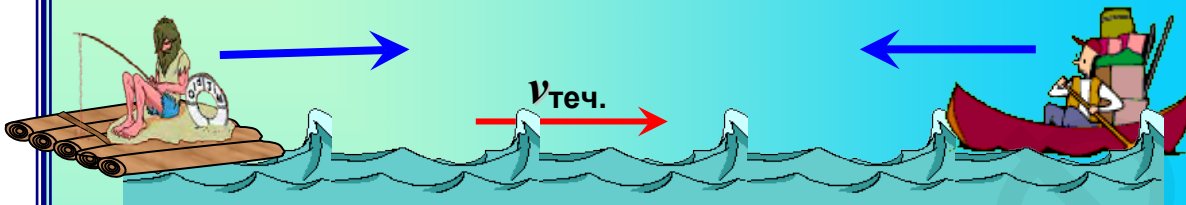


Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №4»
Пгт Пойковский Нефтеюганский район
Тюменская область ХМАО-Югра



Сборник задач

по теме «Текстовые задачи»
Для учащихся 8 - 11 классов

(Приложение к программе факультативного
курса по математике)

Составила: Курганская Любовь Викторовна
учитель математики

Оглавление

Памятка по решению текстовых задач	3
ВВЕДЕНИЕ	4
Теоретические основы	5
Задачи на проценты	10
Задачи на смеси (сплавы)	14
Задачи на части	16
Задачи на числа	19
Задачи на работу	20
Задачи на конкретную работу	20
Задачи на абстрактную работу	21
Задачи на движение	25
Задачи на «сухопутное» движение	25
Задачи на задержку движения	26
Задачи на движение мимо неподвижного наблюдателя	27
Задачи на движение «по реке»	27
Задачи на движение навстречу друг другу	28
Задачи на косвенное выражение скорости	29
Задачи на разбавление	30
Задачи на движение по окружности	31
Прогрессии	32
Арифметическая прогрессия	32
Геометрическая прогрессия	37
Смешанные задачи на прогрессии	40
Текстовые задачи из ЕГЭ 2010г.	42
Литература	45

Памятка по решению текстовых задач

 Прочитайте задачу целиком. Определите её тип.

 Подумайте, какие величины известны, а какие надо найти.

 Выберите вспомогательную модель (краткая запись, таблица, чертёж и т.д.) и занесите исходные данные.

 Определите зависимости между исходными величинами и искомыми.

 Постройте решаемую модель (уравнение, систему уравнений, функцию и т.д.)

 Преобразуйте созданную решаемую модель и найдите искомые величины.

 Вернитесь к условию задачи и ещё раз прочтите.

 Проверьте, все ли искомые величины найдены.

 Сделайте проверку.

ВВЕДЕНИЕ

Данный сборник предназначен учащимся 9-11 классов для решения задач на факультативных занятиях, на уроках для подготовки к ЕГЭ. В сборнике содержатся задания разного уровня по теме «Текстовые задачи». Для многих заданий дан образец решения или алгоритм, в конце сборника прилагаются ответы. Данный сборник носит обучающий и контролирующий характер.

Цель данного сборника заключается в том, чтобы дать возможность учащимся потренироваться в выполнении таких видов заданий, которые включаются в ЕГЭ. составить систему упражнений, обеспечивающих прочное усвоение учащимися основным приемам решения задач.

Составитель сборника не является автором предложенной информации. Им была сделана электронная обработка материалов и собрание в единую брошюру не только заданий, но и комментариев к ним.

Надеюсь на то, что данный сборник поможет учителям школ, верно спланировать свою преподавательскую деятельность для достижения хороших знаний по математике учащимися средних школ. Учитель может использовать этот сборник, как раздаточный дидактический материал с целью проверки знаний учащихся и сформированности у них навыков решения задач.

Желаю удачи, как коллегам, так и их ученикам.

Теоретические основы

1. Задачи на движение

Равномерное движение по прямой. Принимаемые допущения:

1. Движение на отдельных участках считается равномерным : при этом пройденный путь определяется по формуле $S=vt$.
2. Повороты движущихся тел считается мгновенными т.е. происходят без затрат времени скорость при этом так же меняется мгновенно.
3. Если тело движется **по течению реки** то его скорость w (относительно берега) складывается из скорости тела в стоячей воде u и скорости течения реки v : $w=u+v$.

А если тело движется **против течения реки** то его скорость (относительно берега) $w=u-v$. Если в условии задачи речь идет о движении плотов то полагают что плот движется со скоростью течения реки.

4. Если два тела движутся **по окружности** радиуса R с постоянными скоростями v_1 и v_2 в разных направлениях, то время между их встречами вычисляется по формуле $2\pi R / (v_1 + v_2)$.

Если два тела движутся по окружности радиуса R с постоянными скоростями v_1 и v_2 ($v_1 > v_2$) в одном направлении, то время между их встречами вычисляется по формуле $2\pi R / (v_1 - v_2)$.

В задачах на равномерное движение иногда встречается условие, состоящее в том что либо два тела движутся на встречу, друг другу либо одно тело догоняет другое. Если при этом начальное расстояние между телами равно S , а скорости тел равны v_1 и v_2 то

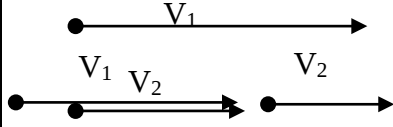
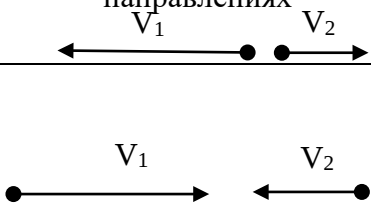
- 1) при движении тел навстречу друг другу время, через которое они встретятся, равно

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2};$$

- 2) при движении тел в одну сторону ($v_1 > v_2$) время, через которое первое тело догонит

$$\text{второе, равно } t = \frac{S}{v_1 - v_2}.$$

Методы нахождения скорости сближения и скорости удаления

	Движение в одном направлении	Движение в разных направлениях
Скорость удаления		
Скорость сближения		
	$V_1 - V_2$	$V_1 + V_2$

Задачи на равноускоренное движение. При решении этих задач используются две следующие формулы, связывающие время t , пройденное расстояние S , начальную скорость v_0 , ускорение a и скорость v :

$$S = v_0 t + at^2 / 2,$$

$$a = (v - v_0) / t,$$

Где $a > 0$, если движение равноускоренное, и $a < 0$, если движение равнозамедленное.

2. Задачи на совместную работу.

1. Основные понятия.

1) Обычно объём работы принимают за единицу. В задачах с бассейнами и трубами объём бассейна принимают за единицу. Но можно также обозначить любой буквой (произвольной постоянной).

2) Производительность работы-это количество работы, выполненной за единицу времени.

Например, если одна труба наполняет бассейн за 5 часов, то за 1 час она наполнит 1/5 бассейна. Если токарь выполняет задание за 12 дней, то за 1 день он выполнит 1/12 часть задания.

3) При решении задач, связанных с выполнением (индивидуально или совместно) определенного объема работы, используют формулу $A = W \cdot t$, где A - количество всей работы, намеченной к выполнению (по смыслу задачи часто A принимают за единицу),

t - время выполнения всего количества работы, W — производительность труда, т. е. количество работы, выполняемой в единицу времени.

Если весь объем работы, принятый за единицу, выполняется одним субъектом за t_1 а вторым - за t_2 единиц времени, то производительность труда при их совместном выполнении того же объема работы равна

$$W_{\text{совм}} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2};$$

$$t_{\text{совм}} = \frac{1}{W_{\text{совм}}} = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}.$$

3. Проценты

Основные понятия

1) **Что такое процент.**

Сотую часть рубля называют копеейкой, сотую часть доллара называют центом, сотую часть метра - сантиметром (обратите внимание на назначение и произношение приставки санти), сотую часть гектара - аром.

Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом.

2) **Простой процентный рост** - когда при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят из заданной величины A . Например, начисление пени в размере n % от исходного платежа происходит за каждый день просрочки платежа. (Пеня - неустойка, применяемая в случае просрочки договорных или иных обязательств. По общему правилу пеня устанавливается в виде процента от суммы (стоимости) просроченного обязательства и начисляется за каждый день просрочки). Если оплата просрочена на k дней, то следует оплатить $A + k(0,01nA)$, где A -исходная сумма оплаты, $0,01nA$ - начисление пени в размере n % от исходного платежа, k - количество просроченных дней.

3) **Сложный процентный рост** - когда при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят из величины, полученной на предыдущем шаге (то есть начисляются проценты на проценты). Например, расчет банка с вкладчиком, который не снимает со своего счета сумму начисленных процентов, производится по формуле: $A(1 + 0,01n)^k$, где A - первоначальная сумма вклада, n -процент годового дохода банка, k — количество лет.

4. Задачи на сплавы и смеси

1. Основные понятия.

Основные методы решения задач на смешивание растворов

1. При решении задач о смесях, сплавах, растворах используют следующие допущения:

1) все полученные смеси, сплавы, растворы считаются однородными;

2) не делается различия между литром как мерой вместимости сосуда и литром как мерой количества жидкости (или газа);

3) смешивание различных растворов происходит мгновенно;

4) объем смеси равен сумме объемов смешиваемых растворов;

5) объемы растворов и массы сплавов не могут быть отрицательными.

Если смесь (сплав, раствор) имеет массу m и состоит из веществ A , B и C , массы которых соответственно m_A , m_B , m_C , то

величину $\frac{m_A}{m}$ (соответственно $\frac{m_B}{m}$, $\frac{m_C}{m}$) называют *концентрацией*

вещества A (соответственно B , C) в смеси (сплаве, растворе), а величину

$\frac{m_A}{m} \cdot 100\%$ (соответственно $\frac{m_B}{m} \cdot 100\%$, $\frac{m_C}{m} \cdot 100\%$) – *процентным*

содержанием вещества A (соответственно B , C) в смеси (сплаве, растворе). При этом выполняется равенство

$$\frac{m_A}{m} + \frac{m_B}{m} + \frac{m_C}{m} = 1.$$

2. Определения и обозначения.

Массовая доля растворенного вещества в растворе – это отношение массы этого вещества к массе раствора.

$$\omega = \frac{m_{a-ва}}{m_{p-ра}},$$

где ω – массовая доля растворенного вещества в растворе;

$m_{a-ва}$ – масса растворенного вещества в растворе;

$m_{p-ра}$ – масса раствора.

Введем обозначения:

ω_1 – массовая доля растворенного вещества в первом растворе;

ω_2 – массовая доля растворенного вещества во втором растворе;

ω – массовая доля растворенного вещества в новом растворе, полученном при смешивании первого и второго растворов;

$m_{1\text{в-ва}}$, $m_{2\text{в-ва}}$, $m_{\text{в-ва}}$ – массы растворенных веществ в соответствующих растворах;

$m_{1\text{р-ра}}$, $m_{2\text{р-ра}}$, $m_{\text{р-ра}}$ – массы соответствующих растворов.

Расчетная формула

В наших обозначениях, получим формулу для вычисления массовой доли вещества в смеси.

1. Масса полученного при смешивании раствора равна:

$$m_{\text{р-ра}} = m_{1\text{р-ра}} + m_{2\text{р-ра}}$$

2. Определим массы растворенных веществ в первом и втором растворах:

$$m_{1\text{в-ва}} = \omega_1 m_{1\text{р-ра}}, \quad m_{2\text{в-ва}} = \omega_2 m_{2\text{р-ра}}$$

3. Следовательно, масса растворенного вещества в полученном растворе вычисляется как сумма масс веществ в исходных растворах:

$$m_{\text{в-ва}} = m_{1\text{в-ва}} + m_{2\text{в-ва}} = \omega_1 m_{1\text{р-ра}} + \omega_2 m_{2\text{р-ра}}$$

4. Таким образом, массовая доля растворенного вещества в полученном растворе равна:

$$\omega = \frac{\omega_1 m_1 (p - pa) + \omega_2 m_2 (p - pa)}{m_1 (p - pa) + m_2 (p - pa)}$$

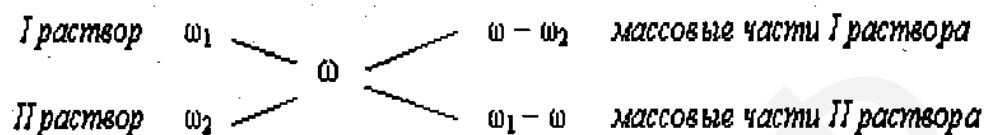
или

$$\omega = \frac{\omega_1 m_1 + \omega_2 m_2}{m_1 + m_2},$$

Найдем отношение массы первого раствора к массе второго по формуле:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega - \omega_2}{\omega_1 - \omega} \quad (\text{правило смешения}).$$

«Правилом креста» называют диагональную схему правила смешения для случаев с двумя растворами.



Слева на концах отрезков записывают исходные массовые доли растворов (обычно слева вверх – большая), на пересечении отрезков – заданная, а справа на их концах записываются разности между исходными и заданной массовыми долями. Получаемые массовые части показывают, в каком отношении надо слить исходные растворы.

5. Прогрессии

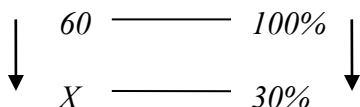
Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
$\alpha_1 = \alpha; \alpha_{n+1} = \alpha_n + d$ $d = \alpha_{n+1} - \alpha_n$ $\alpha_n = \alpha_1 + d(n-1)$ $\alpha_n = \frac{\alpha_{n-1} + \alpha_{n+1}}{2}$ $S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n$ $S_n = \frac{2\alpha_1 + d(n-1)}{2} n$ $\alpha_1 + \alpha_n = \alpha_2 + \alpha_{n-1} = \alpha_3 + \alpha_{n-2} = \dots$	$b_1 = b(b \neq 0); b_{n+1} = b_n \cdot g(g \neq 0)$ $g = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ $b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$ $S_n = \frac{b_1(g^n - 1)}{g - 1}, g \neq 1$ $S_n = \frac{b_n \cdot g - b_1}{g - 1}, g \neq 1$ $b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = b_3 \cdot b_{n-2} = \dots$

Задачи на проценты

а) Нахождение процентов от данного числа.

В цехе работают 60 человек, из них 30% женщины. Определите, сколько женщин работает в цехе.

Образец решения:



Требуется найти 30 % от числа 60, то есть $X = \frac{30}{100} \cdot 60 = 18$ (женщин).

Ответ: 18 женщин.

б) Нахождение числа по его процентам.

Найдите размер вклада, 25 % которого составляют 150 тыс. руб.

Образец решения:

1) $150:25=60$ руб. (1% вклада);

2) $60*100=600$ руб (весь вклад)

Ответ: 600 тыс. руб.

в) Нахождение процентного отношения двух чисел.

Каково процентное содержание меди в руде, если на 225 кг руды приходится 34, 2 кг меди?

Образец решения:

1) $34,2:225=0,152$ частей (содержание меди в руде);

2) $0,152*100=15,2\%$ (процентное содержание меди в руде).

Ответ: 15,2%.

1. При добавлении воды к раствору его объем увеличился на 42 % и стал равным 71 л. Определите первоначальный объем раствора. (Ответ: 50л.)

2. При продаже товара за 1386 тыс. руб. получено 10 % прибыли. Определите себестоимость товара. (Ответ: 1260 руб)

3. Цистерна вмещает 40 т бензина. После заливки в нее некоторого количества бензина осталось незаполненным 6,5 % вместимости цистерны. Сколько бензина залили в цистерну? (Ответ: 37,4 т)

4. Постройка дома стоит 98 млн. руб. Из них 65 % заплатили за материал, а остальные - за работу. Сколько заплатили за работу? (Ответ: 34,3 млн.руб.)

5. После снижения цен на 5% стоимость 1м материи стала равна 38 тыс. руб. Сколько стоил 1м материи до снижения? (Ответ: 40 тыс. руб.)

6. На соревнованиях спортсмены завоевали 96 медалей, из них 35 бронзовых и 31 серебряную. Сколько процентов от общего числа составили золотые медали?

(Ответ: 31,25%)

7. Сколько процентов соли содержится в растворе, если в 200г раствора содержится 150 г воды? (Ответ: 25 %.)

8. Товар с перевозкой стоил 3900 тыс. руб. Сколько процентов от стоимости товара с

перевозкой составляют расходы по перевозке, если стоимость товара равна 3510 тыс. руб?
(Ответ: 10%)

9. Лекарственная ромашка теряет при сушке 84 % массы. Сколько килограммов ромашки нужно собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения? (Ответ: 50 кг.)

10. Мясо теряет при варке около 35 % своего веса, Сколько нужно сырого мяса, чтобы получить 520 г вареного? (Ответ: 800г.)

11. Кофе при жарении теряет 12% своей массы. Сколько всего кофе надо взять, чтобы получить $14\frac{2}{25}$ кг жареного кофе? (Ответ: 16 кг.)

12. При перегонке нефти получается 30% керосина. Сколько нужно взять нефти, чтобы получить $18\frac{3}{4}$ т керосина? (Ответ: 62,5т.)

13. Вклад, положенный в сбербанк два года назад, достиг суммы, равной 1312,5тыс. руб. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых? (Ответ: 840 тыс.руб.)

Образец решения:

Пусть x (тыс. руб)- первоначальный размер вклада. В конце первого года вклад составит $x + \frac{25}{100}x = 1,25x$ (тыс.руб), а в конце второго года $1,25x(1 + 0,25) = (1,25)^2 x$ (тыс. руб), то есть $1,25^2 x = 1312,5$ тыс. руб, откуда $x = 840$ тыс . руб.

Ответ: 840 тыс. руб.

13* Докажите формулу «сложных процентов», решив задачу: в банк положили A_0 руб. под $p\%$ годовых на n лет. Сколько A_n рублей получит вкладчик в конце срока?

Ответ: $A_n = A_0 \cdot (1 + \frac{p}{100})^n$.

14. Банк предлагает вклад «студенческий». По этому вкладу сумма, имеющаяся на 1 января, ежегодно увеличивается на одно и то же число процентов. Вкладчик вложил 1 января 1000руб и в течении 2 лет не производил со своим вкладом никаких операции. В результате вложенная сумма им сумма увеличилась до 1210 рублей. На сколько процентов ежегодно увеличивается сумма денег, положенная на этот вклад? (Ответ: 11%)

15. На заводе 20% всех станков были переведены на повышенную скорость, благодаря чему производительность станка повысилась на 80%. На сколько процентов повысился выпуск продукции? (Ответ: 16%)

16. Цена товара понизилась на 40%, затем еще на 25%. На сколько процентов понизилась цена товара по сравнению с первоначальной? (Ответ: 55%)

Образец решения:

Первоначальную цену принимаем за 100%. После первого снижения цена товара равна: $100\% - 40\% = 60\%$. Второе снижение происходит от новой цены, то есть $60 \cdot \frac{25}{100} = 15\%$.

Общее снижение цены товара равна $40 + 15 = 55\%$.

Ответ: 55%

17. Цену товара сперва снизили на 20%, затем новую цену снизили ещё на 15%, и, наконец, после пересчёта произвели снижение ещё на 10%. На сколько процентов снизили первоначальную цену товара?

Образец решения:

Эту задачу проще решить чисто арифметически, не составляя уравнения.

1. Пусть первоначальная цена товара X рублей, что соответствует 100%.
2. Тогда после первого снижения цена товара будет $x - 0,2x = 0,8x$ (р.).
3. После второго снижения $0,8x - 0,25 * 0,8x = 0,6x$ (р.).
4. После третьего снижения $0,6x - 0,4x = 0,2x$ (р.).
5. Всего цена товара снизилась на $x - 0,2x = 0,8x$ (р.)

$$x - 100\%,$$

$$0,8x - y\%$$

$$y\% = \frac{0,8x \cdot y\%}{x} = 38,8\% \quad \text{Ответ: } 38,8\%.$$

18. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%. В следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным. (Ответ: 35%)
19. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 20%. В следующем году выпуск увеличился на 15%. На сколько процентов вырос выпуск по сравнению с первоначальным? Ответ: 38%.
20. В январе завод выполнил 105% месячного плана выпуска готовой продукции, а в феврале дал продукции на 4% больше, чем в январе. На сколько процентов завод перевыполнил двухмесячный план выпуска продукции? (Ответ: 7,1%)
21. Цена на товар была повышена на 25%. На сколько процентов надо теперь ее снизить, чтобы получить первоначальную цену товара? (Ответ: 20%)
22. Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за увеличением прибыли он повысил цену на билеты на 25%. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил цену билетов, если она стала равной первоначальной? (Ответ: 20%)
23. Владелец бензозаправки повысил цены на бензин на 10 %. Заметив, что количество клиентов резко сократилось, он понизил цены на 10%. На сколько процентов в результате этих двух измерений понизились или повысились цены на бензин? Если цены понизились, то перед числом процентов в ответе поставьте знак минус. Если цены стали прежними, в ответ запишите ноль. (Ответ: -1%)
24. Цены на компьютерную технику в среднем понижались за год дважды на 20%. На сколько процентов понизились цены на компьютерную технику за год. (Ответ: 19%)
25. На хрустальную люстру подняли цену на 45%, а затем еще на 20%. На сколько процентов увеличилась цена люстры после двух повышений? (Ответ: 74%)
26. Цену на телефонный аппарат повышали дважды. После второго повышения аппарат стал стоить в 6 раз дороже, чем вначале. На сколько процентов повысили цену во второй раз, если в первый раз цена была повышена на 50%. (Ответ: 300%)
27. После двух последовательных одинаковых процентных повышений зарплата суммой в 100 тыс. руб. обратилась в 125,44 тыс. руб. . Определите на сколько процентов повышалась зарплата. (Ответ: 12%)
28. Вследствие реконструкции оборудования производительность дважды в течение года повышалась на один и тот же процент. На сколько процентов возрастала каждый раз производительность труда рабочего, если он сначала вырабатывал изделий на 25 тыс. руб., а после реконструкции – на 28,09 тыс. руб.? (Ответ: 6%)
29. Цена товара дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость

- 20 000 руб., а окончательная 11 250 руб.? (Ответ: 25%)
30. Цену на словарь повышалась дважды. После второго повышения словарь стал стоить в два раза дороже, чем в начале. На сколько процентов повысилась цена в первый раз, если во второй раз цена была повышена на 25%? (Ответ: 60%)
31. На мебельный гарнитур повышали цену дважды. На сколько процентов повысили цену на гарнитур во второй раз, если каждый раз повышали цену на одинаковое количество процентов, а после второго повышения гарнитур стоил в 1,44 раза больше, чем до первого повышения? (Ответ: 20%)
32. Цветной телевизор два месяца назад стоил на 20 % дешевле, чем месяц назад, когда он стоил на 10 % дешевле, чем сейчас. На сколько процентов дешевле стоил телевизор два месяца назад, чем сейчас? (Ответ: 28%)
33. Определите первоначальную стоимость продукта, если после подорожания соответственно на 120 %, 200 % и 100 % его конечная стоимость составила 264 руб. (Ответ: 20руб)
34. При выполнении контрольной работы по математике 12 % учеников не выполнили ни одного задания, 32 % допустили ошибки, а остальные 14 чел решили задания верно. Сколько всего учеников в классе? Ответ: 25.
35. На заводе были изготовлены легковые и грузовые машины, причем 35 % всех изготовленных машин – легковые. Определите число изготовленных машин, если грузовых изготовлено на 240 больше, чем легковых. Ответ: 800
36. В библиотеке имеются книги на английском, французском и немецком языках. Английские книги составляют 36 % всех книг на иностранных языках, французские – 75 % английских, а остальные 185 книг – немецкие. Сколько книг на иностранных языках в библиотеке? Ответ: 500
37. Две шкурки ценного меха стоимостью в 225 тыс. руб. были проданы на международном аукционе с прибылью в 40 % . Какова стоимость каждой шкурки отдельно, если от первой было получено прибыли 25 %, а от второй – 50%? Ответ: 135000; 90000.
38. Стоимость 60 экземпляров первого тома и 75 экземпляров второго тома составляет 270 тыс. руб. В действительности за все книги уплачено только 237 руб, так как проведена скидка на первый том в размере 15%, на второй – 10%. Найдите первоначальную цену этих книг. Ответ: 2000; 2000
39. Двое рабочих за смену вместе изготовили 72 детали. После того как первый рабочий повысил производитель труда на 15 % а второй – на 25 % вместе за смену они стали изготавливать 86 деталей. Сколько деталей изготавливает каждый рабочий за смену после повышения производительности труда. Ответ: 46; 40
40. Собрали 100 кг ягод. После сортировки 60 % собранных ягод были отправлены в магазин для продажи. В магазине 11 % поступивших ягод испортилось поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов ягод было продано? Ответ: 53,4
41. Из молока получается 21 % сливок, а из сливок - 24 % масла. Сколько нужно взять молока, чтобы получить 630 кг масла? Ответ: 12500.
42. Предприниматель купил акции и через год продал их по номинальной стоимости получив прибыль, причем полученная сумма составила 11500 руб. Сколько акций было куплено предприниматель если прибыль составляет 15 % от стоимости акции и равна 150 руб? Ответ: 10
43. Вкладчик взял в сбербанк 25 % своих денег потом 4/9 оставшихся и еще 64 тыс. руб. После этого у него осталось на сберкнижке 15% всех денег. Как велик был первоначальный вклад? Ответ: 240000
44. Сумма двух чисел равна 120. Найдите эти числа, если 40% одного числа равны 60% другого. Ответ: 72, 48

45. Если А даст 40% своих денег, а В – 45% имеющихся у него денег, то общая сумма составит 215 тыс.руб. Если же А даст 45% имеющихся у него денег а В – 40% своих денег, то общая сумма составит 210тыс. руб. Сколько тыс. руб у А и В в отдельности? Ответ: 200тыс; 300тыс.
46. Известно, что 5% первого числа и 4% второго составляют в сумме 44. Найдите эти числа. Ответ:400; 600.
47. Известно, что 30% числа А на 10 больше, чем 20% числа В, а 30% числа В на 35 больше, чем 20% числа А. Найдите числа А и В. 200; 250
48. При продажной стоимости товара 2,2 тыс. руб. за 1 кг продовольственный магазин получает 10% прибыли. Если, продать этот товар по 1,8 тыс. руб. за 1 кг, то магазин понесёт убыток в сумме 43 тыс. руб. Сколько килограммов этого товара было в магазине? Ответ:215
49. Рабочий день уменьшился с 8 ч до 7 ч. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех же расценках заработная плата выросла на 5%? Ответ: 20%

Задачи на смеси (сплавы)

1. Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Образец решения:

- 1) Пусть 30%-ного раствора взято x граммов, а 10%-ного раствора взято y граммов.
- 2) Тогда из условия ясно, что $x + y = 600$. Так как первый раствор 30%-ный, то в x граммах этого раствора содержится $0,3x$ граммов кислоты.
- 3) Аналогично в y граммах 10%-ного раствора содержится $0,1y$ граммов кислоты.
- 4) В полученной смеси по условию задачи содержится $600 \cdot 0,15 = 90$ г кислоты, откуда следует $0,3x + 0,1y = 90$.

Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 0,3x + 0,1y = 90; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 3x + y = 900. \end{cases}$$

$$X=150, y=600-150=450.$$

Ответ: 150г; 450г.

2. Один раствор содержит 20% (по объему) соляной кислоты, а второй – 70% кислоты. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100л 50%-ного раствора соляной кислоты? Ответ:40; 60

3. Имеется кусок сплава меди с оловом массой 15кг, содержащий 40% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 30% меди? Ответ:5

4. Сколько надо добавить воды к 100 г сухого молока с содержанием 7% воды, чтобы получить молоко с содержанием 60% воды? Ответ: 132,5

5. Кусок сплава меди и цинка массой 72 кг содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди? Ответ:27кг.

6. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди? Ответ:1.5кг.

7. Два куска латуни имеют массу 30 кг. Первый кусок содержит 5 кг чистой меди, а второй кусок – 4 кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок латуни, если второй содержит меди на 15% больше первого? Ответ: 25%
8. К раствору, содержащему 40 г соли, добавили 200 г воды, после чего массовая доля растворенной соли уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор и какова была в нем массовая доля соли? Ответ: 160 г.; 20%
9. В сплав магния и алюминия, содержащий 22 кг алюминия, добавили 15 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 33%. Сколько весил сплав первоначально? Ответ: 25 кг.
10. Имелось два сплава меди с разным процентным содержанием меди в каждом. Число, выражающее в процентах содержание меди в первом сплаве, на 40 меньше числа, выражающего в процентах содержание меди во втором сплаве. Затем оба эти сплава сплавив вместе, после чего содержание меди составило 36%. Определить процентное содержание меди в первом и во втором сплавах, если известно, что в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором – 12 кг. Ответ: 20%; 60%.
11. Сплав меди и олова, содержащий на 12 кг больше меди, чем олова, сплавив с 4 кг чистой меди. В результате содержание олова в сплаве понизилось на 2,5 %. Сколько олова содержится в сплаве? Ответ: 24 кг.
12. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30% никеля? Ответ: 40 т. 100 т.
13. Имеется два слитка сплавов меди и олова. Первый содержит 40% меди, второй – 32% меди. Какого веса должны быть эти слитки, чтобы после их совместной переплавки получить 8 кг сплава, содержащего 35% меди? Ответ: 3 кг.; 5 кг.
14. Смесь, состоящая из двух веществ, весит 18 кг. После того, как из нее выделили 40% первого вещества и 25% второго, в ней первого вещества стало столько же, сколько второго. Сколько каждого вещества было в смеси? Ответ: 8 кг.; 10 кг.
15. Имеется 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды. Сколько килограммов воды надо выпарить, чтобы оставшаяся масса содержала 25% целлюлозы? Ответ: 200 кг.
16. Морская вода содержит 5% по весу соли. Сколько кг пресной воды нужно прибавить к 80 кг морской, чтобы содержание соли в последней составляло 2%. Ответ: 120 кг.
17. Пчелы, перерабатывая цветочный нектар в мед, освобождают его от значительной части воды. Исследования показали, что нектар содержит 70% воды, а полученный из него мед 16% воды. Сколько килограммов нектара приходится перерабатывать пчелам для получения 1 кг меда? Ответ: 2,8 кг.
18. Смешали 20 л 70%-ного спирта, 30 л 50%-ного спирта и 22,5 л воды. Каково процентное содержание спирта в получившейся смеси? Ответ: 40%
19. Сплав цинка, алюминия и магния отличается большой прочностью и пластичностью. Первый такой сплав, массой 120 кг, содержит 20% алюминия. Второй сплав содержит 30% алюминия и 5% магния. Из этих сплавов получили новый сплав, содержащий 24% алюминия. Сколько килограммов магния содержалось во втором сплаве? Ответ: 4 кг.
20. Бронза – сплав меди и олова. В древности из бронзы отливали колокола, если в ней содержалось 75% меди. К бронзе массой 500 кг, содержащей 70% меди, добавили некоторое количество меди и получили бронзу, необходимую для изготовления колокола. Определите, сколько килограммов меди было добавлено. Ответ: 100 кг.
21. Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 60 кг больше, чем у цинка. Этот кусок латуни сплавив со 100 кг меди и получили латунь, в которой 70% меди. Определите процент содержания меди в первоначальном куске латуни. Ответ: 60%.

22. Латунь-сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг. Больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавляли с 12 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Сколько килограммов меди было первоначально? Ответ: 22,5 кг

23. В сосуде находится M кг $p\%$ раствора соли. Из сосуда выливается a кг смеси и доливается a кг воды, после чего раствор перемешивается. Эта процедура повторяется n раз. Докажите, что после n процедур концентрация соли будет равна: $\frac{p}{100} \left(1 - \frac{a}{M}\right)^n$.

24. Имеется два куска сплава олова и свинца. первый содержит $p_1\%$ второй - $p_2\%$ олова. В каком отношении надо брать массы от этих кусков чтобы получить сплав с содержанием олова $p\%$?

$$\text{Докажите, что } \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_2 - p}{p - p_1}. \quad (1):$$

25. Имеется два куска сплава содержащие 40 % и 60% олова. В каком отношении (по массе) надо сплавить части этих кусков, чтобы получить сплав, содержащий 45 % олова?

И эту задачу можно решить подставив $p_1=40$, $p_2=60$, $p=45$ в равенство(1). Преобразовав полученное равенство, имеем:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{60 - 45}{45 - 40} = \frac{15}{5} = 3:1.$$

Задачи на части

В пропорции $\frac{a}{b}$ и a и d -крайние члены, а d и c –средние.

Основное свойство пропорции: $ad=bc$.

1. Если на заводе будут ежедневно сжигать 3,6 т топлива, то расходы на топливо за полгода составят 3 млн руб. Сколько рублей будет израсходовано на заводе на топливо за тот же период, если ежедневно будут сжигать 3 т топлива?

При сжигании 1 т топлива расходы на него составят $\frac{3}{3,6}$ млн руб, а при сжигании 3 т

-соответственно $\frac{3}{3,6} \cdot 3 = 2,5$ млн руб.

Ответ: 2,5 млн руб.

2. Восемь рабочих выполнили работу за 6 дней. За сколько дней выполнили бы ту же работу 12 рабочих при той же производительности труда? Ответ: 4 дня.

3. Для перевозки груза нужно 10 трехтонных машин. Сколько Двухтонных машин могут перевезти тот же груз? Ответ: 15 машин

4. На пошив 6 палаток нужно 120 м брезента шириной 1,2 м. Сколько метров брезента шириной в 1,5 м надо на пошив 4 таких палаток? Ответ: 64м.

5. Два трикотажных цеха выпустили продукции на 6 млн руб., причем производительности первого и второго цехов относятся как 2:3. На сколько рублей произвел продукции каждый цех в отдельности? Ответ: 2,4 млн.руб; 3,6 млн.руб

Образец решения:

Продукции первого цеха составляет 2 части из общего числа $2+3=5$ частей, то есть $\frac{2}{5}$ всей продукции, а ее стоимость равна 6 млн руб. $\frac{2}{5} \cdot 6 = 2,4$ млн руб. Аналогично стоимость продукции второго цеха равна $6 \cdot \frac{3}{5} = 3,6$ млн руб.

Ответ: 2,4 млн руб. и 3,6 млн руб.

6. Латунь представляет собой сплав меди и цинка, массы которых пропорциональны соответственно числам 3 и 7. Сколько меди и сколько цинка в 500 г латуни? Ответ: 350г.; 150г.

7. Сплав железа с углеродом - сталь. Массы железа и углерода в сплаве пропорциональны числам 49 и 1. Сколько железа и сколько углерода в 1т стали? Ответ: 980кг; 20кг.

8. Для полировки медных изделий пользуются следующим составом: 10 частей воды, 5 частей нашатырного спирта, 2 части мела (по массе). Сколько граммов каждого вещества надо взять для приготовления 680 г состава? Ответ: 400г.; 200г.; 80г.

9. Для получения крахмала берут рис и ячмень: 4 части ячменя и 1 часть риса (по массе). Сколько килограммов риса и сколько килограммов ячменя надо взять для приготовления 680 г состава? Ответ: 36кг, 9кг.

10. Числители трёх дробей пропорциональны числам 1,2,5, а знаменатели соответственно числам 1,3,7. Среднее арифметическое этих дробей равно $\frac{200}{441}$. Найдите эти дроби.

Образец решения:

1. Числители дробей: $x, 2x, 5x$ (по условию задачи).

2. Знаменатели дробей: $y, 3y, 7y$ (по условию задачи).

3. Дроби $\frac{x}{y}, \frac{2x}{3y}, \frac{5x}{7y}$.

4. Из условия задачи следует:

$$\left(\frac{x}{y} + \frac{2x}{3y} + \frac{5x}{7y} \right) : 3 = \frac{200}{441}; \quad \frac{50x}{63y} = \frac{200}{441}.$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{7} - \text{первая дробь};$$

$$\frac{2x}{3y} = \frac{8}{21} - \text{вторая дробь};$$

$$\frac{5x}{7y} = \frac{20}{49} - \text{третья дробь}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{7}; \frac{8}{21}; \frac{20}{49}.$$

11. Площади трех участков земли находятся в отношении $\frac{11}{4} : \frac{11}{6} : \frac{11}{8}$. Известно, что с первого участка собрано зерна на 72 ц больше, чем со второго. Найдите площадь всех трех участков, если средняя урожайность составляет 18ц с 1 га. Ответ: 26га.

12. Длина Дуная относится к длине Днепра как $6\frac{1}{3}:5$, а длина Дона относится к длине Дуная как $6,5:9,5$. Найдите протяженность каждой из рек, если Днепр длиннее Дона на 300 км. Ответ: 2850 км; 2250 км.

13. На заводе имеются станки: токарные, фрезерные и шлифовальные, количество которых соотносится, как $\frac{11}{12}:0,5:0,25$. Сколько всего станков на заводе, если фрезерных и шлифовальных станков вместе на 92 меньше, чем токарных? Ответ: 920 станков.

14. Ученик читал книгу 4 дня. Число страниц, прочитанных им в первые три дня, относится как $\frac{1}{5}:\frac{1}{3}:\frac{1}{20}$. В четвертый день он прочитал 15% от числа страниц, прочитанных во второй

день. Найдите число страниц, прочитанных им в каждый день, если известно, что число страниц, прочитанных во второй день, больше числа всех страниц, прочитанных в другие дни, на 8 страниц. Ответ: 48с.; 80с.; 12с.; 12с.

15. Склад отпустил 40% имевшейся в запасе муки хлебозаводу, а остальную муку распределили между магазинами в отношении $0,3:2,5:0,8$. Сколько было на складе в запасе, если известно, что первый магазин получил на 40т меньше, чем третий? Ответ: 480кг.

16. За перевозку трех грузов было уплачено 940 тыс. руб. Первый груз весом в 14т был перевезен на 30км, второй – в 15т на 40км и третий – в 16т на 35км. Сколько стоит перевозка каждого груза? Ответ: 252 тыс.руб; 360 тыс.руб; 336 тыс.руб.

17. Объемы трех помещений равны: $2410 м^3$, $1790 м^3$, $1050 м^3$. Распределите 2625 тыс. руб., затраченных на отопление этих помещений, пропорционально их кубатуре. Ответ: 1205 тыс. руб.; 895 тыс.руб; 525 тыс.руб.

18. Один сплав состоит из двух металлов, входящих в отношение 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 3:4. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 15:22?

Образец решения:

Пусть третий сплав содержит x частей первого и y частей второго сплава, то есть на x кг первого сплава приходится y кг второго сплава. Тогда в $(x+y)$ кг третьего сплава содержится $(1/3)x + (3/7)y$ кг первого металла и $(2/3)x + (4/7)y$ кг второго металла.

По условию $\frac{(1/3)x + (3/7)y}{(2/3)x + (4/7)y} = \frac{15}{22}$. Разделив числитель и знаменатель на y , получим:

$$\frac{(1/3)(x/y) + (3/7)}{(2/3)(x/y) + (4/7)} = \frac{15}{22}, \text{ откуда после преобразований получим } \frac{x}{y} = \frac{9}{28}.$$

Ответ: на 9 частей сплава надо взять 28 частей второго.

19. Некий сплав состоит из двух металлов, входящих в отношение 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27? Ответ: 9 и 35 частей.

20. Имеются три смеси, составленные из трех элементов: А, В и С. В первую смесь входят только элементы А и В в весовом отношении 3:5, во вторую смесь входят только элементы В и С в весовом отношении 1:2, в третью смесь входят только элементы А и С в весовом отношении 2:3. В каком отношении нужно взять эти смеси, чтобы во вновь полученной смеси элементы А, В и С содержались в весовом отношении 3:5:2? Ответ: 20:6:3.

Задачи на числа

1. Сумма квадратов чисел двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите число.

Образец решения:

1) Пусть x - цифра десятков, y - цифра единиц, $10x+y$ - искомое двузначное число.

2) Из условия задачи следует:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 10x + y - 9 = 10y + x; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$$

($x = -2$ - не подходит, так как x - цифра).

Ответ: 32.

2. Сумма цифр двузначного числа равна 8. Если цифры этого числа переставить, то полученное число будет на 18 меньше искомого. Как велико искомое число? Ответ: 53

3. Произведение цифр двузначного числа в 3 раза меньше самого числа. Если к искомому числу прибавить 18, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число. Ответ: 24

4. Найдите двузначное число, зная, что число его единиц на два больше числа десятков и что произведение искомого числа на сумму его цифр равно 144. Ответ: 24

5. Ученику надо было умножить 78 на двузначное число, в котором цифра десятков второе больше цифр единиц, но по ошибке, он переставил цифры во втором сомножителе, отчего и получил произведение на 2808 меньше истинного. Чему равно истинное произведение? Ответ: 4836

6. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится в частном 4 и в остатке 3. Если же это число разделить на произведение его цифр, то получится в частном 3 и в остатке 5. Найдите это число. Ответ: 23

7. Найдите 2 числа, если известно, что сумма удвоенного первого и утроенного второго равна 23, а учетверенное второе больше утроенного первого на 8. Ответ: 4; 5

8. Среднее пропорциональное двух чисел на 12 больше меньшего из этих чисел, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 больше большего из них. Найдите эти числа. Ответ: 6; 54

9. Найдите три числа, из которых второе больше первого настолько, насколько третье больше второго, если известно, что произведение двух меньших чисел равно 85, а произведение двух больших равно 115. Ответ: 8,5; 10; 11,5

10. Однозначное число увеличили на 10 единиц. Если полученное число увеличить на столько же процентов, как в первый раз, то получится 72. Найдите первоначальное число. Ответ: 2

11. Найдите трехзначное число $\overline{abc}$ (a, b, c - цифры), если четырехзначное число $\overline{abc1}$ в три раза больше четырехзначного числа $\overline{2abc}$.

Образец решения:

Пусть $\overline{abc}$ - x - искомое число.

Тогда $\overline{abc} = 10x + 1$

$$\overline{2abc} = x + 2000, \text{ значит, } 10x + 1 = 3 \cdot (x + 2000)$$

$$x = 857.$$

Ответ: 857.

12. Запись шестизначного числа начинается цифрой 2. Если эту цифру перенести с первого места на последнее, сохранив порядок записи остальных пяти цифр, то вновь полученное число будет второе больше первоначального. Найдите первоначальное число.

Образец решения:

Пусть $\overline{2abcde}$ - искомое число, где a, b, c, d, e - его цифры.

Обозначим через $x = \overline{abcde}$, тогда

$$\overline{2abcde} = 200000 + x$$

$$abcde2 = x \cdot 10 + 2, \text{ значит, } (200000+x) \cdot 3 = x \cdot 10 + 2.$$

$$x = 85714$$

Ответ: 285714.

Задачи на работу

Задачи на конкретную работу

1. Планом было предусмотрено, что предприятие на протяжении нескольких месяцев изготовит 6000 насосов. Увеличив производительность труда, предприятие стало изготавливать в месяц на 70 насосов больше, чем было предусмотрено, и на один месяц раньше установленного срока перевыполнило задание на 30 насосов. На протяжении скольких месяцев было предусмотрено выпустить 6000 насосов?

Образец решения:

Пусть за x месяцев было предусмотрено выполнение планового задания. Тогда за $(x-1)$ месяцев было выпущено 6030 насосов.

В месяц по плану предприятия планировало выпускать $\frac{6000}{x}$ насосов, а фактически выпустило в месяц $\frac{6030}{x}$ насосов.

Из условия задачи следует уравнение:

$$\frac{6030}{x} - \frac{6000}{x} = 70.$$

Решая уравнение, получим $x_1 = 10$, $x_2 = -\frac{60}{x}$ (не удовлетворяет условию задачи).

Ответ: 10 месяцев.

2. Бригада рабочих должна была изготовить 8000 одинаковых деталей в определенный срок. Фактически эта работа была окончена на 8 дней раньше срока, так как бригада делала ежедневно на 50 деталей больше, чем было намечено по плану. В какой срок должна была быть окончена работа? Ответ: 40 дней

3. На вагоноремонтном заводе в определенный срок должно было отремонтировано 330 вагонов. Перевыполняя план ремонта в среднем на 3 вагона в неделю, на заводе уже за две недели до срока отремонтировали 297 вагонов. Сколько вагонов в неделю ремонтировали на заводе? Ответ: 33 вагона.

4. Два ученика должны были обработать по 120 болтов за определенное время. Один из них выполнил задание на 5 часов раньше срока, так как обрабатывал в час на 2 болта больше другого. Сколько болтов в час обрабатывал каждый ученик? Ответ: 6; 8 болтов

5. По плану кооператив должен засеять по 40 га в день. Однако кооператоры засевали каждый день на 30% больше плана, а по этому засеяли на 2 дня раньше срока, причём засеяли на 4 га больше, чем предусмотрено планом. Сколько га засеял кооператив? Ответ: 364 га.

6. Две бригады рабочих должны были изготовить к некоторому сроку по 240 деталей. Первая бригада, изготавливая в день на 8 деталей больше, чем вторая бригада, выполнила задание за 3 дня до срока, опередив вторую бригаду на 1 день. Каков был срок выполнения работы? Ответ: 8 дней.

7. На посадке деревьев работали две бригады. Первая бригада ежедневно высаживала на 40 деревьев больше, чем вторая, и посадила 270 деревьев. Вторая бригада работала на 2 дня больше первой и посадила 250 деревьев. Сколько дней работала каждая бригада? Ответ: 3 и 5 дней

8. Бригада рабочих должна была сделать за смену 7200 деталей, причём каждый рабочий должен сделать одинаковое количество деталей. Однако в бригаде заболело трое рабочих, и поэтому для выполнения нормы каждому рабочему пришлось сделать на 400 деталей больше. Сколько рабочих было в бригаде? Ответ: 9 чел.

9. Бригада лесорубов должна была по плану заготовить за несколько дней 216 м^3 древесины. Первые 3 дня бригада выполняла ежедневно установленную планом норму, а затем каждый день заготавливала 8 м^3 сверх плана, поэтому за день до срока было заготовлено 232 м^3 древесины. Сколько кубических метров древесины в день должна была заготавливать бригада по плану? Ответ: 24 м^3

10. Бригада рабочих должна была в определённый срок изготовить 272 детали. Через 10 дней после начала работы бригада стала перевыполнять дневную норму на 4 детали и уже за один день до срока изготовила 280 деталей. Сколько деталей изготовит бригада к сроку? Ответ: 300 дет.

11. Заводу было поручено изготовить 800 деталей к определённому сроку. Работая точно по графику, завод изготовил 25% заказа, а затем стал изготавливать ежедневно по 100 деталей сверх дневного задания и выполнил заказ за 2 дня до срока. Сколько дней понадобилось заводу для выполнения заказа? Ответ: 14 дней.

Задачи на абстрактную работу

1. Через первую трубу бассейн наполняется за a ч, через вторую трубу - за b ч. За сколько часов бассейн наполнится через обе трубы?

Решим задачу по действиям:

1). $1 : a = \frac{1}{a}$;

2). $1 : b = \frac{1}{b}$;

3). $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$;

4). $1 : \frac{a+b}{ab} = \frac{ab}{a+b}$.

Тот же результат можно получить, выразив x из равенства

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}, \quad (1).$$

Где x ч – время наполнения бассейна через обе трубы. Ответ к задаче даёт формула

$$x = \frac{ab}{a+b}. \quad (2)$$

2. Через первую трубу бассейн наполняется за a ч, через вторую трубу – за b ч, через третью – за c ч. За сколько часов бассейн наполнится через три трубы при их совместной работе?

3. Бак наполняют через три трубы: через первую за a ч, через вторую трубу за b ч, а через все три трубы за x ч. За сколько часов бак наполнится через одну третью трубу?

Составим формулы для решения задач 2 и 3. Из равенства

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{x}$$

где x ч – время наполнения бассейна (бака) через все три трубы, получим формулы (3) и (4) для решения задач 11 и 12 соответственно:

$$x = \frac{abc}{ab + ac + bc}$$

$$c = \frac{abx}{ab - ax - bx}$$

1. Два подъемных крана, работая вместе, разгрузили баржу за 6 часов. За какое время может разгрузить баржу каждый кран, работая отдельно, если один из них может разгрузить ее на 5 часов скорее, чем другой?

Образец решения: $A = k \cdot t$

	A	k	t
Совместная работа	1	1/6	6ч.
I	1	1/x	xч.
II	1	1/(x+5)	(x+5)ч.

Так как $k_I + k_{II} = k_{совм.}$, составим уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6},$$

$$X^2 - 7X - 30 = 0$$

$$X_1 = 10, X_2 < 0$$

Ответ: 10 ч; 15 ч.

2. первый контролер тратит на проверку партии изделий 30 мин больше, чем второй. Если бы они работали вместе, то проверили бы партии за 6/7 часа. За сколько времени проверит партию каждый контролер в отдельности? Ответ: 2ч.; 1,5ч.

3. Чан наполняется двумя кранами А и В. Наполнение чана только через кран А длится на 22 мин дольше, чем через кран В. Если же открыты оба крана, то чан наполняется за один час. За какой промежуток времени каждый кран отдельно может наполнить чан? Ответ: $2\frac{1}{5}$ ч.; $1\frac{5}{6}$ ч.

4. Два грузовика, работая вместе, перевозили зерно в течение 4 ч. За какое время перевезет это же количество зерна каждый грузовик в отдельности, если одному из них нужно для этого на 6 часов больше, чем другому? Ответ: 6ч.; 12ч.

5. Два экскаватора вырыли котлован за 24 дня. Первый экскаватор мог бы выполнить эту работу в 1,5 раза быстрее, чем второй. За сколько дней первый экскаватор мог бы выполнить эту работу? Ответ: 40 дней.

6. Два экскаватора, работая одновременно, выкапывают котлован за 12 ч. За сколько времени мог бы выкопать этот котлован каждый из экскаваторов в отдельности, если скорости выполнения работы экскаваторов относятся как 3:2. Ответ: 20ч.; 30ч.

7. Один завод может выполнить некоторый заказ на 4 дня быстрее, чем другой. За какое время может выполнить этот заказ каждый завод, если известно, что при совместной работе за 24 дня они выполнили заказ, в пять раз больший? Ответ: 8дней, 12 дней

8. Два крана, открытые одновременно, могут наполнить 5/6 ванны за 18 минут. За какое время наполнит ванну каждый из них, если один наполняет ванну на 18 минут быстрее другого? Ответ: 36 мин.; 54 мин.

9. Первая труба наполняет бак на 2 дольше, а вторая - на 4,5 ч. дольше, чем наполняют этот бак обе трубы, открытые одновременно. Сколько времени потребуется, чтобы наполнить бак через одну первую трубу? Ответ: 5ч.

10. Две трубы, открытые одновременно, наполняют бассейн за 5 часов. Если расход воды через первую трубу увеличить в 2 раза, а через вторую трубу уменьшить в 2 раза, то бассейн наполнится за 4 часа. За какое время наполняет бассейн первая труба? Ответ: 10ч.

11. Две снегоуборочные машины, работая вместе, могут очистить от снега определённую площадь за 12 ч. Если бы сначала первая машина выполнила половину работы, а затем вторая закончила уборку снега, то на всю работу ушло бы 25ч. За сколько часов могла бы очистить от снега эту площадь каждая машина, работая отдельно?

Образец решения:

	A	K	T
Совместная работа	1	$\frac{1}{12}$	12 ч.
I	$\frac{1}{2}$	x	$\frac{1}{2x}$ ч.
II	$\frac{1}{2}$	y	$\frac{1}{2y}$ ч.

Составим систему:
$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{12}, \\ \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{30}, \\ y = \frac{1}{20}. \end{cases}$$

$T_1 = \frac{A}{K} = 30 \text{ ч.}; t_{II} = 20 \text{ ч.}$

Ответ: 30ч, 20 ч.

12. Если одновременно открыть два крана, то бассейн наполнится за 4 часа 30 мин. Если же наполнить половину бассейна через один кран, а другую половину – через другой, то для наполнения, бассейна потребуется 12 ч. За какое время наполняет бассейн каждый кран? Ответ: 6ч.; 18ч.

13. Двое рабочих вместе могут выполнить некоторую работу за 16 ч. Если первый из них выполнит $\frac{5}{6}$ всей работы, а затем второй оставшуюся часть, то на выполнение этой работы они потратят 28 ч. Сколько времени потребуется каждому рабочему на выполнение всей работы в отдельности?

Ответ: 24ч.; 48ч.; 22,4ч.; 56ч.

14. Двое рабочих, работая вместе, могли выполнить некоторую работу за 8 часов. Случилось так, что первый рабочий работал 5 часов, а второй - 8 ч, в результате они выполнили $\frac{11}{14}$ всей работы. За сколько часов мог бы выполнить эту работу каждый рабочий в отдельности?

Ответ: 14ч. $18\frac{2}{3}$ ч.

15. Первая бригада грузчиков может разгрузить товарный состав на один час быстрее, чем вторая бригада. Если $\frac{7}{8}$ состава будут разгружать обе бригады вместе, а оставшаяся часть будет разгружаться только второй бригадой, то на выполнение всей работы по разгрузке состава потребуется 2 ч. За какое время может разгрузить состав каждая бригада, работая отдельно? Ответ: 3ч.; 4ч.

16. Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать заданный участок шоссеиной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна бригада, а заканчивала ремонт участка дороги вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время

выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был отремонтирован участок дороги каждой бригады отдельно? Ответ: 45 дней; 30 дней.

17. Два мастера, работая вместе, могут выполнить заказ за 6 часов. Если первый мастер будет работать 9 часов, а потом его сменит второй, то он закончит работу через 4 ч. За сколько времени может выполнить заказ каждый из мастеров, работая отдельно?

Образец решения:

	<i>A</i>	<i>k</i>	<i>t</i>
Совместная работа	1	$\frac{1}{6}$	6 ч.
I	9x	x	9 ч.
II	4y	y	4 ч.

Составим систему:
$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{6}, \\ 9x + 4y = 1 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1}{5}, \\ y = \frac{1}{10}. \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{a}{k} = \frac{1}{\frac{1}{15}} = 15 \text{ ч}, t_2 = 10 \text{ ч}.$$

Ответ: 15 ч; 10 ч.

18. Бригада слесарей может выполнить некоторое задание по обработке деталей на 15 ч. скорее, чем бригада учеников. Если бригада учеников отработает 18 ч., выполняя это задание, а потом бригада слесарей продолжит выполнение задания в течение 6 ч, то и тогда будет выполнено только $\frac{3}{5}$ всего задания. Сколько времени требуется бригаде учеников для самостоятельного выполнения данного задания? Ответ: 45 ч.

19. Двое рабочих, из которых второй начал работать полутора днями позже первого, работая независимо один от другого, оклеили обоями несколько комнат за 7 дней, считая с момента выхода на работу первого рабочего. Если бы эта работа была поручена каждому отдельно, то первому для выполнения понадобилось бы три дня больше, чем второму. За сколько дней каждый из них отдельно выполнил бы эту же работу? Ответ: 14 дней, 11 дней.

20. Два каменщика, второй из которых начинает работать на три дня позже первого, могут выстроить стену за 14 дней. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней может выстроить эту стену каждый каменщик в отдельности? Ответ: 22 дня; 28 дней.

21. Двое мастеров, работая вместе, выполняют некоторое задание за 30 дней. После шестидневной совместной работы один из них, работая отдельно, может окончить это задание за 40 дней. За сколько дней каждый из них, работая отдельно, может выполнить задание? Ответ: 50 дней; 75 дней.

22. Два печника могут сложить печь за 12 ч. Если первый печник будет работать 2 ч, а второй 3 ч, то они выполняют только 20% всей работы. За сколько часов может сложить печь каждый печник, работая отдельно? Ответ: 20 ч.; 30 ч.

23. Двум трактористам было поручено вспахать поле. После того как первый пропахал 7 ч, а второй 4 ч, оказалось, что они вспахали $\frac{5}{9}$ всего поля. Проработав вместе 4 ч, они установили,

что им осталось вспахать $\frac{1}{18}$ часть поля. За сколько часов каждый из трактористов, работая в отдельности, мог бы вспахать все поле? Ответ: 18ч.; 24ч.

24. Первая труба наполняет бассейн на 3ч. быстрее, чем вторая, вторая – на 2ч. дольше, чем третья. При одновременной работе первой и второй трубы бассейн наполняется за 2ч. За какое время будет наполнен бассейн, если открыть сразу три трубы. Ответ: 1ч. 20мин.

25. Три тракториста бригады вместе вспахивали поле за 4 дня. Первая и третья бригады вместе вспахивали бы это поле за 6 дней, а первая и вторая вместе – за 8 дней. Во сколько раз третья бригада вспахивает за весь день больше, чем вторая? Ответ: в 1,5 раза.

26. Для наполнения плавательного бассейна водой имеются три насоса. Первому насосу для наполнения бассейна требуется в три раза меньше чем второму и на 2ч. больше чем третьему. Три насоса, работая вместе, наполнили бы бассейн за 3 ч, но по условию эксплуатации одновременно должно работать только 2 насоса. Определите минимальную стоимость наполнения бассейна, если 1ч работы любого из насоса стоит 140 рублей. (Производительность насоса постоянна в течение работы.). Ответ: 480 руб.

27. Для наполнения газгольдера сжатым газом имеются 3 компрессора. Первому компрессору для наполнения газгольдера требуется времени вдвое меньше, чем второму, и на 4 ч. больше, чем третьему. Три компрессора, работая вместе, наполнили бы газгольдера за 4ч, но по технологическим требованиям одновременно должны работать только два из них. Определите минимальное время (в минутах) наполнения газгольдера. (Производительность каждого компрессора постоянна в течение всей работы.) Ответ: 288 мин.

Задачи на движение

Задачи на «сухопутное» движение

1. Из города А в город В, расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в город В на 2 ч. раньше. Определите скорость велосипедиста. Ответ: 12км/ч; 15 км/ч.

2. Расстояние между двумя станциями железной дороги 120км. Первый поезд проходит это расстояние на 50 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорость обоих поездов. Ответ: 48 км/ч; 36 км/ч.

3. Скорость двух поездов соотносятся как 2:3. Расстояние в 36 км второй поезд проходит на 30 мин. быстрее первого. Найдите скорость обоих поездов. Ответ: 20 км/ч; 36 км/ч.

4. Пароход должен был пройти 72км с определённой скоростью. Первую половину пути он шел со скоростью на 3 км/ч меньше, а вторую - на 3км/ч больше, чем было запланировано. На весь путь пароход затратил 5часов. На сколько минут опоздал пароход? Ответ: 12 мин.

5. Из пункта М в пункт N, расстояние между которыми 80 км, одновременно выехали 2 автомобиля. Во время пути один из автомобилей сделал остановку на 15мин, но в пункт N приехал на 5 мин. раньше второго. Известно, что его скорость в 1,5 раза больше скорости второго. Найдите скорость каждого автомобиля. Ответ: 80 км/ч. 120 км/ч.

6. Турист шел из пункта А в пункт В со скоростью 6 км/ч, а затем из пункта В в пункт С со скоростью 4 км/ч. Сколько километров всего прошел турист, если известно, что расстояние от А до В на 24 км больше, чем от В до С, и что средняя скорость движения туриста оказалась равной 5,25 км/ч. Ответ: 56 км.

7. Турист проехал 160 км, причем $\frac{5}{8}$ этого пути он ехал на автомашине, а остальную часть – на катере. Скорость катера на 20 км/ч меньше скорости автомашины. На автомашине турист ехал на 15 мин. больше времени, чем на катере. Чему равны скорости катера и автомашины? Ответ: 60км/ч. и 80 км/ч. или 80 км/ч и 100 км/ч.

8. После встречи двух пароходов один из них пошел на юг, а другой – на запад. Через два часа после встречи расстояние между ними было 60 км. Найдите скорость каждого парохода, если известно, что скорость одного из них была на 6 км/ч больше скорости второго?

Ответ: 18 км/ч; 24 км/ч.

9. Две автомашины выехали одновременно из одного и того же пункта в одном и том же направлении: одна со скоростью – 50 км/ч, другая – 40 км/ч. Спустя полчаса из того же пункта в том же направлении выехала третья машина, которая обогнала первую машину на 1 час 30 мин позже, чем вторую. Найдите скорость третьей машины. Ответ: 60 км/ч.

10. Из города А в город В, расстояние между которыми 10 км, отправился пешеход, через 30 мин после него из А в В отправился велосипедист, обогнав пешехода и доехав до города В, возвратился обратно в А и приехал туда в тот момент, когда пешеход пришел в город В. Определите скорость пешехода. Ответ: 4 км/ч.

11. Автомобиль, пройдя 300 км, повернул назад и через 1 ч 12 мин после выхода из В увеличил скорость на 16 км/ч, В результате на обратный путь он затратил на 48 мин меньше. Найдите первоначальную скорость автомобиля. Ответ: 60 км/ч.

12. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 18 км, одновременно выезжают два велосипедиста. Скорость одного из них на 5 км/ч меньше скорости другого. Велосипедист, который первым прибыл в В, сразу же повернул обратно и встретил другого велосипедиста через 1 ч 20 мин после выезда из А. Найдите скорость каждого велосипедиста.

Ответ: 11 км/ч.; 16 км/ч

13. Турист шёл со скоростью a км/ч, потом точно такое же время со скоростью b км/ч. Какова средняя скорость движения туриста на всём участке пути?

Образец решения:

Пусть турист шёл x ч со скоростью a км/ч и столько же – x ч со скоростью b км/ч. Тогда за $2x$ ч он прошёл $ax+bx=(a+b)x$ км. Средняя скорость движения туриста равна

$$\frac{(a+b)x}{2x} = \frac{a+b}{2} \text{ км/ч.}$$

Задачи на задержку движения

1. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. В середине пути он был задержан на 10 мин, но, увеличив скорость на 20 км/ч, прибыл в пункт В вовремя. С какой скоростью автобус проехал первую половину пути? Ответ: 60 км/ч.

2. Поезд был задержан у семафора на 16 мин и ликвидировал опоздание на перегоне в 80 км, идя со скоростью, на 10 км/ч большей. Какова скорость поезда по расписанию? Ответ: 60 км/ч

3. Поезд должен пройти 54 км. Пройдя 14 км, он был задержан на 10 мин у семафора. Увеличив первоначальную скорость на 10 км/ч, он прибыл на место назначения с опозданием на 2 мин. Определите первоначальную скорость. Ответ: 50 км/ч.

4. Поезд должен был пройти 220 км за определенное время. Через 2 ч после начала движения он был задержан на 10 мин и, чтобы прийти вовремя в пункт назначения, увеличил скорость на 5 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда. Ответ: 55 км/ч.

5. Велосипедист проехал 40 км из города в деревню. На обратном пути он поехал с той же скоростью, но через 2 ч езды сделал остановку на 20 мин. После остановки он увеличил скорость на 4 км/ч и поэтому потратил на весь обратный путь из деревни в город столько же времени, сколько на путь из города в деревню. Найдите первоначальную скорость велосипедиста. Ответ: 12 км/ч.

Задачи на движение мимо неподвижного наблюдателя

1. Найдите скорость и длину поезда, зная, что он проходил с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течение 7 с и затратил 25 с на то, чтобы проехать с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 м. Ответ: 75,6 км/ч.; 147 м
2. Пассажир поезда знает, что на данном участке пути скорость этого поезда 40 км/ч. Как только мимо окна начал проходить встречный поезд, пассажир пустил секундомер и заметил, что встречный поезд проходил мимо окна в течение 3 с. Определите скорость встречного поезда, если известно, что его длина 75м. Ответ: 50 км/ч.
3. На расстоянии 199,5 м от окна будки параллельно плоскости окна проходит горизонтальный железнодорожный путь. Обходчик, находясь в будке на расстоянии 0,5 м от окна, видит в течение 20 с, как проходит весь поезд (от локомотива до последнего вагона). Длина поезда 100 м, и идет он с постоянной скоростью. Вычислите скорость поезда. Ответ: 25 м/с.

Задачи на движение «по реке»

1. Спортивная лодка прошла расстояние 45 км против течения реки и такое же расстояние по течению, затратив на весь путь 14ч. Определите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч. Ответ: 7 км/ч.
2. Теплоход прошел по течению реки 96 км и столько же против течения, затратив на весь путь 10 ч. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Определите скорость теплохода в стоячей воде. Ответ: 20 км/ч.
3. Лодка может проплыть 18 км по течению реки и еще 2 км против течения за то же время, какое требуется плоту, чтобы проплыть 8 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки 8 км/ч. Ответ: 4 км/ч.
4. Группа туристов отправляется на лодке от лагеря по течению реки с намерением вернуться обратно через 5 ч. Скорость течения реки 2 км/ч, собственная скорость лодки 8 км/ч. На какое наибольшее расстояние по реке они могут отплыть, если перед возвращением планируют пробыть на берегу 3 ч? Ответ: 7,5 км.
5. За 7 ч катер прошел 60 км по течению реки и 64 км против течения. В другой раз катер за 7 ч прошел 80 км по течению реки и 48 против течения. Определите собственную скорость катера и скорость течения реки. Ответ: 18 км/ч; 2 км/ч
6. Из пункта А в пункт В против течения реки вышла моторная лодка. В пути сломался мотор, и, пока его 20 мин чинили, лодку сносило вниз по реке. Определите, насколько позднее прибыла лодка из-за поломки мотора, если известно, что обычно путь из А в В лодка проходит в 1,5 раза дольше, чем путь из В в А. Ответ: 25 мин.
7. Катер проходит 96 км. вниз по течению реки от А до В и обратно за 14 ч. Одновременно с катером из А отправился плот. На пути обратно катер встретил плот на расстоянии 24 км от А. Определите скорость катера в стоячей воде и скорость течения.

Образец решения:

Пусть x км/ч – скорость катера в стоячей воде, а y км/ч – скорость течения реки. Тогда $(x + y)$ км/ч – скорость катера по течению реки, а $(x - y)$ – скорость катера против течения. Расстояние 96 км вниз по течению катер проходит за $96/(x + y)$ ч, а обратный путь – $96/(x - y)$ ч. Поэтому $96/(x + y) + 96/(x - y) = 14$. (1) Расстояние 24 км плот проходит за $24/y$ (ч). Это же время потребовалось катеру, чтобы пройти вниз по течению реки на 96 км и обратный путь 72 км, то есть $24/y = 96/(x + y) = 72/(x - y)$. (2) Итак задача свелась к решению системы уравнений (1) и (2). Преобразуем уравнение (2), освободившись в нем от общего знаменателя. Получим $24(x + y)(x - y) = 96y(x - y) + 72y(x + y)$, $x^2 - y^2 = y \cdot (4x + 4y + 3x + 3y)$, откуда

(после приведения подобных членов) $x^2 = 7xy$. Так как $x \neq 0$, то $x = 7y$. Подставляя это выражение в уравнение (1), найдём $y = 2$ км/ч. Тогда $x = 14$ км/ч.

Ответ: 14 км/ч.

8. Моторная лодка проходит расстояние АВ, равное 28 км, в оба конца за 5 ч 50 мин. Однажды, выйдя из пункта В в пункт А, находящийся выше по течению реки, лодка через два часа встретила плот, отправившийся из А за 4 часа до выхода лодки из В. Найдите скорость течения реки и собственную скорость моторной лодки. Ответ: 2 км/ч.; 10 км/ч.

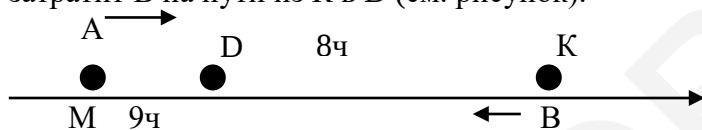
Задачи на движение навстречу друг другу

1. В один и тот же час навстречу друг другу должны были выйти А из поселка М и В из К. Но А задержался и вышел позже на 6 ч. При встрече выяснилось, что А прошел на 12 км меньше, чем В. Отдохнув, они одновременно покинули место встречи D и продолжили путь с прежней скоростью. В результате А пришел в К через 8 ч, а В пришел в М через 9 ч после встречи. Определите расстояние МК и скорости пешеходов.

Образец решения:

Пусть $v_A = x$ (км/ч), $S_{KD} = 8$ (км/ч); $v_B = y$ (км/ч), $S_{MD} = 9y$ (см. рисунок).

Тогда $t_a = \frac{9y}{x}$ ч – время, которое затратит А на пути из М в D; $t_b = \frac{8x}{y}$ – время, которое затратит В на пути из К в D (см. рисунок).



Из условия задачи следует, что $8x - 9y = 12$. Так как пешеход В вышел раньше, чем А, на 6 ч, то на основании этого составим второе уравнение: $\frac{8x}{y} - \frac{9y}{x} = 6$.

Составим систему уравнений и решим её:

$$\begin{cases} 8x - 9y = 12, \\ \frac{8x}{y} - \frac{9y}{x} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4, \\ x = 6. \end{cases} \quad \text{Расстояние МК} = 8 \cdot 6 + 9 \cdot 4 = 84 \text{ км. Ответ : 84 км ; 6 км/ч; 4 км/ч.}$$

2. Пешеход и велосипедист отправляются одновременно навстречу друг другу из городов А и В, расстояние между которыми 40 км, и встречаются спустя 2 ч после отправления. Затем они продолжают путь, причем велосипедист прибывает в А на 7 ч 30 мин раньше, чем пешеход в В. Найдите скорости пешехода и велосипедиста, полагая, что оба все время двигались с неизменными скоростями. Ответ: 4 км/ч.; 16 км/ч.

3. Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми 27 км. Через час велосипедисты встречаются и, не останавливаясь, продолжают ехать с той же скоростью. Первый прибывает в пункт В на 27 мин позже, чем второй в пункт А. Определите скорость каждого велосипедиста.

Ответ: 12 км/ч.; 15 км/ч.

4. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 6 км, одновременно вышли на встречу друг другу два пешехода. Пешеход, шедший из А, пришел в В через 24 мин, а другой пешеход пришел в А через 54 мин после их встречи. Через какое время после выхода пешеходов состоялась встреча и на каком расстоянии от пункта А? Ответ: $\frac{3}{5}$ ч.; 3,6 км.

5. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из пунктов М и N, расстояние между которыми 45 км. Встретившись через 1,5 ч, они продолжили путь с той же скоростью, первый прибыл в N на 2 ч 15 мин раньше, чем второй. Найдите скорости велосипедистов. Ответ: 10 км/ч; 20 км/ч.

6. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 34 км, выехал велосипедист. Одновременно с ним из В в А вышел пешеход. Велосипедист ехал со скоростью, на 8 км/ч большей скорости пешехода, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость каждого, если известно, что они встретились в 24 км от пункта А. Ответ: 4 км/ч; 12 км/ч.

7. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч 20 мин. Сколько времени понадобилось каждому из них, чтобы пройти все расстояние, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 5 ч позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый? Ответ: 10ч; 5ч.

8. Один турист вышел в 6 ч, а другой навстречу ему в 7 ч. Встретились они в 8 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Сколько времени затратил каждый из них на весь путь, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 1 ч 28 мин позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый? (Считается, что каждый шел без остановок с постоянной скоростью). Ответ: $3\frac{2}{4}$ ч; $2\frac{1}{5}$ ч.

Задачи на косвенное выражение скорости

1. Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов в третий, куда они договорились выехать одновременно. Первый прибыл на место встречи через 2 ч, а второму, чтобы прибыть во время, надо было проезжать каждый километр на 1 мин быстрее первого, так как его путь был длиннее на 6 км. Какова скорость каждого велосипедиста?

Образец

I. Особенностью этой задачи является не прямое, а косвенное указание скорости велосипедистов.

Пусть первый велосипедист проезжал каждый километр за x мин, то есть его скорость была $\frac{60}{x}$ км/ч. Тогда скорость второго $\frac{60}{x-1}$ км/ч. Составим уравнение и решим его:

$$\frac{60}{x-1} \cdot 2 - \frac{60}{x} \cdot 2 = 6; \quad x_1 = 5, x_2 = -4 \text{ (Посторонний корень)}.$$

$$\text{Следовательно, } v_1 = \frac{60}{5} = 12 \text{ км/ч}, v_2 = \frac{60}{4} = 15 \text{ км/ч}.$$

II.

S(км)	v(км/ч)	t(ч)
2x	x	2
2y	y	2

Так как S_{II} на 6 км длиннее S_I , то $2y - 2x = 6$ или $y - x = 3$.

S(км)	V(км/ч)	t(ч)
2x	x	$\frac{1}{x}$
2y	y	$\frac{1}{y}$

Так как время второго велосипедиста, затраченное на прохождение 1 км, на 1 мин меньше соответствующего времени первого велосипедиста, то $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60}$.

$$\text{Имеем } \begin{cases} y - x = 3, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 15. \end{cases}$$

О т в е т: 12 км/ч; 15 км/ч.

2. Старший брат на мотоцикле, а младший на велосипеде совершили двухчасовую безостановочную поездку в лес и обратно. При этом мотоциклист проезжал каждый километр на 4 мин быстрее, чем велосипедист. Сколько километров проехал каждый из братьев за 2 ч, если известно, что путь, проделанный старшим братом за это время, на 40 км больше?

Ответ: 20 км; 60 км.

3. Легковая машина выехала из города на 2 мин позднее грузовой и догнала грузовую через 10 км. Определите скорости машин, если легковая проезжает в час на 15 км больше грузовой. Ответ: 60 км/ч; 75 км/ч.

4. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает времени на 2 ч больше, чем мотоциклист. Вычислите скорости каждого из них. Ответ: 30 км/ч; 60 км/ч.

5. Из пунктов А и С в пункт В выехали одновременно два всадника и, несмотря на то что пункт С отстоял от пункта В на 20 км дальше, чем пункт А от пункта В, прибыли в пункт В одновременно. Найдите расстояние от пункта С до пункта В, если всадник выехавший из С, проезжал каждый километр на $1\frac{1}{4}$ мин скорее, чем всадник, выехавший из пункта А, и всадник выехавший из А, приехал в пункт В через 5 ч. Ответ: 80 км.

6. Велосипедист проехал 96 км на два часа быстрее, чем предполагал. При этом за каждый час он проезжал на 1 км больше, чем ранее предполагал проезжать за 1 ч 15 мин. С какой скоростью ехал велосипедист? Ответ: 16 км/ч.

Задачи на развлечение

1. Из бака, наполненного спиртом, отлили часть спирта и долили до прежнего объема водой, затем из бака отлили столько же литров смеси, сколько первый раз отлили спирта, после чего в баке осталось 49 л чистого спирта. Сколько литров спирта отлили из бака в первый раз и во второй раз, если в баке содержалось 64 л?

Образец решения:

Будем полагать, что x литров спирта отлили в первый раз. Тогда $(64 - x)$ литров спирта осталось в баке. После того, как бак долили водой, в нем осталось 64 л смеси. Следовательно, в

1 л смеси содержалось $\frac{64 - x}{64}$ литров спирта. Так как во второй раз отлили x литров смеси, то спирта отлили во второй раз $\left(\frac{64 - x}{64}\right)x$ литров. Из условия следует, что из бака всего отлили $64 -$

$49 = 15$ л спирта. Составим уравнение и решим его: $x + \frac{64 - x}{64}x = 15$, откуда $x_1 = 8$, $x_2 = 120$ (не

удовлетворяет условию). Во второй раз отлили $\frac{(64 - 8) \cdot 8}{64} = 7$.

Ответ: 8 л; 7 л.

2. Сосуд объемом 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из сосуда откачали x литров воздуха и добавили такое же количество азота. В итоге в сосуде оказалось лишь 9% кислорода. Определите x . Ответ: 2 л.

3. В сосуде было 12л соляной кислоты. Часть кислоты отлили и сосуд долили водой. Затем снова столько же и опять долили водой. Сколько жидкости отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25 %-ный раствор кислоты? Ответ:6л.

4. Из сосуда, наполненного кислотой, вышли несколько литров долили водой; после опять вылили столько же литров смеси, тогда в сосуде осталось 24л чистой кислоты. Емкость сосуда 54л. Сколько кислоты вылили в первый раз и второй раз? Ответ:18л. 12л.

5. В сосуде было 12 литров соляной кислоты. Часть кислоты отлили и долили сосуд водой, затем снова отлили столько же и опять долили водой. Сколько литров отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25%-ный раствор соляной кислоты?

Образец решения:

Пусть первый раз отлили x л 100%-ной соляной кислоты, тогда в растворе ее осталось $(12-x)$

л. Второй раз было отлито x л жидкости, в которой содержалось $\frac{12-x}{12}$ л кислоты. В

результате осталось $\left(12-x-\frac{12-x}{12}x\right)$ л кислоты, что составляло $\frac{25}{100} \cdot 12=3$ л. Поэтому $12-x-$

$\frac{12-x}{12}x=3$, откуда $x_1=6$, $x_2=18$.

Второй корень не подходит, так как из сосуда, вмещающего 12л, нельзя влить 18 л.

Ответ:6л.

6. Для приготовления лекарства потребовался 76 %-ный спирт. Провизор налил в колбу 220г имеющегося у него 95 %-го спирта. Затем он отлил из колбы некоторое количество этого спирта и добавил в нее столько же воды, чтобы получить 76%-ный спирт. Определите, сколько граммов воды добавил провизор. Ответ:55г.

7. Два сосуда содержат одинаковое количество воды. В сосуд А вливается литр спирта, после чего литр смеси выливается в сосуд В; затем из сосуда В выливается литр смеси, после чего в сосуде В остается 0,16 л спирта. Определите, сколько воды было в сосуде А вначале.

Ответ:4л или 0,25л.

8. В сосуде находится M кг $p\%$ раствора соли. Из сосуда выливается a кг смеси и доливается a кг воды, после чего раствор перемешивается. Эта процедура повторяется n раз. Докажите, что после n процедур концентрация соли будет равна: $\frac{p}{100} \left(1 - \frac{a}{M}\right)^n$.

Задачи на движение по окружности

П р и м е р: Два тела, движущиеся в разные стороны по окружности длиной 1м с постоянными скоростями, встречаются каждые 6с. При движения в одну сторону первое тело догоняет второе каждые 48с. Найти линейные скорости этих тел.

Решение: Обозначим скорости первого и второго тел через v_1 м/с и v_2 м/с соответственно. Тогда в согласии с условием задачи получаем следующие системы уравнений:

$$\begin{aligned} 1/(v_2 + v_2) &= 6, & v_1 + v_2 &= 1/6, \\ 1/(v_1 - v_2) &= 48, & \Rightarrow v_1 - v_2 &= 1/48. \end{aligned}$$

Решая последнюю систему, получаем $v_1 = 3/32$, $v_2 = 7/96$.

О т в е т. Скорость первого тела равна 3/32 м/с, скорость второго равна 7/96 м/с.

1. По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки.

Одна из них делает полный оборот на 5 с скорее другой. При этом совпадения точек происходят каждый раз через 1 мин, определите скорости точек.

Образец решения:

Пусть первая точка проходит полный оборот за x с, а вторая – за y с. Тогда

$$U_1 = \frac{60}{x} \text{ м/с} = \frac{3600}{x} \text{ м/мин}, U_2 = \frac{60}{y} \text{ м/с} = \frac{3600}{y} \text{ м/мин}.$$

Будем полагать, что $x < y$, тогда из условия задачи следует уравнение $y - x = 5$.

Так как точки встречаются каждую минуту и первая движется быстрее, то она должна за 1 мин пройти полный круг 60 м и ещё столько, сколько успеет пройти за 1 мин вторая точка, т.е. $\frac{3600}{y}$. Отсюда имеет второе уравнение: $\frac{3600}{x} = \frac{3600}{y} + 60$.

Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} y - x = 5, \\ \frac{3600}{x} = \frac{3600}{y} + 60; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 5, \\ \frac{60}{x} = \frac{60}{y} + 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 15, \\ y = 20. \end{cases}$$

$$\text{Тогда } u_1 = \frac{60}{15} = 4 \text{ м/с}, u_2 = \frac{60}{20} = 3 \text{ м/с}.$$

Ответ: 4 м/с; 3 м/с.

2. Два спортсмена бегают по одной замкнутой дорожке стадиона. Скорость каждого постоянна, но на пробег всей дорожки первый тратил на 10 с меньше, чем второй. Если начнут они пробег с общего старта в одном направлении, то ещё раз сойдутся через 720 с. Какую часть длины всей дорожки пробегает в секунду каждый бегун? Ответ: 1/80; 1/90.

3. По двум concentрическим окружностям равномерно вращаются две точки. Одна из них совершает полный оборот за 5 с быстрее, чем другая, и поэтому успевает сделать за 1 мин на два оборота больше. Сколько оборотов в минуту совершает каждая точка? Ответ: 4 об.; 6 об.

4. Часовая и минутная стрелка совпадает в полночь, и начинается новый день. В котором часу этого дня впервые вновь совпадут часовая и минутная стрелки, если допустить, что стрелки часов движутся без скачков? Ответ: 1 ч.; $5\frac{5}{11}$ мин.

Прогрессии

Арифметическая прогрессия.

1. Второй и четвёртый члены арифметической прогрессии равны 6 и 16 соответственно. Найти пятый член прогрессии.

Образец решения:

$$a_4 = a_2 + 2d, 16 = 6 + 2d, d = 5.$$

$$a_1 = a_2 - d, a_1 = 1.$$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_5 = 21$$

Ответ: 21.

2. Найдите сумму двенадцати первых членов арифметической прогрессии, если известно, что ее второй член равен 8, а девятый равен 40. Ответ: 312

3. Найдите седьмой член арифметической прогрессии, если сумма третьего и одиннадцатого членов прогрессии равна 20.

Образец решения:

$$a_3 + a_{11} = 20, (a_3 + 2d) + (a_{11} + 10d) = 20, 2a_1 + 12d = 20, a_1 + 6d = 10, a_7 = 10$$

Ответ: 10

4. В арифметической прогрессии сумма первых пятнадцати ее членов на 8 меньше суммы первых двенадцати ее членов. Найдите четырнадцатый член прогрессии и сумму первых двадцати семи ее членов. Ответ: -72.
5. Сумма третьего и десятого членов арифметической прогрессии равна -5. Найдите сумму первых двенадцати членов этой прогрессии. Ответ:10
6. Сумма второго и девятого членов арифметической прогрессии равна 10 .Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии. Ответ:50.
7. Сумма первых 32 членов арифметической прогрессии равна 16. Найдите сумму третьего и тридцатого членов этой прогрессии. Ответ:1.
8. Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, если известно, что сумма третьего, седьмого, четырнадцатого и восемнадцатого членов этой прогрессии равна 10. Ответ:50.
9. Найдите квадрат разности девятого и седьмого членов арифметической прогрессии, если произведение восьмого и четвертого ее членов на 27 меньше произведения седьмого и пятого ее членов. Ответ:36.
10. Четвертый член арифметической прогрессии равен 16, а сумма седьмого и десятого равна 5. Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

Образец решения:

Основная идея – выразить все условия через a_1 и d .

$$\begin{cases} a_4 = 16 \\ a_7 + a_{10} = 5; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 3d = 16, \\ (a_1 + 6d) + (a_1 + 9d) = 5; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 3d = 16 \\ 2a_1 + 15d = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -3, \\ a_1 = 25. \end{cases}$$

$$S_8 = \frac{2a_1 + 7d}{2} * 8 = \frac{50 - 21}{2} * 8 = 116$$

Ответ :10

11. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если известно, что пятый и девятый члены дают в сумме 40, а сумма седьмого и тридцатого членов равно 58. Ответ:2;3.
12. Сумма второго, третьего и четвертого членов убывающей арифметической прогрессии в три раза больше квадрата разности этой прогрессии. Сумма третьего и шестого ее членов равна 2. Найдите сумму первых шести членов этой прогрессии. Ответ:18.
13. В арифметической прогрессии третий член равен 5, а сумма второго и шестого членов равна 18. Вычислите сумму первых девяти членов прогрессии. Ответ:117.
14. Двенадцатый член арифметической прогрессии равен 32, а сумма первых 49 членов равна 3479. Найдите сумму второго, одиннадцатого и девятнадцатого членов в этой прогрессии. Ответ:84.
15. Десятый член арифметической прогрессии равен -29, а сумма первых одиннадцати членов равна -187. Найдите сумму девятого; одиннадцатого и восемнадцатого членов этой прогрессии. Ответ:111.
16. Найдите сумму первых девяти членов арифметической прогрессии, если разность между седьмым и третьим членами равна 8, произведение второго и седьмого членов равно 75, причем известно, что все члены прогрессии положительны. Ответ:99.
17. В арифметической прогрессии произведение второго и пятого членов равно 45, а сумма первых пяти равна 35. Найдите разность прогрессии, если известно, что она положительная. Ответ:4

18. В арифметической прогрессии девятый член больше третьего члена в 3 раза, а при делении седьмого члена на третий получается частное 2 и остатков 1. Найдите сумму первых десяти членов прогрессии. Ответ:55

19. При делении девятого члена арифметической прогрессии на второй член в частном получается 5, а при делении тринадцатого члена на шестой член в частном получается 2 и в остатке 5. Найдите первый член и разность прогрессии. Ответ:3;4

20. Произведение третьего и шестого членов арифметической прогрессии равно 406. При делении девятого члена этой прогрессии на ее четвертый член получается 2, а в остатке 6. Найдите первый член и разность прогрессии. Ответ:4;5

21. В арифметической прогрессии двадцать членов. Сумма членов, стоящих на четных местах, равна 250, а на нечетных – 220. Найдите десятый член прогрессии.

Образец решения:

$$\begin{cases} a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 250, \\ a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{19} = 220; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a_2 + a_{20}}{2} \cdot 10 = 250, \\ \frac{a_1 + a_{19}}{2} \cdot 10 = 220; \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 + a_{20} = 50, \\ a_1 + a_{19} = 44; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20a_1 + 20d = 50, \\ 20a_1 + 18d = 44; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = -50, \\ d = 3 \end{cases} \quad a_{10} = a_1 + 9d = -5 + 27 = 22.$$

Ответ: 22

22. В арифметической прогрессии, состоящей из двадцати членов, сумма членов с чётными номерами на 80 больше, чем сумма членов с нечётными номерами. Найдите разность прогрессии. Ответ:8

23. В арифметической прогрессии 12 членов. Их сумма равна 354. сумма членов с чётными номерами относится к сумме членов с нечётными номерами как 32:27. Найдите разность прогрессии. Ответ:5

24. Найдите разность арифметической прогрессии, если первый её член равен 69, а сумма первых десяти членов равна сумме следующих за ними двадцати членов этой прогрессии. Ответ:-2

25. Сумма четырёх первых членов арифметической прогрессии равна 56. Сумма четырёх последних членов равна 112. Найдите число членов прогрессии, если её первый член равен 11. Ответ:11

26. Первый член арифметической прогрессии равен 111, а разность равна -6. Какое наименьшее число последовательных членов этой прогрессии, начиная с первого, надо взять, чтобы их сумма была отрицательной? Ответ:39

27. Первый член арифметической прогрессии равен -100, а разность прогрессии 8. Какое наименьшее число последовательных членов прогрессии надо взять, чтобы их сумма, начиная с первого, была положительной? Ответ:14

28. Двадцатый член арифметической прогрессии равен 103, а сумма первых сорока членов равна 4020. Найдите число членов прогрессии, принадлежащих интервалу (-15; 0). Ответ:3

29. Одиннадцатый член арифметической прогрессии равен -89, а сумма первых двадцати членов равна -1810. Найдите число членов прогрессии, содержащихся в интервале (0; 16). Ответ:2

32. Найдите сумму всех натуральных трёхзначных чисел, кратных пяти.

Образец решения:

Трёхзначные числа 100, 105, 110, ..., 990, 995 образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 100$, $d = 5$, $a_n = 995$.

Используя формулу общего члена $995 = 100 + 5(n - 1)$, найдём $n=180$. Теперь по формуле суммы n -первых членов прогрессии найдём:

$$S_{180} = \frac{100 + 995}{2} \cdot 180 = 98550.$$

Ответ: 98550.

31. Найдите сумму всех натуральных чётных двузначных чисел, делящихся на 3 нацело.

Ответ: 810

32. Найдите сумму всех натуральных четных трехзначных чисел, делящихся на 3 нацело.

Ответ: 82350

33. Найдите сумму всех натуральных трёхзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 9. Ответ: 45387

34. Сумму всех натуральных двузначных чисел разделили на одно из них. Остатка не было. Получившееся частное только порядком цифр отличается от делителя, а Сумма его цифр равна девяти. Какое число являлось делителем? Ответ: 54

35. Известно, что при любом n сумма S_n членов некоторой арифметической прогрессии выражается формулой $S_n = 4n^2 - 3n$. Найдите третий член прогрессии. Ответ: 17

36. Арифметическая прогрессия обладает следующим свойством: при любом n сумма её n членов равна $5n^2$. Найдите разность прогрессии. Ответ: 10

37. Найдите третий член арифметической прогрессии, у которой сумма любого числа членов равна утроенному квадрату этого числа. Ответ: 15

38. Для оплаты пересылки четырёх бандеролей понадобилось 4 различные почтовые марки на общую сумму 2 руб. 80 к. Определить стоимость марок, приобретенных отправителем, если эти стоимости составляют арифметическую прогрессию, а самая дорогая марка в 2,5 раза дороже самой дешевой.

Образец решения:

1) Пусть x рублей – стоимость самой дешевой марки.

2) Тогда $2,5x$ рублей – стоимость самой дорогой марки.

3) Стоимость всех четырех марок по условию есть сумма членов арифметической прогрессии, то есть

$$\frac{x + 2,5x}{2} \cdot 4 = 2,8, x = 0,4.$$

4) Из формулы общего члена прогрессии имеем;

$$a_4 = a_1 + 3d, 2,5x = x + 3d, 1 = 0,4 + 3d, d = 0,2.$$

$$a_2 = 0,4 + 0,2 = 0,6, a_3 = 0,6 + 0,2 = 0,8.$$

Ответ: 0,4; 0,6; 0,8; 1.

39. Диаметры 5 шкивов, насаженных на общий вал, образуют арифметическую прогрессию, крайние члены которой равны 110 и 206 мм. Найдите диаметры промежуточных шкивов.

Ответ: 134мм; 158мм; 182мм.

40. В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест Больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

Образец решения:

Пусть, $a_1 = 280$, тогда $d = -20$, так как $n = 10$, по формуле $S_n = \frac{560 + 9 \cdot (-20)}{2} \cdot 10 = 1900$.

Ответ: 1900.

41. Для поливки 20 деревьев, расположенных по прямой линии на расстоянии 2м друг от друга, садовник приносит воду для каждого отдельного дерева из колодца, находящегося на той же прямой линии в 10м от первого дерева. Сколько всего метров пройдет садовник, чтобы полить все деревья и возвратиться к колодцу? Ответ:1160.м
42. Определить глубину колодца, если за его рытье уплачено 238 тыс. рублей, причем за каждый метр глубины платили на 2 тыс. рублей больше, чем за предыдущий, а за работу на последнем метре заплатили 30 тыс. рублей. Ответ:14м
43. С января по декабрь зарплата каждый месяц повышалась на 50 рублей и за весь год в сумме составила 39300 руб. Сколько рублей составила зарплата за сентябрь, октябрь и ноябрь? Ответ:10350руб
44. Начиная с января, в течение всего года зарплата каждый месяц повышалась на одно и то же число рублей. За первые полгода зарплата в сумме составила 18750руб, а за вторые полгода составила 20550руб. Сколько руб. составила зарплата за весенние месяцы?
Ответ:9450
45. При подготовке к экзамену ученик за 7 дней решил 91 задачу. Каждый день он увеличивал количество решенных задач на одно и то же число. В первые четыре дня он решил 34 задачи. Сколько задач ученик решил в последний день подготовки? Ответ:22
46. В сборнике по подготовке к экзамену по математике – 240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая: Ответ:22
- 47.Компьютерная игра состоит в последовательном прохождении нескольких уровней. За прохождение каждого уровня игрок получает 50 баллов. Кроме того, начисляются и премиальные баллы по следующей схеме: 10 баллов за второй уровень и за каждый следующий уровень на 10 баллов больше, чем за предыдущий. Сколько уровней надо пройти, чтоб набрать ровно 1100 баллов? Ответ:11
48. В каждую из нескольких пробирок налили по две кислоты. Первой кислоты налили 5 мл в каждую пробирку. Вторую кислоту наливали по следующей схеме: 5 мл в первую пробирку, а в каждую последующую пробирку на 0,5 мл меньше, чем в предыдущую. Всего налили 66 мл кислоты. Во сколько пробирок налили кислоты? Ответ:8
- 49.Карл крал у Клары кораллы в течение 12 дней. Каждый день он крал на одно и то же число кораллов больше, чем в предыдущий день. За первые 6 дней Карл украл 48 кораллов, а в следующие 6 дней – 120 кораллов. Сколько кораллов Карл украл в первые 7 дней? Ответ:63
50. За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на три коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов Карл украл в последний день? Ответ:52
51. При свободном падении тела проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8м больше, чем в предыдущую. Сколько времени будет падать тело с высоты 4410м? Ответ:30 сек
- 52.Турист поднимается в гору, в первый час он достиг высоты 800м, а каждый следующий час поднимался на высоту, на 25м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты в 5700м? Ответ:8ч.
- 53.За установку самого нижнего железобетонного колодца заплатили 2600 рублей, а за каждое следующее кольцо платили на 200 руб меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы было уплачено еще 4000 рублей. Средняя стоимость установки одного кольца оказалось равной $2244\frac{4}{9}$ руб. Сколько колец было установлено? Ответ:9

54. В соревнованиях по стрельбе за каждый промах из 50 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах – два штрафных очка, а за каждый последующий – на одно очко больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 35 штрафных очков? Ответ: 16

55. Планируя выпуск нового электронного прибора, экономисты предприятия определили, что в первый месяц может быть изготовлено 200 приборов. Далее предполагалось ежемесячно увеличивать выпуск 20 изделий. За сколько месяцев предприятие сможет изготовить по этому плану 11000 приборов? Ответ: 25

56. Велосипедист выехал из пункта А в пункт В. В первый час он проехал 8 км, а в каждый следующий час на 1 км больше, чем в предыдущий. Сколько часов он был в пути, если расстояние АВ равно 38 км? Ответ: 4

57. Из пункта А и В, расстояние между которыми равно 450 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Один автомобиль двигался равномерно со скоростью 60 км/ч, а другой в первый час прошел 45 км, а в каждый следующий проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов автомобили встретились? Ответ: 4

58. Из пункта А выехал грузовой автомобиль и двигался со скоростью 40 км/ч. Одновременно в этом же направлении из пункта В отправился легковой автомобиль, который в первый час прошел 50 км, а в каждый следующий проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов легковой автомобиль догонит грузовой, если известно, что расстояние от пункта В до пункта А равно 135 км? Ответ: 6

59. Расстояние между пунктами А и В, расположенными на прямолинейном шоссе, равно 8 км. Из А отправился мотоциклист, который проезжает в первый час 10 км, а в каждый последующий час на 10 км больше, чем в предыдущий, в то же время из В в том же направлении выехал велосипедист с постоянной скоростью 8 км/ч. Через какое время после начала движения мотоциклист догонит велосипедиста? Ответ: 1 ч 36 мин

60. Два тела движутся навстречу друг другу из двух точек, расстояние между которыми 390 м. Одно тело прошло в первую секунду 6 м, а в каждую следующую проходило на 6 м больше, чем в предыдущую. Второе тело двигалось равномерно со скоростью 12 м/с и начало движение спустя 5 с после первого. Через сколько секунд после того, как начало двигаться первое тело, они встретятся? Ответ: 10 с.

61. Известно, что внутренние углы некоторого выпуклого многоугольника, наименьший угол которого равен 120° , образуют арифметическую прогрессию с разностью 5° . Определить число сторон этого многоугольника. Ответ: 9

62. Градусные меры углов треугольника составляют арифметическую прогрессию. Найдите тангенс меньшего угла треугольника, если градусная мера его большего угла составляет 75° . Ответ: 1

63. Градусные меры углов прямоугольного треугольника составляют арифметическую прогрессию. Найдите синус меньшего острого угла треугольника. Ответ: 0,5

64. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите синус меньшего угла этого треугольника. Ответ: 0,6

Геометрическая прогрессия

1 Сума второго и четвертого членов возрастающей геометрической прогрессии равна 30, а их произведение равно 144. Найдите сумму девяти членов этой прогрессии.

Образец решения: составим систему

$$\begin{cases} b_2 + b_4 = 30, \\ b_2 \cdot b_4 = 144 \end{cases} \text{ решая которую, получим } b_2=6, b_4=24 \text{ (второе решение } b_2=24, b_4=6$$

не подходит по условию, так как прогрессия возрастающая).

По формуле $b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$ найдем $b_3=12$ ($b_3=-12$ не подходит по условию, так как прогрессия возрастающая). Тогда $q=2$, $b_1=3$, $S_9 = \frac{3(2^9 - 1)}{2 - 1} = 1533$.

О т в е т: 1533

2. Найдите знаменатель возрастающей прогрессии, если сумма первых трех членов равна 7, а их произведение равно 8. Ответ: 2

3. Частное от деления четвертого члена геометрической прогрессии на ее первый член 64, третий член прогрессии равен 8. Найдите первый член прогрессии. Ответ 0,5

4. Найдите первое из четырех чисел, образующих геометрическую прогрессию, у которой сумма крайних членов равна -49, а сумма средних членов 14. Ответ 7

5. Равность между вторым и первым членами геометрической прогрессии равна 18, а разность между четвертым и третьим 162. Найдите знаменатель прогрессии. Ответ 3

6. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, у которой третий член больше первого на 9, а второй больше четвертого на 18. Ответ -2

7. Между числами 243 и 1 поместить четыре числа, которые вместе с данными членами образовали бы геометрическую прогрессию. Ответ $1/3$

8. Поместить между числами 7 и 56 два числа, которые образовали бы вместе с данными числами геометрическую прогрессию. Ответ 14; 28

9. Между числами 2 и 162 поместить три числа, которые вместе с данными числами образовали бы геометрическую прогрессию. Ответ 6; 18; 54 или -6; 18; -54.

10. Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии на 1,5 больше, чем сумма ее первых 3 членов. Пятый член прогрессии в четыре раза больше его третьего члена. Найдите четвертый член прогрессии, если известно, что ее знаменатель положителен. Ответ 0,5

11. Произведение первого и пятого членов геометрической прогрессии равно 12. частное от деления второго члена на четвертый равно 3. Найдите второй член прогрессии. Ответ -6; 6

12. Знаменатель геометрической прогрессии с конечным числом членом равен $\frac{1}{3}$, третий член равен $\frac{1}{9}$ и сумма всех членов прогрессии $1\frac{13}{27}$. Найдите число членов прогрессии. Ответ 4.

13. Найдите число членов геометрической прогрессии, у которой первый, второй и последний члены соответственно равны 3; 12 и 3072. Ответ 6.

14. Найдите знаменатель возрастающей геометрической прогрессии, у которой произведение первых трех членов равно 1000, а сумма их квадратов 525. Ответ 2.

15. Найдите $10q$, где q -знаменатель убывающей геометрической прогрессии, у которой произведение первых трех членов равно 1000, а сумма квадратов 525. Ответ 0,5

16. Геометрическая прогрессия состоит из 6 членов. Найдите ее знаменатель, зная, что сумма трех первых членов в 8 раз меньше суммы трех последних членов. Ответ 2.

17. Найдите знаменатель возрастающей геометрической прогрессии, если разность пятого и первого членов прогрессии в пять раз больше третьего и первого членов. Ответ 2.

18. Произведение второго и седьмого членов геометрической прогрессии равно -2. Найдите произведение первых восьми членов этой прогрессии. Ответ 16.

19. Произведение третьего и восьмого членов геометрической прогрессии равно 3. Найдите произведение первых десяти членов. Ответ 243

20. Произведение восемнадцатого и двадцать третьего членов геометрической прогрессии равно 1,9. Найдите произведение двенадцатого и двадцать девятого членов этой прогрессии. Ответ 1,9

21. В геометрической прогрессии $\frac{b_{18} + b_{19}}{b_6 + b_7} = 13$. Найдите отношение суммы первых двадцати четырех ее членов к сумме первых ее двенадцати членов. Ответ 14.

22. В геометрической прогрессии отношение суммы первых ее восемнадцати членов к сумме первых ее девяти членов равно 7. Найдите $\frac{b_{18} - b_{16}}{b_9 - b_7}$. Ответ 6.

23. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 12, а сумма первых шести ее членов равна -84. Найдите третий член прогрессии. Ответ 16.

24. В геометрической прогрессии сумма первых трех членов равна 9, а сумма шести членов равна -63. Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии. Ответ 1023.

25. В геометрической прогрессии сумма первого и пятого членов равна 51, а сумма второго и шестого членов равна 102. Сколько членов этой прогрессии нужно взять, чтобы их сумма была равна 3069? Ответ 10.

26. Найдите третий член геометрической прогрессии, если ее знаменатель равен 3, а сумма первых четырех членов равна -40. Ответ -9.

27. Найдите первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой второй член равен 6, а сумма членов равна $\frac{1}{8}$ суммы квадратов ее членов. Ответ: 12.

28. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 9, а сумма квадратов членов той же прогрессии 40,5. Найдите первый член этой прогрессии. Ответ: 6.

29. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, а сумма кубов ее членов равна 192. Найдите знаменатель этой прогрессии. Ответ: -0,5.

30. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если известно, что сумма ее первого и четвертого членов равна 54, а сумма второго и третьего 36. Ответ: 96.

31. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, сумма которой равна 6, а сумма пяти первых членов равна $\frac{93}{16}$. Ответ: 3

32. Найдите знаменатель бесконечной геометрической прогрессии, у которой каждый член в 4 раза больше суммы всех ее последующих членов. Ответ: 0,2.

33. Сумма членов бесконечной геометрической прогрессии в три раза больше ее первого члена. Найдите отношение пятого и седьмого членов этой прогрессии. Ответ: 9/4.

34. Найдите третий член бесконечной геометрической убывающей прогрессии, сумма которой равна 1,6, а второй член равен -0,5. Ответ: 0,125.

35. Найдите четыре числа, соответствующие убывающей геометрической прогрессии, зная, что сумма ее крайних членов равна $11\frac{2}{3}$, а сумма средних 10. Ответ: 9; 6; 4; 8/3.

36. Найдите три положительных числа, которые образуют геометрическую прогрессию, если их сумма равна 21, а сумма обратных величин равна $\frac{7}{12}$. Ответ: 3; 6; 12.

37. Найдите разность четвертого и первого членов геометрической прогрессии, если сумму первых n членов геометрической прогрессии можно найти по формуле $S_n = \frac{3}{4}(5^n - 1)$.

Ответ: 372.

38. S_n – сумма первых n членов геометрической прогрессии. Найдите знаменатель прогрессии, если при любом n выполняется равенство $\log_3(0,5 \cdot S_n + 1) = n$. Ответ: 3.

39. При каких значениях n ($n \in \mathbb{N}$) числа $2n-1$, $2n+1$, $9n$, $n+26$ являются членами геометрической прогрессии? Ответ: 1.

40. В треугольнике ABC провели среднюю линию A_1C_1 , в треугольнике $A_1B_1C_1$ также провели среднюю линию A_2C_2 , во вновь получившемся треугольнике $A_2B_2C_2$ снова провели среднюю линию A_3C_3 и так далее. Найдите площадь треугольника $A_9B_9C_9$, если известно, что площадь треугольника ABC равна 768см^2 . Ответ: $3/256$.

41. В равносторонний треугольник, сторона которого равна 16см , вписан другой треугольник, вершинами которого являются середины сторон первого. Во второй треугольник таким же способом вписан третий и так далее. Найдите периметр восьмого треугольника. Ответ: 318

42. Дан равносторонний треугольник со стороной 8см . Из его высот построен второй треугольник. Из высот второго треугольника построен третий и так далее. Найдите периметр шестого треугольника, построенного из высот. Ответ: $10,125$.

43. Дан квадрат, сторона которого равна 4см . Середины его сторон являются вершинами второго квадрата, середины сторон второго квадрата являются вершинами третьего квадрата и так далее. Найдите сумму площадей всех квадратов. Ответ: 32

44. В окружности, радиус которой равен 5см , вписан правильный треугольник. В треугольник вписана окружность, в окружность снова вписан правильный треугольник и так далее. Найдите сумму периметров треугольников. Ответ: $30\sqrt{3}$.

45. В квадрат вписан круг, в этот круг вписан квадрат и так далее. Найдите сумму площадей всех кругов, если сторона первого квадрата равна 8см . Ответ: 32

46. Дан квадрат со стороной 128см . Середины его сторон являются вершинами второго квадрата. Середины сторон второго квадрата являются вершинами третьего квадрата и так далее. Найдите длину стороны седьмого квадрата. Ответ: 16 .

Смешанные задачи на прогрессии

1. Разность арифметической прогрессии отлична от нуля. Числа, равные произведениям первого члена этой прогрессии на второй, второго члена на третий и третьего на первый, в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию. Найдите ее знаменатель.

Ответ: -2

2. Найдите четыре числа, из которых первые три составляют геометрическую прогрессию, а последние три составляют арифметическую прогрессию, причем сумма крайних чисел равна 32 , а сумма средних чисел равна 24 . Ответ: $2; 6; 30$ или $32; 16; 80$.

3. Три числа, из которых третье равно 12 , образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если вместо 12 взять 9 , то три числа составят арифметическую прогрессию. Найдите первые два числа. Ответ: $36; 12$

4. Сумма трех чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 30 . Если из второго члена этой прогрессии вычесть 2 , а остальные числа оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа. Ответ: $4; 10; 16$.

5. Сумма первых пяти чисел геометрической прогрессии равна 62 . Известно, что пятый, восьмой, одиннадцатый члены этой прогрессии являются первым, вторым и десятым членами арифметической прогрессии. Найдите первый член геометрической прогрессии.

Ответ: $12,4$ или 2

6. Между числом 3 и неизвестным числом вставлено еще одно число так, что все три числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если средний член этой прогрессии уменьшить на 6, то получится геометрическая прогрессия. Найдите неизвестное число. Ответ: 27
7. Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 9, то получается три числа, составляющих геометрическую прогрессию. Найдите исходные три числа. Ответ: 1; 5; 9 или 17; 5; 7.
8. Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, 21. Если к этим числам прибавить соответственно 2, 3, 9, то новые числа образуют геометрическую прогрессию. Найдите исходные числа. Ответ: 3; 7; 11 или 18; 7; -4.
9. Сумма трех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 14. Если от первого числа отнять 15, а второе и третье увеличить соответственно на 11 и 5, то полученные три числа являются членами арифметической прогрессии. Найдите исходные три числа. Ответ: 18; -6; 2 или 2; -6; 18.
10. Сумма первых тринадцати членов арифметической прогрессии равна 130. Известно, что четвертый, десятый и седьмой члены этой прогрессии, взятые в указанном порядке, представляет собой три последовательных члена геометрической прогрессии. Найдите первый член арифметической прогрессии. Ответ: 10 или 70.
11. Сумма первого удвоенного, удвоенного второго и утроенного четвертого членов геометрической прогрессии равна 2, ее первый член, знаменатель и второй член образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель и первый член геометрической прогрессии. Ответ: $1/3$; $1/2$.
12. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 42, те же числа составляют первый, второй и шестой члены возрастающей арифметической прогрессии. Найдите эти числа. Ответ: 2; 8; 32.
13. В арифметической прогрессии содержащей девять членов, первый член равен 1, а сумма всех членов равна 369. Геометрическая прогрессия также имеет девять членов, причем первый и последний ее члены совпадают с соответствующими членами данной арифметической прогрессии. Найдите пятый член геометрической прогрессии. Ответ: 9
14. В геометрической прогрессии второй член равен 8, а пятый 512. Составить арифметическую прогрессию, у которой разность в два раза меньше знаменателя геометрической прогрессии, а сумма трех первых членов в одной и другой прогрессии были бы равны. Ответ: 12; 2.
15. Первый член арифметической прогрессии равен 0,2. Найдите разность прогрессии, если известно, что при делении каждого ее члена на номер этого члена получается геометрическая прогрессия и число членов прогрессии больше трех. Ответ: 0,2.
16. Найдите трехзначное положение число, если его цифры образуют геометрическую прогрессию со знаменателем, отличным от единицы, а цифры числа меньшего на 200, образуют арифметическую прогрессию. Ответ: 842 или 248.
17. Цифры некоторого трехзначного числа составляют геометрическую прогрессию. Если в этом числе поменять местами цифры сотен и единиц. То новое трехзначное число будет на 594 меньше искомого. Если же в искомом числе зачеркнуть цифру сотен и в полученном двухзначном числе переставить его цифры, то новое двухзначное число будет на 18 меньше числа, выраженного двумя последними цифрами искомого числа. Найти это число. Ответ: 842
18. Найти трехзначное число. Если его цифры составляют геометрическую прогрессию. Если из неизвестного числа вычесть 297, то получится число, написанное теми же цифрами. Но расположенными в обратном порядке. Если к цифрам данного числа прибавить соответственно 8; 5 и 1, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Ответ: 421

19. Ваня, Миша, Алик и Вадим ловили рыбу. Оказалось, что количество рыб, пойманных каждый из них, образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Если Алик поймал столько же рыб, сколько Вадим, а Вадим поймал на 12 рыб больше, то количество Рыб, пойманных юношами, образовало бы в том же порядке геометрическую прогрессию. Сколько рыб поймал Миша? Ответ: 6.

Текстовые задачи из ЕГЭ 2010г.

И.Р Высоцкий

В12. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15ч. Через 5ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ? Ответ: 10

В12. Брюки дороже рубашки на 20% и дешевле пиджака на 46%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака? (Знак процента в ответе не пишете). Ответ: 55.

В12. Во время загородной поездки автомобиль на каждые 100км пути расходует на 2л бензина меньше, чем в городе. Водитель выехал с полным баком, проехал 120км по городу и 210км по загородному шоссе до заправки. Заправив машину, он обнаружил, что в бак вошло 42л бензина. Сколько литров бензина расходует автомобиль на 100км пробега в городе? Ответ: 14.

В12. Объёмы ежемесячной добычи газа на первом, втором и третьем месторождениях относятся как 7:6:14. Планируется уменьшить месячную добычу газа на первом месторождении на 14% и на втором – тоже на 14%. На сколько процентов нужно увеличить месячную добычу газа на третьем месторождении, чтобы суммарный объём добываемого за месяц газа не изменился? Ответ: 13.

В12. Велосипедист отправился с некоторой скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 88 км. Возвращаясь из В в А, он ехал поначалу с той же скоростью, но через один час пути вынужден был сделать остановку на 15 мин. После этого он продолжил путь в А, увеличив скорость на 2 км/ч, и в результате затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста из А в В. Ответ: 22.

В12. Четыре рубашки дешевле куртки на 20%. На сколько процентов шесть рубашек дороже куртки? Знак процента в ответе не пишете. Ответ: 20.

В12. Первую половину трасс автомобиль проехал со скоростью 38км /ч а вторую – со скоростью 57км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ: 45,6.

В12. Два автомобиля отправляются в 780-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 13км/ч большей чем второй и прибывает к финишу на 2 ч раньше второго. Найдите скорость автомобиля пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в Км /ч. Ответ: 78.

В1. Из летнего лагеря уезжают 208 детей и 32 сопровождающих взрослых. В автобусах 44 посадочных места. Какое наименьшее количество автобусов нужно вызвать, чтобы отвезти всех домой? Ответ: 6

В1. Поезд Санкт-Петербург – Нижний Новгород отправляется в 17.30, а прибывает в 8.30 на следующее утро (время московское). Сколько часов поезд находится в пути? Ответ: 15.

В1. Стоимость покупки с учетом 3-процентной скидки по дисконтной карте составила 1746 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты? Ответ: 1800.

В1. Бумага продается в пачках по 500 листов. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

Ответ:10

В1. В супермаркете проходит рекламная акция: покупая две шоколадки, покупатель получает третью шоколадку в подарок. Шоколадка стоит 35 рублей. Какое наибольшее число шоколадок можно получить за 200 руб? Ответ:7

В5. строительной фирме нужно приобрести 75 кубометров пеноблоков. У нее есть 3 поставщика. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице. Ответ:217 500.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м ³)	Стоимость Доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4800	
Б	3000	4500	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно.
В	2900	4700	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

В5. Для изготовления книжных полок требуется заказать 50 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 м². В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ? Ответ:1275.

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м ²)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	110	10
Б	100	15
В	170	Бесплатно

В5. Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург – на поезде или на автомобиле. Билет на поезд стоит 640 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 7 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 18,5 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих? Ответ:906,5.

В5. Поставщик газа может заключить договор на транзит своего газа до клиента через любой из трех газопроводов: Южный, Центральный или Западный. Длина Южного газопровода равна 3000 километрам, длина Центрального равна 340 километрам, а длина Западного газопровода равна 290 километрам. Транспортировка 1000 кубометров газа на 100 километров по Южному газопроводу стоит 10,5 долларов, по Центральному газопроводу – 8,5 долларов, по Западному газопроводу – 11 долларов. Сколько долларов придется заплатить за самый выгодный транзит 1,5 миллионов кубометров газа? Ответ:43350

В5. Для изготовления книжных полок требуется заказать 20 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 м². В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ? Ответ:420

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м ²)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
-------	--	------------------------------------

А	100	10
Б	90	15
В	140	Бесплатно

И.В.Семенов

В1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?
 Ответ:7.

В12. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин. меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч? Ответ:21

В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю? Ответ:58

В12. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей? (Знак процента в ответе не пишите) Ответ:10

В1. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения? Ответ:15.

В12. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ:53

В1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г, Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс? Ответ:7

В12. Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба – бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время? Ответ:53

В1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости от стоимости билета взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу. Ответ:6840

В12. Теплоход скорость у которого в неподвижной воде равна 20 км/ч. Проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние пройденного теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4км/ч стоянка длится три часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах. Ответ:192.

Демовариант 2010г.

В1. Билет на автобус стоит 15 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%? Ответ: 5

В12. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня? Ответ: 20

С6. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1) a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b , то получится десятичная запись числа, равного b/a . Ответ: $a=2$; $b=5$.

Л.Д.Лаппо

В1. Билет на автобус стоит 20 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%? Ответ: 4

В12. Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист и одновременно из B в A выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в B через 4 часа после встречи, а автомобилист в A через 1 час после встречи. Сколько часов был в пути автомобилист? Ответ: 6

В1. Билет на автобус стоит 25 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 40%? Ответ: 2

В12. Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист и одновременно из B в A выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в B через 3 часа после встречи, а автомобилист в A через 45 минут после встречи. Сколько часов был в пути автомобилист? Ответ: 4,5

Литература

1. А.В.Шевкин «Текстовые задачи», Москва «Просвещение» 1997г.
2. Т.В. Введемская «Учимся решать задачи», Издательство «Дидактика» 1996г.
3. Г.И.Ковалева «Тренировочные тематические задания», Издательство «Учитель» 2008г.
4. М.И. Сканава Сборник задач для поступающих в ВУЗ. Издательский дом ОНИКС, 2000г.
5. А.Г.Цыпкин Справочное пособие по методам решения задач по математике, Москва «Наука», 1981г.
6. М.В. Лурье Техника решения, «Задачи на составление уравнений», Москва, 2002г.
7. Ф.Ф. Лысенко Подготовка к ЕГЭ по математике, 2000г.
8. В.Н. Студенецкая Сборник элективных курсов, Издательство «Учитель».
9. Г.И. Григорьева Элективный курс. Текстовые задачи и пути их решения, Волгоград Издательство-торговый дом «Корифей», 2007г.

«Правила» - шутки

Ниже приведены «правила», автор которых неизвестен. Эти «правила» можно посчитать шуткой, но мы помним, что в каждой шутке есть доля правды.

Правило 1. Насколько возможно, избегай читать условие задачи. Чтение условия только отнимает время и запутывает.

Правило 2. Выпиши все числа из условия в том порядке, в каком они там даны. Не забудь о числах, написанных словами.

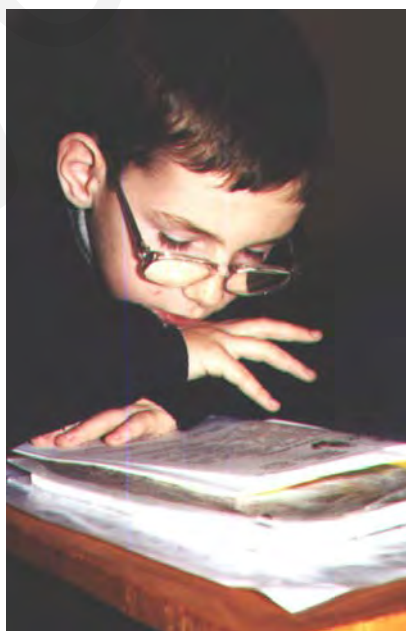
Правило 3. Если правило 2 дало тебе три числа или больше, то лучше всего сложить их все.

Правило 4. Если чисел только два, и они примерно одной величины, то лучше всего вычесть одно из другого.

Правило 5. Если чисел только два и одно много меньше другого, то попробуй разделить, а если не разделится, то перемножь.

Правило 6. Если у задачи такой вид, как будто надо применить формулу, выбери формулу с достаточным числом переменных, чтобы использовать все данные.

Правило 7. Если с правилами 1-6 ничего хорошего не получается, сделай последнюю отчаянную попытку. Возьми все числа, полученные с помощью правила 2, и заполни страницы две всевозможными операциями с ними. Затем обведи кружком пять-шесть полученных чисел на каждой странице на случай, если какое-нибудь из них окажется ответом. Может и получишь что-нибудь за то, что старался.



РТУБОВ.РФ