

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90101

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{27}{3 \cdot 4,5}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3

Найдите значение выражения $(\sqrt{86} + 4)^2$.

- 1) 70 3) $102 + 4\sqrt{86}$
2) $102 + 8\sqrt{86}$ 4) $70 + 8\sqrt{86}$

Ответ:

4

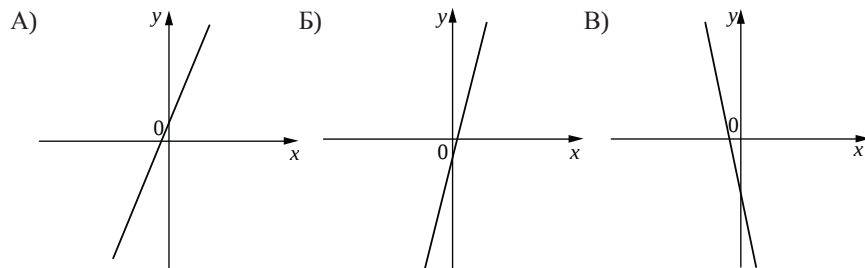
Решите уравнение $\frac{4}{3}x^2 - 48 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k > 0, b < 0$ 2) $k < 0, b < 0$ 3) $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

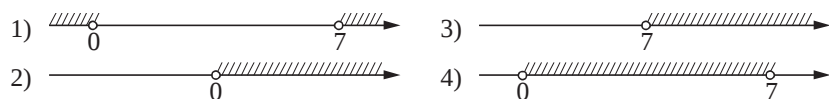
- 6 Дан числовой набор $-9; -11; -13; -15; -17$. Найдите его среднее арифметическое.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7a}{3c} - \frac{49a^2 + 9c^2}{21ac} + \frac{3c - 49a}{7a}$ при $a = 78, c = 20$.

Ответ: _____.

- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $7x - x^2 < 0$?

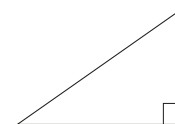


Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

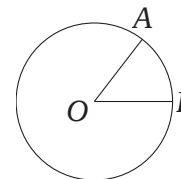
- 9 Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 16 и 20.

Ответ: _____.



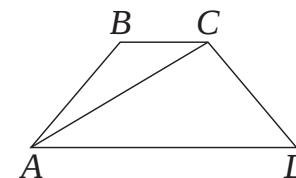
- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найдите длину большей дуги окружности.

Ответ: _____.



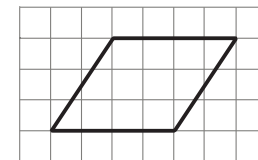
- 11 Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 33° и 14° соответственно. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- Диагонали ромба равны.
- Тангенс любого острого угла меньше единицы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

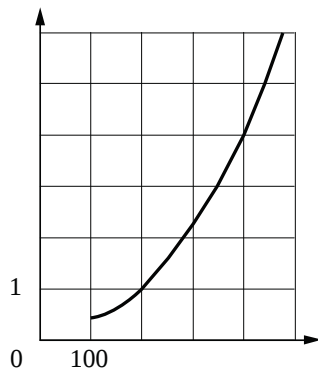
- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Уран	Сатурн	Юпитер	Нептун
Расстояние (в км)	$2,871 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$	$4,497 \cdot 10^9$

- 1) Уран
2) Сатурн
3) Юпитер
4) Нептун

Ответ:

- 15 Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.

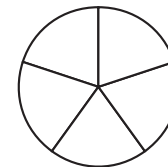


Ответ: _____.

- 16 В начале учебного года в школе было 1250 учащихся, а к концу учебного года их стало 950. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

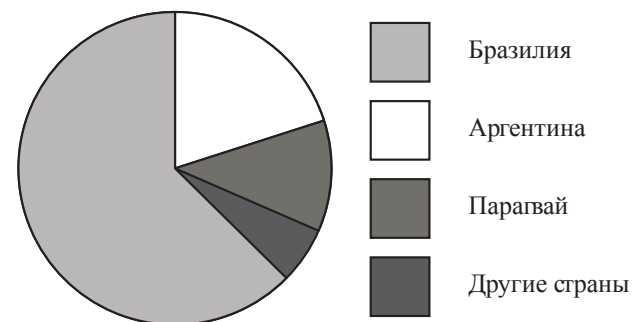
Ответ: _____.

- 17 На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 8° ?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины.
- 2) Больше трети пользователей сети — из Аргентины.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины.
- 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19 У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.
- 22 Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
- 23 Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.
- 25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .
- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90102

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{8,8 \cdot 0,8}{4,4}$.

Ответ: _____.

2

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{18}{17}$ и $\frac{17}{15}$?

1) 0,8 2) 0,9 3) 1 4) 1,1

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{512}}{\sqrt{8}}$.

1) 64 2) $8\sqrt{8}$ 3) 8 4) $64\sqrt{8}$

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$.

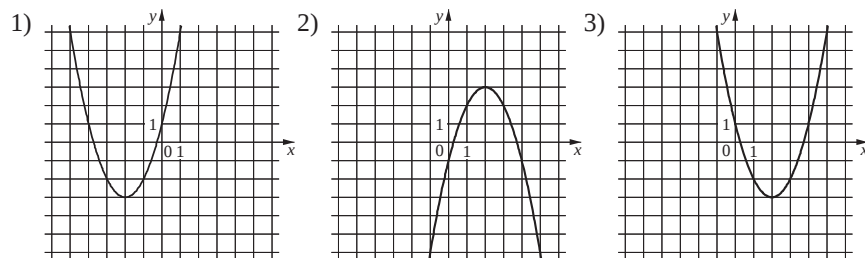
Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = x^2 + 4x + 1$ Б) $y = x^2 - 4x + 1$ В) $y = -x^2 + 4x - 1$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Дан числовой набор 2; 5; 8; 11; 14. Найдите его среднее арифметическое.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{8}{x} - \frac{9}{5x}$ при $x = 0,4$.

Ответ: _____.

- 8 При каких значениях a выражение $5a + 2$ принимает только положительные значения?

1) $a > -\frac{2}{5}$ 3) $a < -\frac{5}{2}$
 2) $a > -\frac{5}{2}$ 4) $a < -\frac{2}{5}$

Ответ:

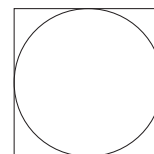
Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике ABC известно, что $\angle B = 90^\circ$, $AC = 14$, BM — медиана. Найдите AM .

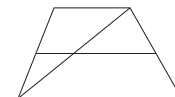
Ответ: _____.

- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.

Ответ: _____.



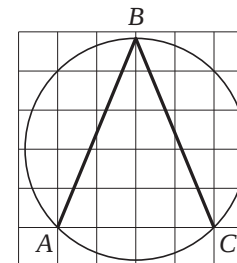
- 11 Основания трапеции равны 1 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см изображены окружность и угол ABC . Найдите градусную меру угла ABC .

Ответ: _____.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

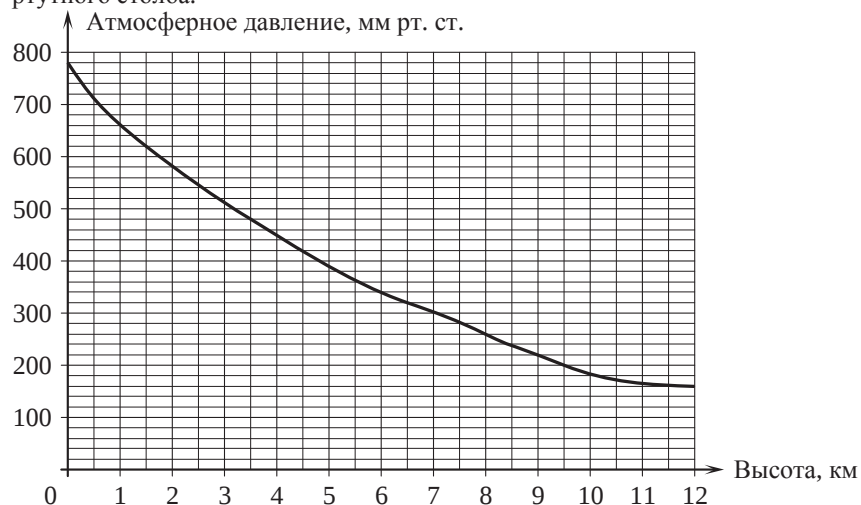
Модуль «Реальная математика»

- 14** Площадь территории России составляет 17,1 млн км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $1,71 \cdot 10^7$ км² 3) $1,71 \cdot 10^{10}$ км²
2) $1,71 \cdot 10^5$ км² 4) $1,71 \cdot 10^6$ км²

Ответ:

- 15** На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). Найдите, чему равно атмосферное давление на высоте 6 км. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.

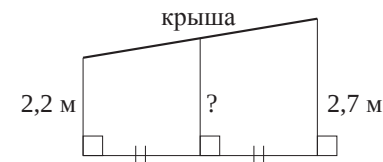


Ответ: _____.

- 16** В начале года число абонентов телефонной компании «Восток» составляло 800 тыс. человек, а в конце года их стало 880 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

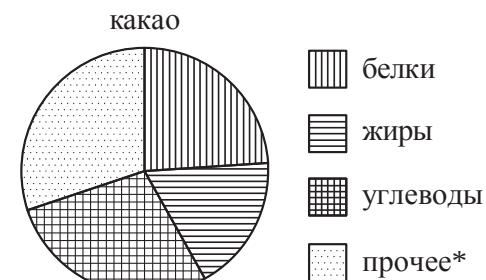
Ответ: _____.

- 17** Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао-порошке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) жиры 3) углеводы
2) белки 4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19** В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выезжает одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: _____.

- 20 В фирме «Родник» цена колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$ (рублей), где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте цену колодца из 5 колец (в рублях).

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.
- 22 Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
- 23 Постройте график функции $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.
- 25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.
- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90103

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$.

Ответ: _____.

2

Между какими числами заключено число $\sqrt{78}$?

- 1) 38 и 40 2) 4 и 5 3) 77 и 79 4) 8 и 9

Ответ:

3

Значение какого из выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{19}$ 3) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{12}}$
2) $(\sqrt{25} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{3})$ 4) $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$

Ответ:

4

Решите уравнение $x^2 - 20 = x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

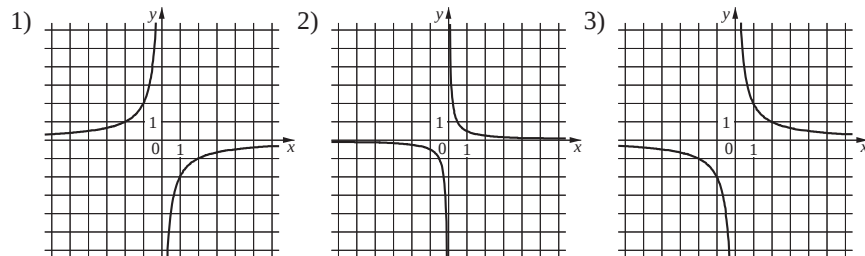
ФУНКЦИИ

А) $y = -\frac{2}{x}$

Б) $y = \frac{2}{x}$

В) $y = \frac{1}{2x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

6 Сколько натуральных чисел n удовлетворяет неравенству $\frac{40}{n+1} > 2$?

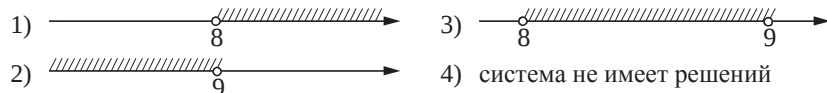
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{8x} \cdot \frac{4x}{x + y}$ при $x = 6,5$, $y = -5,2$.

Ответ: _____.

8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x > 8, \\ 9 - x > 0. \end{cases}$$

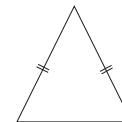


Ответ:

Модуль «Геометрия»

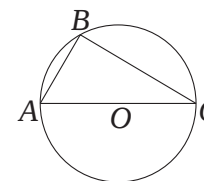
9 Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10, а основание равно 12. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: _____.



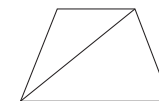
10 Сторона AC треугольника ABC содержит центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 75^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



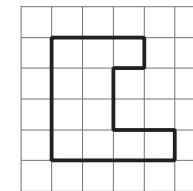
11 Основания равнобедренной трапеции равны 4 и 14, боковая сторона равна 13. Найдите длину диагонали трапеции.

Ответ: _____.



12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

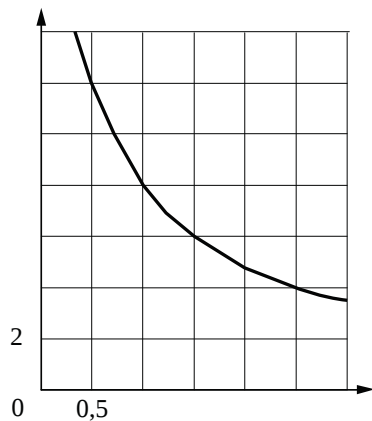
Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей
2) 1000 рублей
3) 2000 рублей
4) 5000 рублей

Ответ:

- 15 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 12 до 8 ампер. На сколько ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

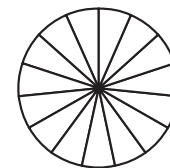


Ответ: _____.

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

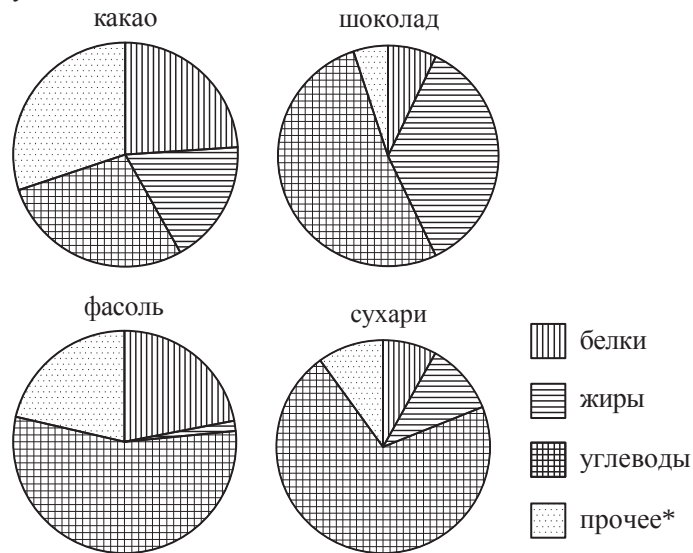
Ответ: _____.

- 17 Колесо имеет 15 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наибольшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао
2) шоколад
3) фасоль
4) сухари

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19** У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

- 20** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Сократите дробь $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$.

- 22** Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

- 23** Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 5$, $AC = 20$.

- 25** Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

- 26** В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника ABC .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90104

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$.

Ответ: _____.

2 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{13}{15}$ и $\frac{18}{19}$?

- 1) 0,9 2) 1 3) 1,1 4) 1,2

Ответ:

3 Найдите значение выражения $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-11}}$.

- 1) $-\frac{1}{5}$ 2) -5 3) $\frac{1}{5}$ 4) 5

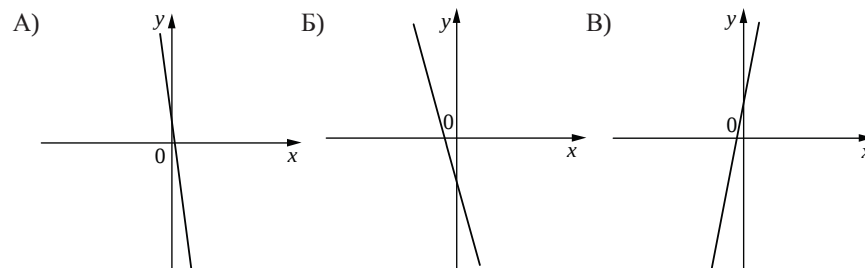
Ответ:

4 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b > 0$ 2) $k > 0, b > 0$ 3) $k < 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В

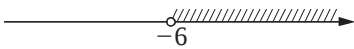
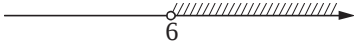
- 6 Дан числовой набор. Его первое число равно 6,2, а каждое следующее число на 0,6 больше предыдущего. Найдите пятое число этого набора.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$ при $a = 7,7$.

Ответ: _____.

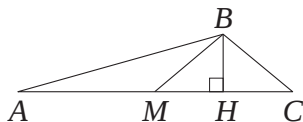
- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 > 36$?

- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ: ☐

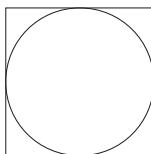
Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике ABC известно, что BM — медиана и BH — высота. Известно, что $AC = 64$, $HC = 16$ и $\angle ACB = 37^\circ$. Найдите угол AMB . Ответ дайте в градусах.



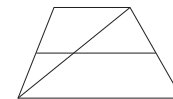
Ответ: _____.

- 10 Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.



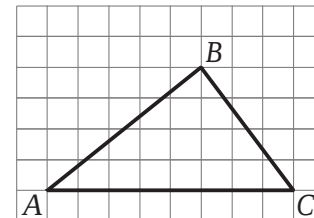
Ответ: _____.

- 11 Основания трапеции равны 3 и 13. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AC .



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- Смежные углы равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

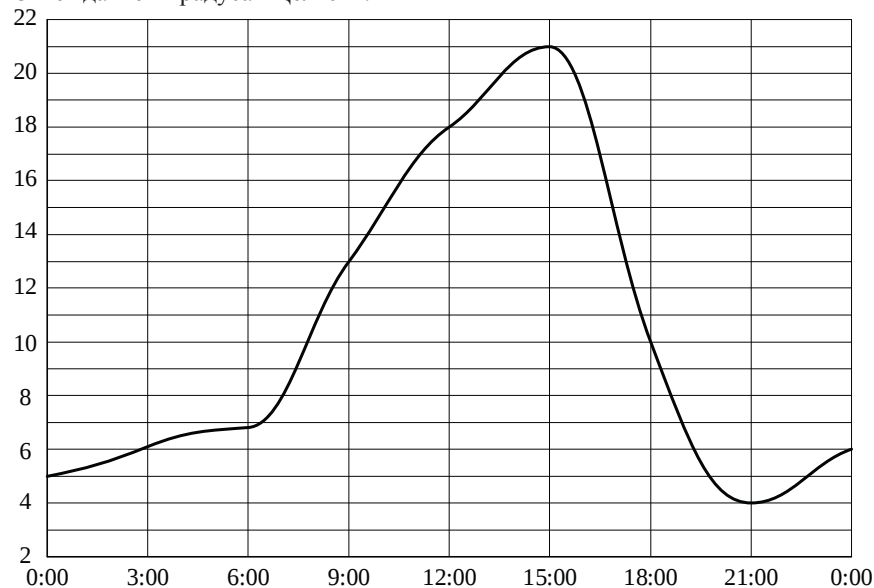
- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$

- 1) Марс 2) Меркурий 3) Нептун 4) Сатурн

Ответ: ☐

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры за эти сутки. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 16 Поступивший в продажу в апреле мобильный телефон стоил 5000 рублей. В июне он стал стоить 3150 рублей. На сколько процентов снизилась цена мобильного телефона в период с апреля по июнь?

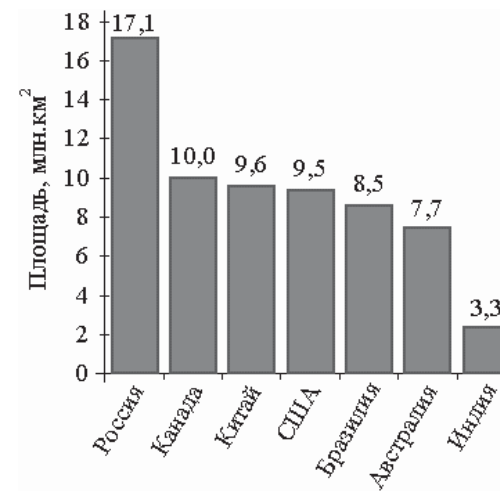
Ответ: _____.

- 17 Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какое из следующих утверждений **неверно**?

- 1) Россия — крупнейшая по площади территории страна мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 3) Площадь Китая больше площади Австралии.
- 4) Площадь Канады больше площади США на 1,5 млн км².

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

- 19 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 12$, $\sin \alpha = \frac{5}{12}$, а $S = 22,5$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите неравенство $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$.

22 Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$.

25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -3$ или $t = 1$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -3$ имеет корень $-\frac{1}{3}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 1$ имеет корень 1.

Таким образом, решения исходного уравнения: $x = -\frac{1}{3}$ и $x = 1$.

Ответ: $-\frac{1}{3}; 1$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть второй рабочий делает за час x деталей, тогда первый рабочий делает за час $x + 10$ деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3; \quad 60x + 600 = 60x + 3x^2 + 30x; \quad x^2 + 10x - 200 = 0,$$

откуда $x = 10$.

Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

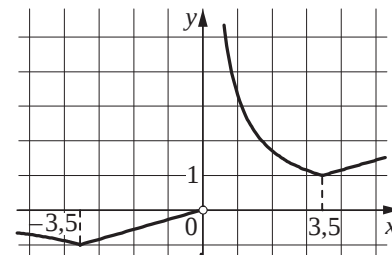
Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x}$ неотрицательно при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$, а при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y = \frac{x}{3,5}$ при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$ и график

функции $y = \frac{3,5}{x}$ при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m = 1$ и $m = -1$.

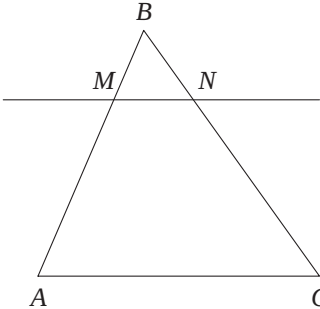
Ответ: $-1; 1$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если MN = 17, AC = 51, NC = 32.

Решение.



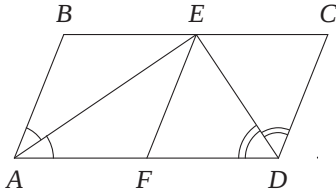
Поскольку прямая MN параллельна прямой AC, углы BNM и BCA равны как соответственные. Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.
Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{51}{17} = 3$, а поскольку $\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{32}{BN}$, получаем, что $BN = \frac{32}{2} = 16$.

Ответ: 16.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма ABCD пересекаются в точке E стороны BC. Докажите, что E — середина BC.

Доказательство.



Проведём EF параллельно AB (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов ABEF и FECD диагональ делит угол пополам, то есть это ромбы. Значит, $BE = EF = EC$.

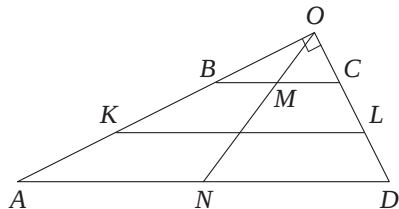
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $77^\circ + 13^\circ = 90^\circ$, так что это углы при большем основании AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (77^\circ + 13^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD и параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем, что $AD = MN + KL = 11 + 10 = 21$; $BC = |KL - MN| = 11 - 10 = 1$.

Ответ: 21; 1.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.**Решение.**При $x \leq 6$ исходное уравнение приводится к виду

$$x^2 - 6x - 7 = 0,$$

откуда $x = -1$ или $x = 7$. Условию $x \leq 6$ удовлетворяет только $x = -1$.**Ответ:** -1 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $C_1\%$, а во втором — $C_2\%$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10C_1 + 16C_2}{26} = 55, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 61; \end{cases} \quad \begin{cases} 10C_1 + 16C_2 = 1430, \\ C_1 + C_2 = 122, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 87$, $C_2 = 35$. Значит, в первом сосуде содержится 8,7 кг кислоты.**Ответ:** 8,7.

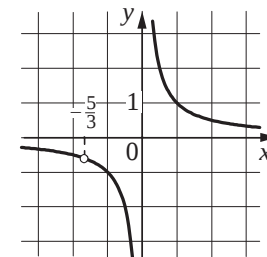
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{3x+5}{3x^2+5x} = \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq -\frac{5}{3}$.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{5})$. Получаем, что $k = \frac{9}{25}$.

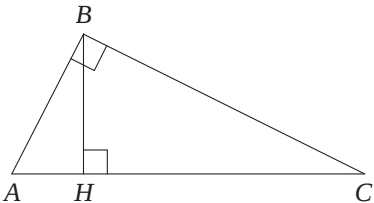
Ответ: $\frac{9}{25}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.

Решение.



Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

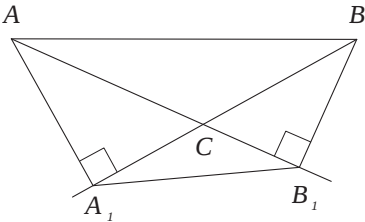
Следовательно, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$, откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 12$.

Ответ: 12.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.

Доказательство.



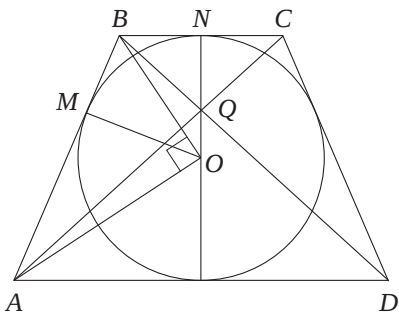
Поскольку угол ACB тупой, основания высот будут A_1 и B_1 лежат на продолжениях сторон BC и AC соответственно. Диагонали четырёхугольника AA_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый. Поскольку $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AA_1B_1B можно описать окружность. Тогда углы $\angle AB_1A_1$ и $\angle ABA_1$ равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу A_1A .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 60, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 60r.$$

Значит, $r = 9$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; AM (AB - AM) = r^2; AM (30 - AM) = 81.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 27$. Тогда $AD = 54$, $BC = 6$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффи-

циентом 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра окружности. Следовательно,

$$QN = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1,8.$$

Ответ: 1,8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Сократите дробь $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{2^n \cdot 3^{2n}}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}} = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

Ответ: 12.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть второй рабочий делает за час x деталей, тогда первый рабочий делает за час $x+5$ деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{180}{x} = \frac{180}{x+5} + 3; \quad 180x + 900 = 180x + 3x^2 + 15x; \quad x^2 + 5x - 300 = 0,$$

откуда $x = 15$.

Ответ: 15.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

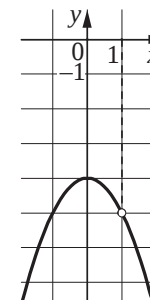
23

Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x} = -x^2 - 4$ при условии, что $x \neq 1$.

Построим график:



Прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $(1; -5)$ или если уравнение $-x^2 - 4 = kx$ имеет один корень. Дискриминант уравнения $x^2 + kx + 4 = 0$ равен $k^2 - 16$, и он должен быть равен нулю. Получаем, что $k = -5$, $k = -4$ и $k = 4$.

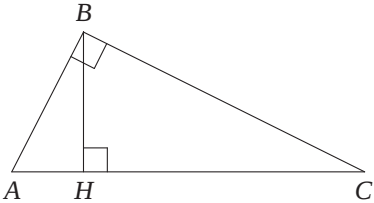
Ответ: -5 ; -4 ; 4 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 5$, $AC = 20$.

Решение.



Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

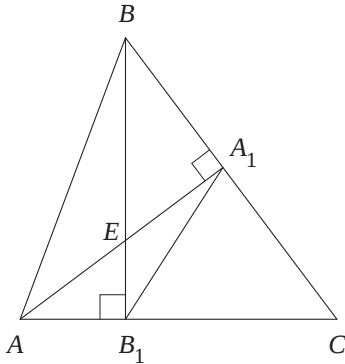
Следовательно, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$, откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$.

Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25 Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

Доказательство.

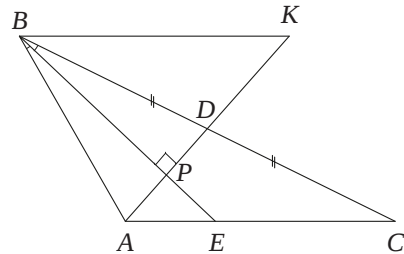


Поскольку диагонали четырёхугольника AB_1A_1B пересекаются, он является выпуклым, а так как $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$, около него можно описать окружность. Тогда углы AA_1B_1 и ABB_1 равны как вписанные, опирающиеся на одну дугу AB_1 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок). Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 48; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2, \text{ откуда } AC = 3AE.$$

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда $BK = AC = 3AE$.

Из подобия треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 24$ и $BP = 72$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 24\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 48\sqrt{13};$$
$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 24\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 72\sqrt{5}.$$

Ответ: $24\sqrt{13}; 48\sqrt{13}; 72\sqrt{5}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

- 21** Решите неравенство $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-1)(x-1-\sqrt{2}) < 0,$$

откуда $1 < x < 1 + \sqrt{2}$.

Ответ: $(1; 1 + \sqrt{2})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22** Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

Решение.

Заметим, что за час Игорь и Паша красят $\frac{1}{20}$ забора, Паша и Володя красят

$\frac{1}{24}$ забора, а Володя и Игорь — $\frac{1}{30}$ забора.

Значит, втроём за минуту они красят

$$\frac{\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}}{2 \cdot 60} = \frac{1}{960} \text{ (забора),}$$

то есть они покрасят весь забор за 960 минут.

Ответ: 960.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

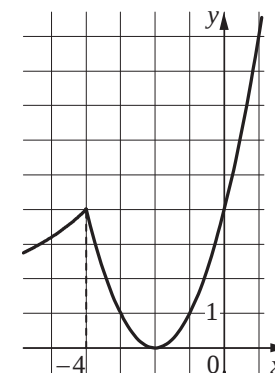
- 23** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{16}{x}$ при $x < -4$ и график функции $y = x^2 + 4x + 4$ при $x \geq -4$.



Прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки при $t = 0$ и при $t \geq 4$.

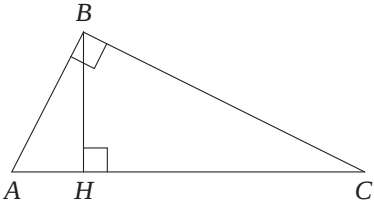
Ответ: $0; [4; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$.

Решение.



Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

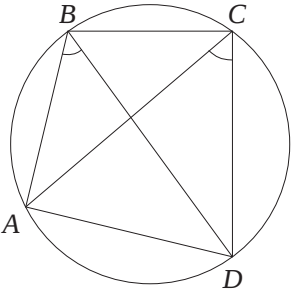
Следовательно, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$, откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 20$.

Ответ: 20.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

Доказательство.

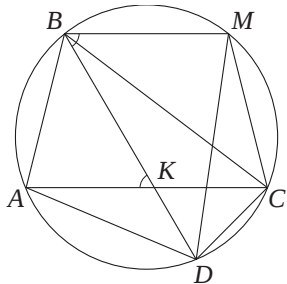


Поскольку $ABCD$ выпуклый и $\angle ABD = \angle ACD$, получаем, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. А тогда $\angle DAC = \angle DBC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу CD .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение.



Через точку B проведём хорду BM , параллельную диагонали AC (см. рисунок). Тогда

$$CM = AB = 25; \angle DBM = \angle AKB = 60^\circ.$$

Поскольку четырёхугольник $BMCD$ вписанный, получаем $\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos \angle DCM} = \sqrt{1281}.$$

Пусть радиус окружности равен R . Используя теорему синусов, получаем

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{\sqrt{1281}}{\sqrt{3}} = \sqrt{427}.$$

Ответ: $\sqrt{427}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл