

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**9 класс**

25 апреля 2016 года

Вариант МА90701

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

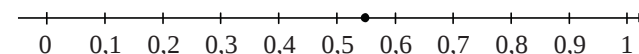
Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!**Часть 1****Модуль «Алгебра»****1**Найдите значение выражения $\frac{9,5+8,9}{2,3}$.

Ответ: _____.

2Одно из чисел $\frac{6}{11}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{13}{11}$; $\frac{14}{11}$ отмечено на прямой точкой.

Какое это число?

- 1) $\frac{6}{11}$ 2) $\frac{9}{11}$ 3) $\frac{13}{11}$ 4) $\frac{14}{11}$

Ответ: **3**Найдите значение выражения $\sqrt{27 \cdot 8} \cdot \sqrt{90}$.

- 1) $108\sqrt{5}$ 2) $36\sqrt{30}$ 3) $36\sqrt{15}$ 4) $180\sqrt{3}$

Ответ: **4**Решите уравнение $5x^2 - 12x + 7 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

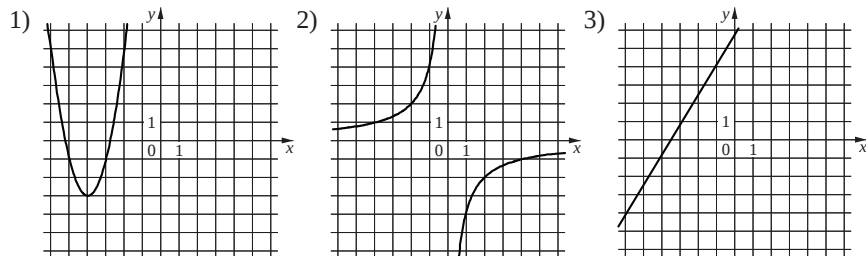
ФУНКЦИИ

A) $y = 2x^2 + 16x + 29$

Б) $y = \frac{5}{3}x + 6$

В) $y = -\frac{4}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

- 6 Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии:

$-9; -5; -1; \dots$

Найдите 91-й член этой прогрессии.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a}\right) \cdot \frac{a^2}{5}$ при $a = -4,8$.

Ответ: _____.

- 8 Решите неравенство $6x - 2(2x + 9) \leq 1$.

1) $(-\infty; 9,5]$

3) $[9,5; +\infty)$

2) $[-8,5; +\infty)$

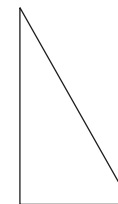
4) $(-\infty; -8,5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

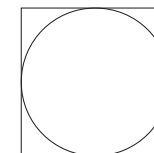
- 9 Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 43° . Найдите другой его острый угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



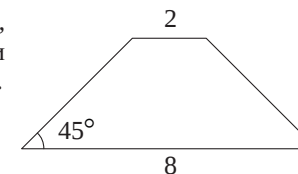
- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 4.

Ответ: _____.



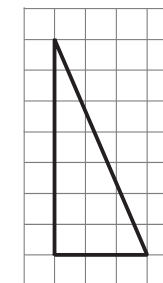
- 11 В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.

Ответ: _____.



13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести единственную прямую.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14 В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

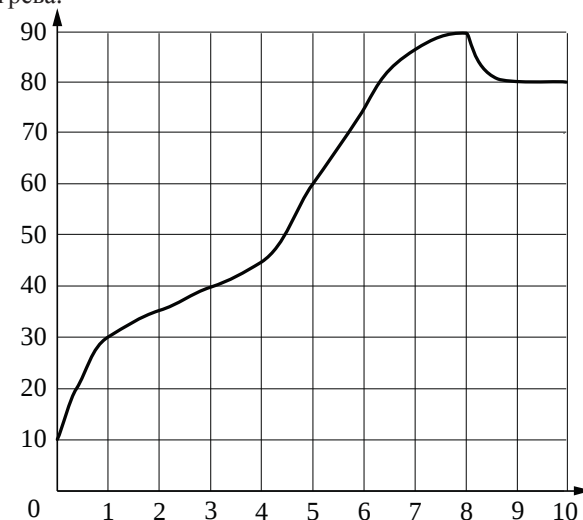
Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, **не получившие** зачёт.

- 1) только II 2) только III 3) II, IV 4) I, III

Ответ: ☐

15 На графике показана зависимость температуры двигателя от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия нагреется двигатель за первые пять минут разогрева.

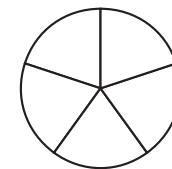


Ответ: _____.

16 В начале учебного года в школе было 900 учащихся, а к концу учебного года их стало 774. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

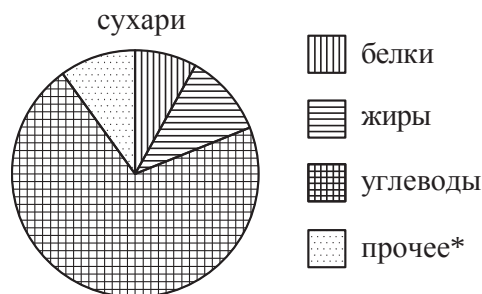
Ответ: _____.

17 На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 24° ?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание белков.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 0–10 % 2) 10–20 % 3) 20–30 % 4) 30–40 %

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 13 с мясом, 11 с капустой и 6 с вишней. Антон наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 20 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $650,25 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.
- 22 Свежие фрукты содержат 95% воды, а высушенные — 22%. Сколько сухих фруктов получится из 858 кг свежих фруктов?
- 23 Постройте график функции $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 24 Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 12, а одна из диагоналей ромба равна 48. Найдите углы ромба.
- 25 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.
- 26 Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

25 апреля 2016 года

Вариант МА90702

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

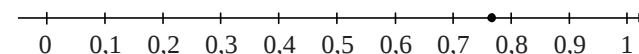
1

Найдите значение выражения $\frac{7,2}{8,3-8,6}$.

Ответ: _____.

2

Одно из чисел $\frac{10}{17}$; $\frac{12}{17}$; $\frac{13}{17}$; $\frac{14}{17}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

1) $\frac{10}{17}$

2) $\frac{12}{17}$

3) $\frac{13}{17}$

4) $\frac{14}{17}$

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{175}}{\sqrt{7}}$.

1) 5

2) $5\sqrt{7}$

3) 35

4) $25\sqrt{7}$

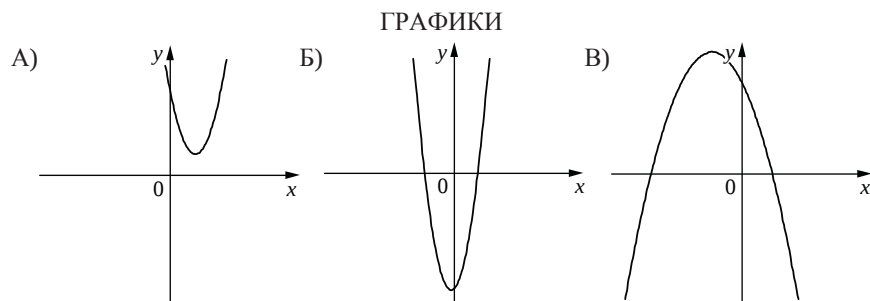
Ответ:

4

Найдите корень уравнения $x + \frac{x}{5} = -\frac{12}{5}$.

Ответ: _____.

- 5 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a > 0, c < 0$ 2) $a < 0, c > 0$ 3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями $b_1 = -6$, $b_{n+1} = 2b_n$. Найдите сумму первых шести её членов.

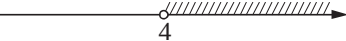
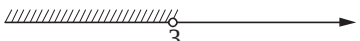
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 9}{6a^2 - 18a}$ при $a = -0,3$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} -12 + 3x > 0, \\ 9 - 4x > -3. \end{cases}$$

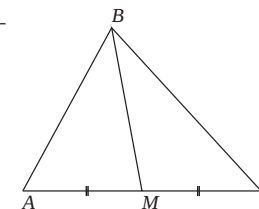
- 1) система не имеет решений 3) 
- 2)  4) 

Ответ:

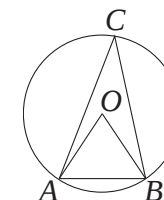
Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике ABC известно, что $AC = 38$, BM — медиана. Найдите AM .

Ответ: _____.



- 10 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 27° .



Ответ: _____.

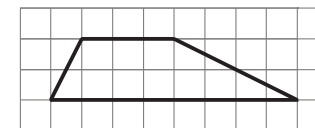
- 11 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 48 и 2.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.
- 2) Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
- 3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14

В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

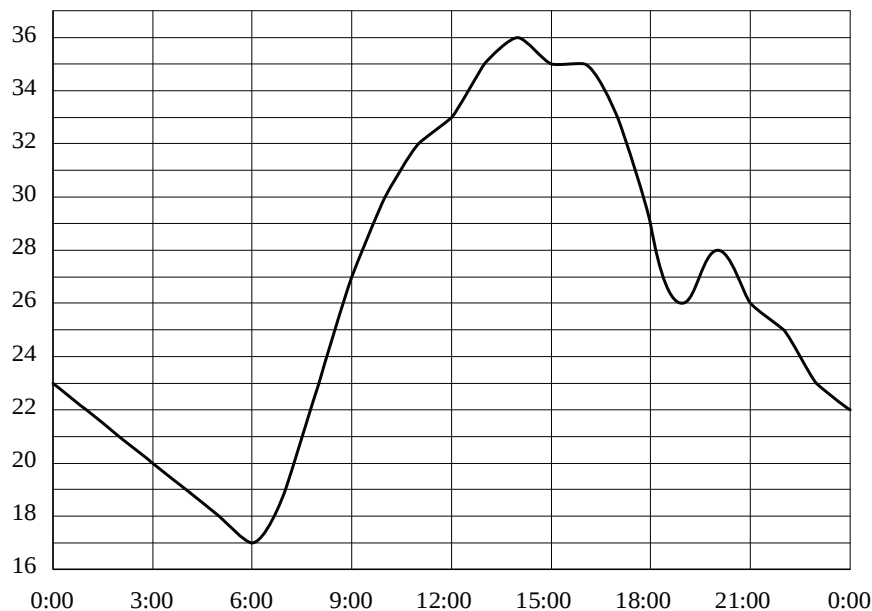
Планета	Меркурий	Сатурн	Уран	Юпитер
Расстояние (в км)	$5,79 \cdot 10^7$	$1,427 \cdot 10^9$	$2,871 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Меркурий 2) Сатурн 3) Уран 4) Юпитер

Ответ:

15

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов в первой половине суток температура **не превышала** 27°C ?



Ответ: _____.

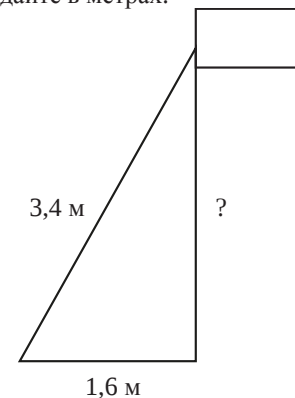
16

Стоимость проезда в электричке составляет 163 рубля. Школьникам предоставляется скидка 50 %. Сколько рублей будет стоить проезд для 8 взрослых и 5 школьников?

Ответ: _____.

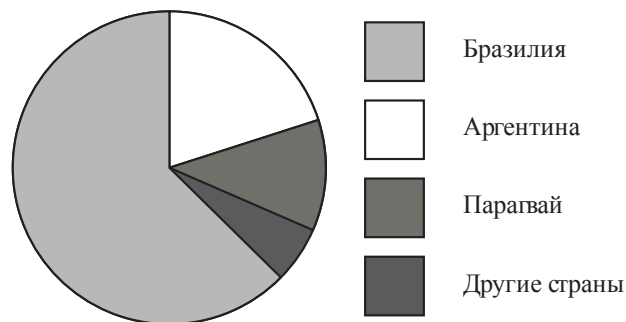
17

Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 1,6 м. Длина троса равна 3,4 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 млн пользователей.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Латвии.
- 2) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины и Парагвая, вместе взятых.
- 3) Пользователей из Аргентины больше 3 миллионов.
- 4) Примерно три четверти общего числа пользователей — из Бразилии.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19 В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, пять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 15,75 Вт, а сила тока равна 1,5 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4x^2 + y = 9, \\ 8x^2 - y = 3. \end{cases}$$

- 22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 69 км/ч, а вторую — со скоростью 111 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 23 Постройте график функции
$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x \geq -2, \\ -x + 1, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$
 и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 9$, $AC = 36$.

- 25 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

- 26 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

25 апреля 2016 года

Вариант МА90703

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $0,7 \cdot (-10)^3 - 20$.

Ответ: _____.

2 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

1) $[0,1; 0,2]$ 2) $[0,2; 0,3]$ 3) $[0,3; 0,4]$ 4) $[0,4; 0,5]$

Ответ:

3 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{448}}{\sqrt{7}}$.

1) 8 2) 56 3) $64\sqrt{7}$ 4) $8\sqrt{7}$

Ответ:

4 Решите уравнение $(5x + 2)(-x - 4) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

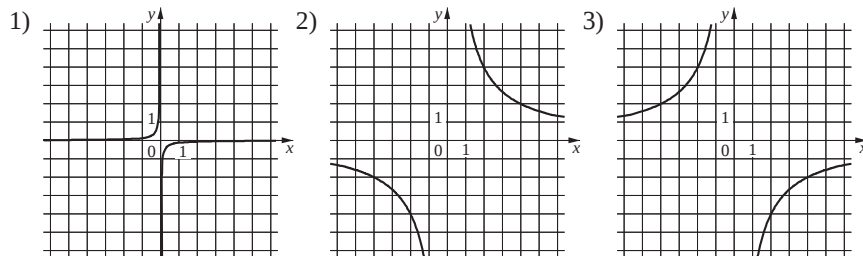
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{8}{x}$

Б) $y = -\frac{1}{8x}$

В) $y = -\frac{8}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

- 6 Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:
..., 12; x ; 6; 3; ...

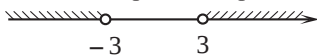
Найдите x .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{6}{x} - \frac{3}{2x}$ при $x = -1,8$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



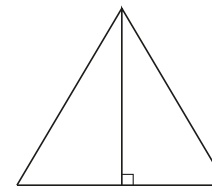
- 1) $x^2 - 9 > 0$ 2) $x^2 + 9 > 0$ 3) $x^2 - 9 < 0$ 4) $x^2 + 9 < 0$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

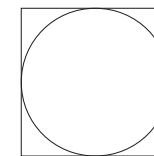
- 9 Высота равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$.
Найдите его сторону.

Ответ: _____.

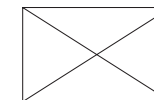


- 10 Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 19.

Ответ: _____.

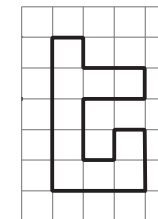


- 11 Диагональ прямоугольника образует угол 61° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.
- Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

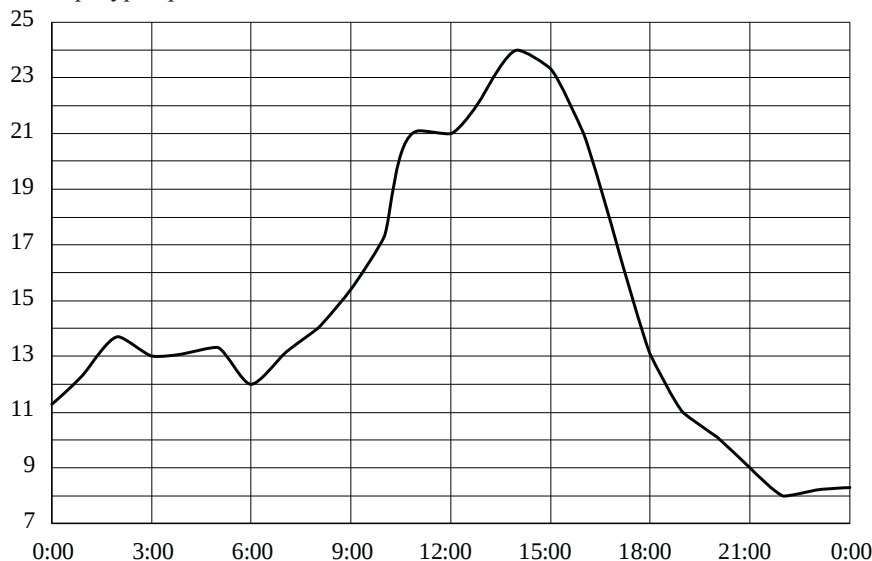
Модуль «Реальная математика»

- 14 Площадь территории Казахстана составляет 2,7 млн км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $2,7 \cdot 10^3$ км² 2) $2,7 \cdot 10^4$ км² 3) $2,7 \cdot 10^5$ км² 4) $2,7 \cdot 10^6$ км²

Ответ:

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов во второй половине суток температура превышала 13°C?

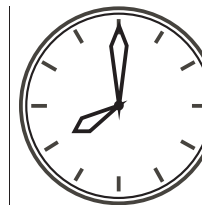


Ответ: _____.

- 16 После уценки телевизора его новая цена составила 0,78 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?

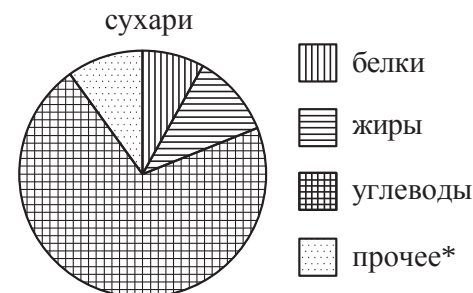
Ответ: _____.

- 17 Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 8:00?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочных сухарях. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) жиры 2) белки 3) углеводы 4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19 В среднем из 100 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20 Перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта позволяет формула $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует -40° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»**21**

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x^2 + y = 9, \\ 7x^2 - y = 1. \end{cases}$$

22

Из пункта A в пункт B одновременно выехали два мотоциклиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 30 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью на 7 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым мотоциклистом. Найдите скорость первого мотоциклиста.

23

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ x + 3, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»**24**

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

25

В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.

26

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 17$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 10.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

25 апреля 2016 года

Вариант МА90704

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45}}$.

Ответ: _____.

2

Между какими числами заключено число $\sqrt{67}$?

- 1) 8 и 9 2) 22 и 24 3) 4 и 5 4) 66 и 68

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{3^{-7} \cdot 3^{-6}}{3^{-10}}$.

- 1) $-\frac{1}{27}$ 2) -27 3) $\frac{1}{27}$ 4) 27

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $2 + 3x = -7x - 5$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

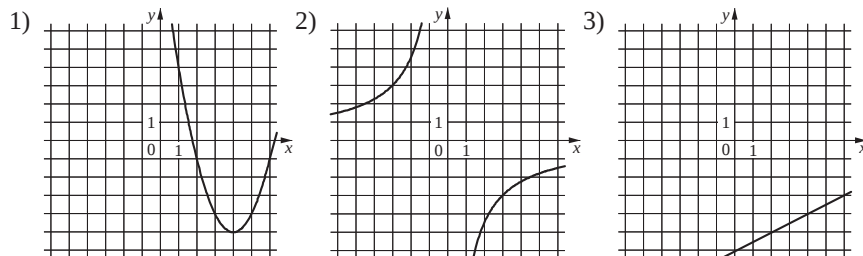
ФУНКЦИИ

A) $y = \frac{1}{2}x - 6$

Б) $y = x^2 - 8x + 11$

В) $y = -\frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: -3 ; 1 ; 5 ; ... Найдите сумму первых шестидесяти её членов.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{6a}{7c} - \frac{36a^2 + 49c^2}{42ac} + \frac{7c - 36a}{6a}$ при $a = 77$, $c = 69$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства $x^2 - 36 > 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$

3) $(-6; 6)$

2) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$

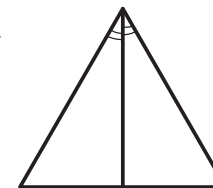
4) нет решений

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

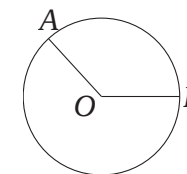
- 9 Биссектриса равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



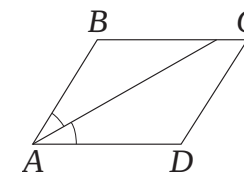
- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 120^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 67 . Найдите длину большей дуги AB .

Ответ: _____.



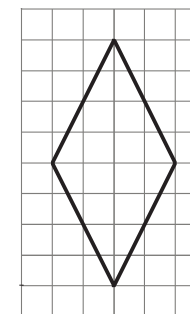
- 11 Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 8° . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
- В параллелограмме есть два равных угла.
- У любой трапеции боковые стороны равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

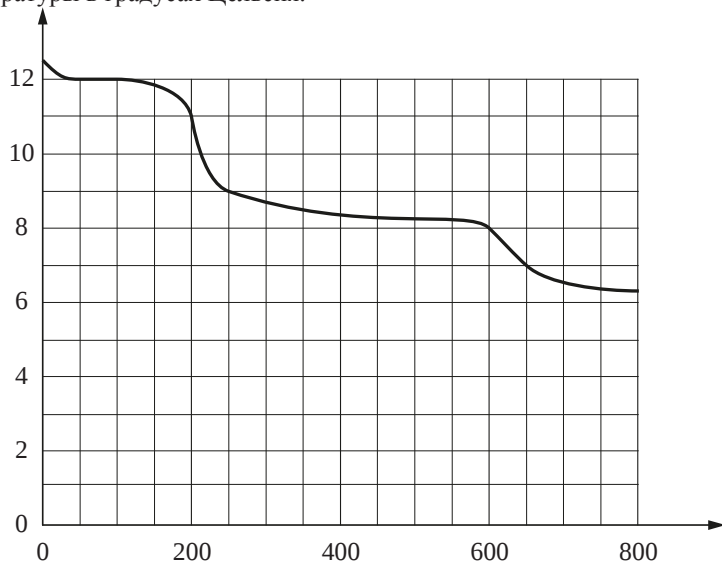
Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,5	13,7	11,9	10,2

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.

- 1) II, III 2) I, IV 3) только II 4) только IV

Ответ:

- 15 На рисунке изображена зависимость температуры от высоты над уровнем моря. По горизонтали указана высота в метрах, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



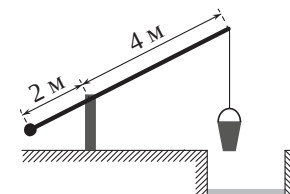
Определите по графику, на сколько градусов Цельсия температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 250 метров.

Ответ: _____.

- 16 Принтер печатает одну страницу за 5 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 6,5 минуты?

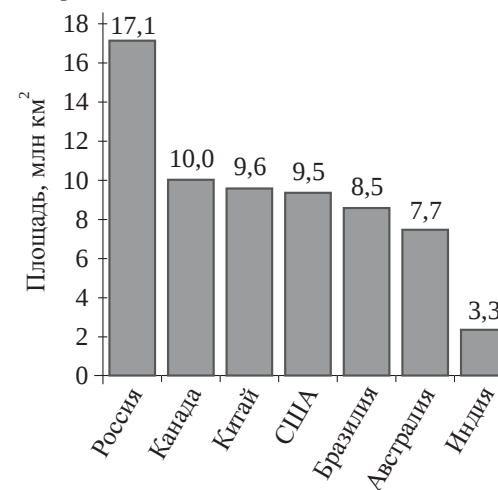
Ответ: _____.

- 17 На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Монголия входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Канады.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории Индии более чем в 3 раза.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19 В магазине канцтоваров продаётся 112 ручек, из них 17 красных, 44 зелёные, 29 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана красная или чёрная ручка.

Ответ: _____.

- 20 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 9 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 405 м/с^2 .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.
- 22 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч , а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч , в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч .
- 23 Постройте график функции $y = |x^2 + x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

- 24 Высота $АН$ ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 12$ и $CH = 3$. Найдите высоту ромба.
- 25 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.
- 26 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 28 и 35, а основание BC равно 7. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

- 21** Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x+3)(x^2-4)=0,$$

откуда $x = -3$, $x = -2$ или $x = 2$.

Ответ: -3 ; -2 ; 2 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22** Свежие фрукты содержат 95 % воды, а высушенные — 22 %. Сколько сухих фруктов получится из 858 кг свежих фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 5 %, а высушенных 78 %. Значит, из 858 кг свежих фруктов получится $\frac{5}{78} \cdot 858 = 55$ (кг)

высушенных.

Ответ: 55 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

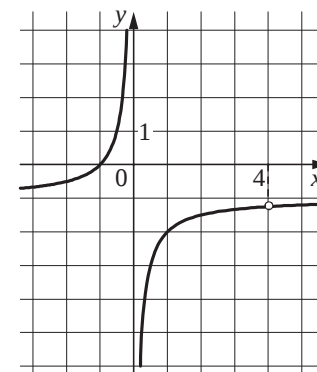
23

Постройте график функции $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $-1 - \frac{x-4}{x^2-4x} = -1 - \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq 4$.

Построим график:



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -1$ и $m = -\frac{5}{4}$.

Ответ: -1 ; $-\frac{5}{4}$.

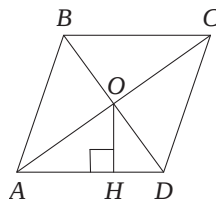
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 12, а одна из диагоналей ромба равна 48. Найдите углы ромба.

Решение.



Пусть расстояние от точки пересечения O диагоналей ромба $ABCD$ до стороны AD равно 12, диагональ $AC = 48$. Тогда в прямоугольном треугольнике AOH гипотенуза AO вдвое больше катета OH , значит, угол OAH равен 30° .

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов, значит, $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$, а $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$.

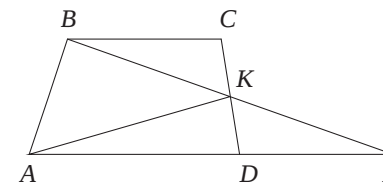
Ответ: 60° ; 120° .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Продолжим BK до пересечения с прямой AD в точке F . Заметим, что в треугольниках FDK и BCK стороны CK и DK равны по условию, углы при вершине K равны как вертикальные, а углы KDF и KCB равны как накрест лежащие. Значит, треугольники FDK и BCK равны.

Следовательно, их площади равны, то есть площадь трапеции равна площади треугольника ABF . Но из равенства треугольников также вытекает, что $FK = BK$, то есть AK — медиана в треугольнике ABF . Тогда треугольник KAB по площади составит половину треугольника FAB , а значит, и данной трапеции.

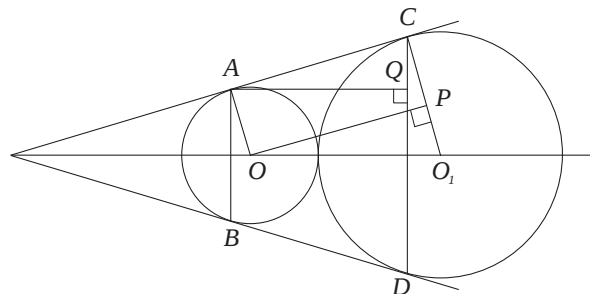
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 135.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности (см. рисунок). Тогда

$$O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 90 - 45 = 45.$$

Из прямоугольного треугольника OPO_1 находим, что $OP^2 = 16200$, а так как $AOPC$ — прямоугольник, $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD . Прямоугольный треугольник AQC подобен прямоугольному треугольнику OPO_1 по двум

углам, поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$.

Следовательно,

$$AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 120.$$

Ответ: 120.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4x^2 + y = 9, \\ 8x^2 - y = 3. \end{cases}$$

Решение.

Сложив два уравнения системы, получаем $12x^2 = 12$, откуда $x = -1$ или $x = 1$.

При $x = -1$ получаем $y = 5$.

При $x = 1$ получаем $y = 5$.

Решения системы уравнений: $(-1; 5)$ и $(1; 5)$.

Ответ: $(1; 5)$; $(-1; 5)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 69 км/ч, а вторую — со скоростью 111 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{69}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{111}$ часа. Значит, его

средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{69} + \frac{s}{111}} = 85,1.$$

Ответ: 85,1 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

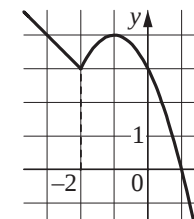
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x \geq -2, \\ -x + 1, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x + 1$ при $x < -2$ и график функции $y = -x^2 - 2x + 3$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину параболы или через точку $(-2; 3)$. Получаем, что $m = 3$ или $m = 4$.

Ответ: 3; 4.

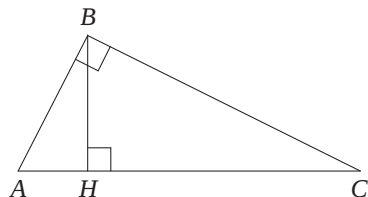
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 9$, $AC = 36$.

Решение.



Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

Следовательно, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$, откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 18$.

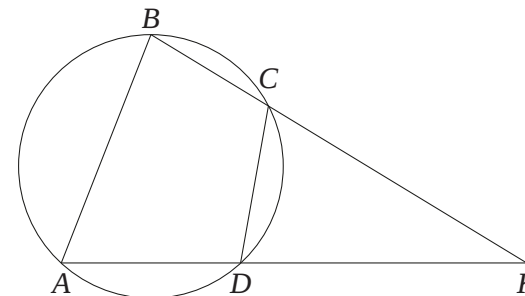
Ответ: 18.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

Доказательство.



Без ограничения общности можно считать, что точка C лежит между точками B и K . У указанных треугольников угол K общий. Кроме того, $\angle KCD = 180^\circ - \angle BCD$ по свойству смежных углов, а $\angle BAD = 180^\circ - \angle BCD$ по свойству вписанного четырёхугольника. Поэтому $\angle KCD = \angle BAD$, и указанные треугольники подобны по двум углам.

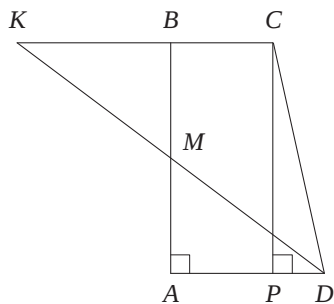
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Решение.

Пусть M — середина AB (см. рисунок). Продолжим биссектрису DM угла ADC до пересечения с продолжением основания BC в точке K . Поскольку $\angle CKD = \angle ADK = \angle CDK$, треугольник KCD равнобедренный, $KC = CD = 10$. Тогда



$$KB = KC - BC = 10 - 2 = 8.$$

Из равенства треугольников AMD и BMK следует, что $AD = BK = 8$.

Проведём через вершину C прямую, параллельную стороне AB , до пересечения с основанием AD в точке P . Треугольник CPD прямоугольный, так как $CD^2 = 10^2 = 8^2 + 6^2 = PC^2 + PD^2$.

Поэтому CP — высота трапеции. Следовательно,

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)CP = 40.$$

Ответ: 40.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 9, \\ 7x^2 - y = 1. \end{cases}$

Решение.

Сложив два уравнения системы, получаем $10x^2 = 10$, откуда $x = -1$ или $x = 1$.
При $x = -1$ получаем $y = 6$.

При $x = 1$ получаем $y = 6$.

Решения системы уравнений: $(-1; 6)$ и $(1; 6)$.

Ответ: $(1; 6)$; $(-1; 6)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Из пункта A в пункт B одновременно выехали два мотоциклиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 30 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью на 7 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым мотоциклистом. Найдите скорость первого мотоциклиста.

Решение.

Пусть весь путь составляет $2s$ км, а скорость первого мотоцикла v км/ч, тогда вторую половину пути второй мотоцикл ехал со скоростью $v + 7$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2s}{v} = \frac{s}{30} + \frac{s}{v+7}; \quad 60v + 420 = v^2 + 7v + 30v; \quad v^2 - 23v - 420 = 0,$$

откуда $v = 35$.

Ответ: 35 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

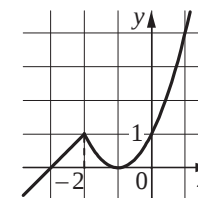
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ x + 3, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x + 3$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 + 2x + 1$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину параболы или через точку $(-2; 1)$. Получаем, что $m = 0$ или $m = 1$.

Ответ: 0; 1.

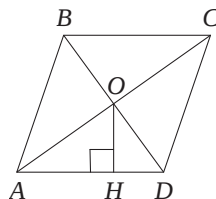
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

Решение.



Пусть расстояние от точки пересечения O диагоналей ромба $ABCD$ до стороны AD равно 15, диагональ $AC = 60$. Тогда в прямоугольном треугольнике AOH гипотенуза AO вдвое больше катета OH , значит, угол $ОАН$ равен 30° .

Диагонали ромба делят его углы пополам, значит, $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$, а $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$.

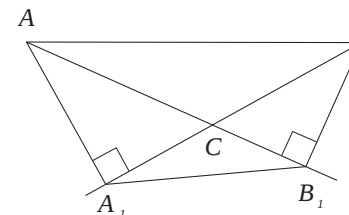
Ответ: 60° ; 120° .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AB_1A_1 и ABA_1 равны.

Доказательство.



Поскольку угол ACB тупой, основания высот A_1 и B_1 лежат на продолжениях сторон BC и AC соответственно. Диагонали четырёхугольника AA_1B_1B пересекаются, поэтому он выпуклый. Поскольку $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AA_1B_1B можно описать окружность. Тогда $\angle AB_1A_1$ и $\angle ABA_1$ равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу A_1A .

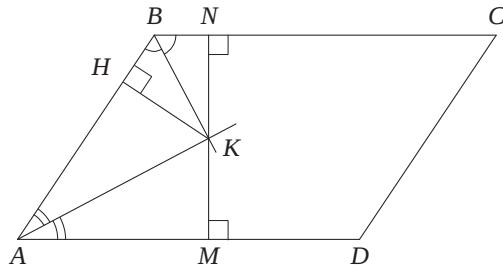
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 17$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 10.

Решение.

Пусть KH , KN и KM — перпендикуляры, опущенные из точки K к сторонам AB , BC и AD соответственно (см. рисунок). Тогда по свойству биссектрис $KM = KH = KN = 10$.



Кроме того, точки M , K и N лежат на одной прямой и $MN = MK + KN = 20$ — высота параллелограмма $ABCD$. По формуле площади параллелограмма находим

$$S_{ABCD} = BC \cdot MN = 17 \cdot 20 = 340.$$

Ответ: 340.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

- 21** Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0,$$

откуда $8 < x < 8 + \sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22** Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 6 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 45 км/ч.

Решение.

Пусть весь путь составляет $2s$ км, а скорость первого автомобиля v км/ч, тогда первую половину пути второй автомобиль ехал со скоростью $v-6$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2s}{v} = \frac{s}{v-6} + \frac{s}{56}; \quad 112v - 672 = 56v + v^2 - 6v; \quad v^2 - 62v + 672 = 0,$$

откуда $v=14$ или $v=48$. Первое из этих значений не подходит, поскольку оно не превосходит 45. Значит, скорость первого автомобилиста равна 48 км/ч.

Ответ: 48 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 23** Постройте график функции $y = |x^2 + x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + x - 2$ при $x < -2$ и $x > 1$ и график функции $y = -x^2 - x + 2$ при $-2 \leq x \leq 1$.

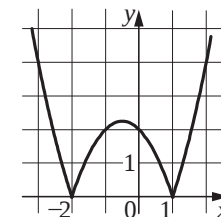


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

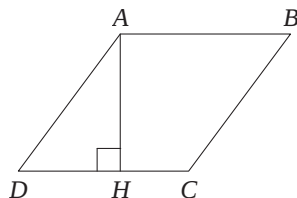
Ответ: 4.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 12$ и $CH = 3$. Найдите высоту ромба.

Решение.



Поскольку $ABCD$ — ромб, $AD = DC = DH + HC = 15$.
Треугольник ADH прямоугольный, поэтому

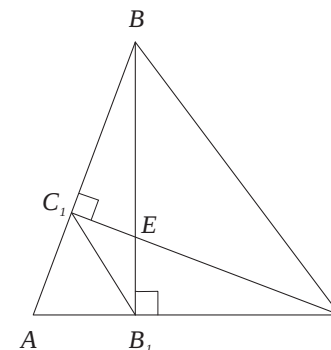
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 9.$$

Ответ: 9.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.

Доказательство



Поскольку диагонали четырёхугольника CB_1C_1B пересекаются, он является выпуклым, а так как $\angle CB_1B = \angle CC_1B = 90^\circ$, около него можно описать окружность. Тогда углы BB_1C_1 и BCC_1 равны как вписанные, опирающиеся на одну дугу BC_1 .

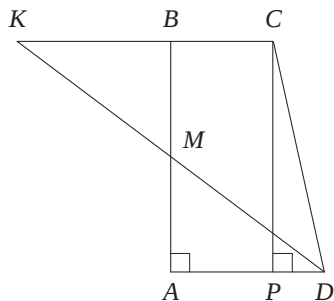
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы.
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

26

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 28 и 35, а основание BC равно 7. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Решение.

Пусть M — середина AB (см. рисунок). Продолжим биссектрису DM угла ADC до пересечения с продолжением основания BC в точке K . Поскольку $\angle CKD = \angle ADK = \angle CDK$, треугольник KCD равнобедренный, $KC = CD = 35$. Тогда



$$KB = KC - BC = 35 - 7 = 28.$$

Из равенства треугольников AMD и BMK следует, что $AD = BK = 28$.

Проведём через вершину C прямую, параллельную стороне AB , до пересечения с основанием AD в точке P . Треугольник CPD прямоугольный, так как $CD^2 = 35^2 = 28^2 + 21^2 = PC^2 + PD^2$.

Поэтому CP — высота трапеции. Следовательно,

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)CP = 490.$$

Ответ: 490.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл