 имеет ровно 1 решение.

- 19** На доске в порядке возрастания написаны пять различных натуральных чисел. Известно, что если стереть первое или последнее из них, то сумма любых двух оставшихся чисел будет больше любого другого из оставшихся чисел.
 а) Может ли пятое число быть в 100 раз больше, чем первое?
 б) Может ли пятое число быть в 3 раза больше, чем второе?
 в) Какое наибольшее значение может принимать отношение суммы первого и пятого чисел к сумме второго и четвёртого, если третье число равно 100?



Система оценивания
Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 – в 3 балла, задания 18-19 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	888
2	55
3	15
4	0,14
5	7
6	1,6
7	1
8	54
9	-1,5
10	540
11	13
12	-15
13	а) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n$ б) $-\frac{19\pi}{4}, -\frac{9\pi}{2}, -\frac{17\pi}{4}$
14	1,5
15	$(-2; 1) \setminus \{-1\} \setminus \{0\}; (2; \infty) \setminus \{6\}$
16	$\frac{8}{\sqrt{15}}$
17	4,4
18	$5 \leq a < 6; -3 < a \leq 0$
19	а) да б) нет в) 1,48

