

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

23 марта 2016 года

Вариант МА90601

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{0,8}{1 - \frac{1}{9}}$.

Ответ: _____.

2 Между какими числами заключено число $\sqrt{27}$?

- 1) 2 и 3 2) 5 и 6 3) 12 и 14 4) 26 и 28

Ответ:

3 Какое из данных ниже выражений при любых значениях n равно произведению $144 \cdot 12^n$?

- 1) 12^{2n} 2) 12^{n+1} 3) 144^n 4) 12^{n+2}

Ответ:

4 Найдите корень уравнения $\frac{4}{x+3} = 5$.

Ответ: _____.

- 5 На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

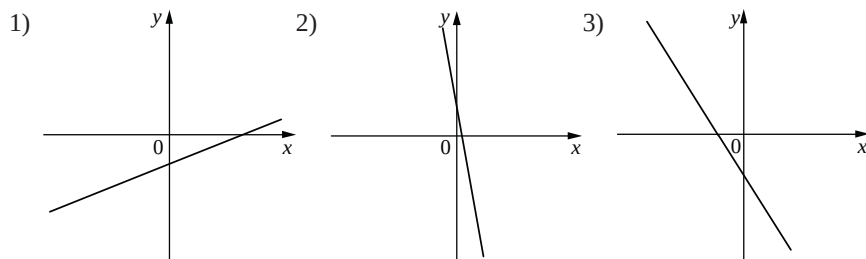
КОЭФФИЦИЕНТЫ

А) $k < 0, b < 0$

Б) $k < 0, b > 0$

В) $k > 0, b < 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

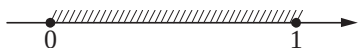
- 6 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями $b_1 = -5$, $b_{n+1} = -2b_n$. Найдите b_6 .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{4b}{a-b} \cdot \frac{a^2-ab}{8b}$ при $a = 19$; $b = 8,2$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 1 \leq 0$

2) $x^2 - x \geq 0$

3) $x^2 - 1 \geq 0$

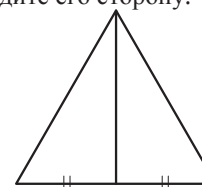
4) $x^2 - x \leq 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

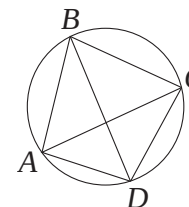
- 9 Медиана равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



- 10 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 38° , угол CAD равен 33° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

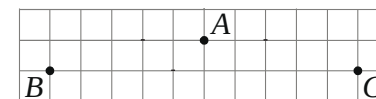


- 11 Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь квадрата.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

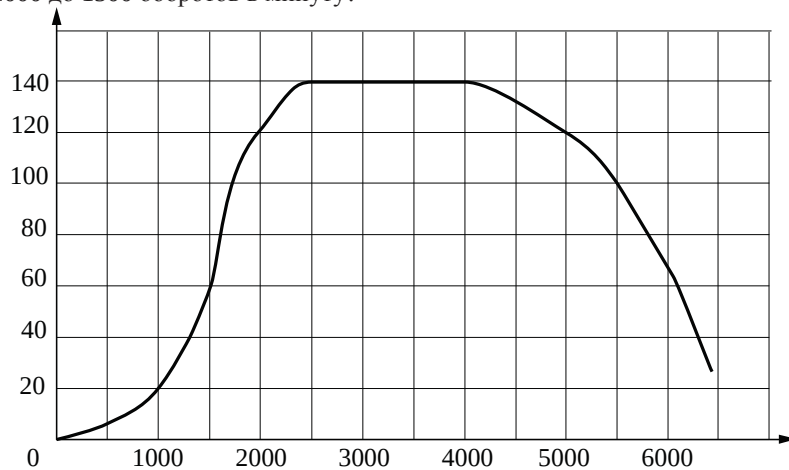
- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

Планета	Марс	Сатурн	Нептун	Юпитер
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$	$4,497 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Марс 2) Сатурн 3) Нептун 4) Юпитер

Ответ:

- 15 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько Н·м увеличился крутящий момент, если число оборотов двигателя возросло с 1000 до 1500 оборотов в минуту?

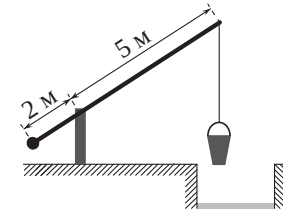


Ответ: _____.

- 16 Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 11 % годовых. Вкладчик положил на счёт 1500 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____.

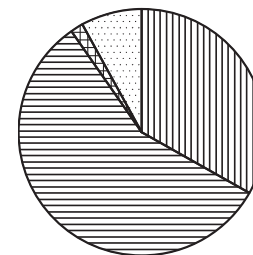
- 17 На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 5 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано распределение земель Приволжского федерального округа по категориям. Определите по диаграмме, земли какой категории преобладают.

Приволжский ФО



- Земли лесного фонда
- Земли сельскохозяйственного назначения
- Земли запаса
- Прочие земли*

*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) земли лесного фонда 3) земли запаса
2) земли сельскохозяйственного назначения 4) прочие земли

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, пятнадцать неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $5,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $60,5 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$$
- 22** Свежие фрукты содержат 79 % воды, а высушенные — 16 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?
- 23** Постройте график функции $y = |x^2 + 3x + 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

- 24** Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 24$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.
- 25** Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M стороны AD . Докажите, что M — середина AD .
- 26** В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 13$.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

23 марта 2016 года

Вариант МА90602

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{9,2}{0,5 - 2,8}$.

Ответ: _____.

2

Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[7; 8]$?

- 1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{8}$ 3) $\sqrt{48}$ 4) $\sqrt{56}$

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{4^{-2} \cdot 4^{-7}}{4^{-6}}$.

- 1) $-\frac{1}{64}$ 2) 64 3) $\frac{1}{64}$ 4) -64

Ответ:

4

Решите уравнение $4x^2 - 20x = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите бóльший из корней.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

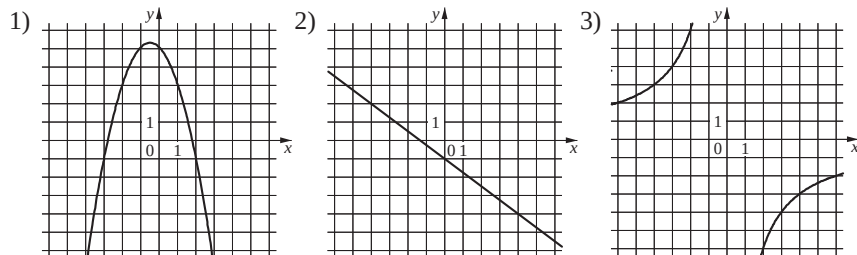
ФУНКЦИИ

А) $y = -x^2 - x + 5$

Б) $y = -\frac{3}{4}x - 1$

В) $y = -\frac{12}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями $a_1 = -9$, $a_{n+1} = a_n - 16$. Найдите сумму первых 17 её членов.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(x-3) \cdot \frac{x^2-6x+9}{x+3}$ при $x = -21$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства

$$-3 - x \geq x - 6.$$

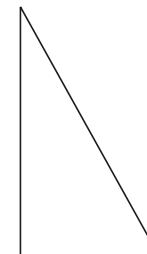
- 1) $(-\infty; 1,5]$ 2) $[1,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 4,5]$ 4) $[4,5; +\infty)$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

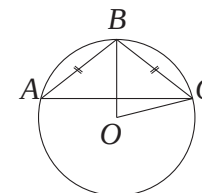
- 9 В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны соответственно 20 и 25. Найдите другой катет этого треугольника.

Ответ: _____.



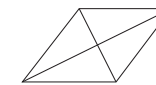
- 10 Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 170^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



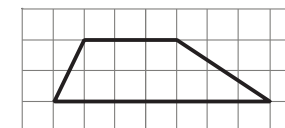
- 11 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 2 и 6.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.
- 2) Смежные углы всегда равны.
- 3) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: ☐

Модуль «Реальная математика»

14

Студент Петров выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от станции Нара	Прибытие на Киевский вокзал
06:37	07:59
07:02	08:06
07:16	08:30
07:31	08:52

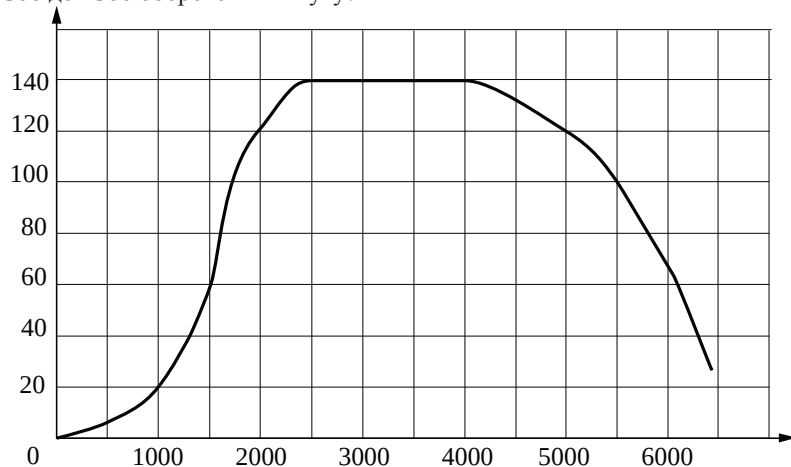
Путь от вокзала до университета занимает 40 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студенту.

- 1) 06:37 2) 07:02 3) 07:16 4) 07:31

Ответ:

15

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько Н·м увеличился крутящий момент, если число оборотов двигателя возросло с 1500 до 2500 оборотов в минуту?



Ответ: _____.

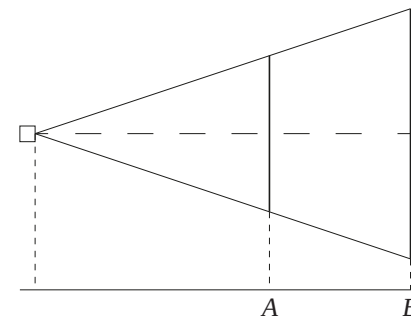
16

В начале учебного года в школе было 950 учащихся, а к концу учебного года их стало 893. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

Ответ: _____.

17

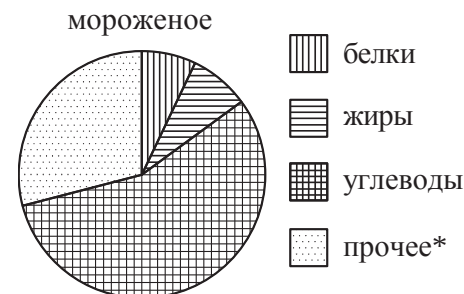
Проектор полностью освещает экран А высотой 70 см, расположенный на расстоянии 140 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран В высотой 150 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: _____.

18

На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочном мороженом. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание жиров.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 0–10 % 2) 10–25 % 3) 30–40 % 4) 40–50 %

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19** В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20** В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 12 колец. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$.

- 22** Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 23** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2,5x - 1, & \text{если } x < 1, \\ -2,5x + 4, & \text{если } 1 \leq x \leq 3, \\ 1,5x - 8, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 13$, $AC = 65$, $NC = 28$.

- 25** Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL . Докажите, что $PQ \perp KL$.

- 26** Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 12$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 115° и 95° .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

23 марта 2016 года

Вариант МА90603

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\left(\frac{8}{19} - \frac{17}{38}\right) \cdot \frac{19}{5}$.

Ответ: _____.

2

Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?

- 1) $[0,5; 0,6]$ 2) $[0,6; 0,7]$ 3) $[0,7; 0,8]$ 4) $[0,8; 0,9]$

Ответ:

3

Какое из данных чисел $\sqrt{25000}$, $\sqrt{0,0025}$, $\sqrt{2,5}$ является рациональным?

- 1) $\sqrt{25000}$ 3) $\sqrt{2,5}$
2) $\sqrt{0,0025}$ 4) все эти числа иррациональны

Ответ:

4

Решите уравнение $\frac{5}{x+9} = -\frac{5}{9}$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

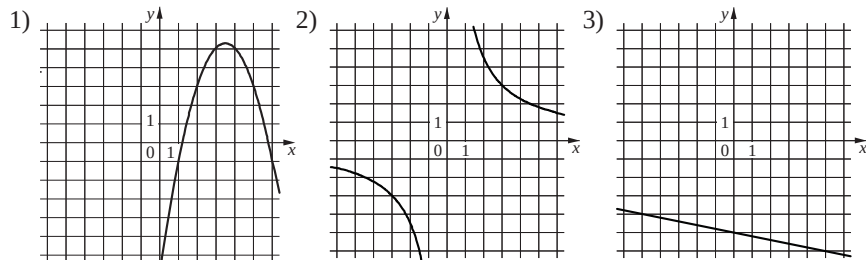
ФУНКЦИИ

А) $y = -\frac{1}{5}x - 5$

Б) $y = -x^2 + 7x - 7$

В) $y = \frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

- 6 Последовательность (b_n) задана условиями $b_1 = 4$, $b_{n+1} = -2 \cdot \frac{1}{b_n}$.

Найдите b_3 .

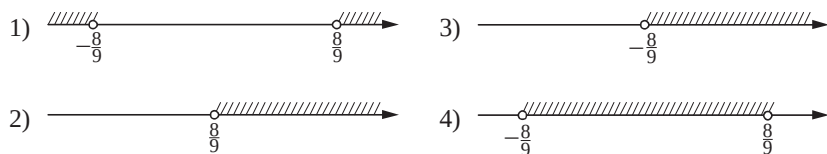
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(a+2)^2 - a(4-7a)$ при $a = -\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений неравенства

$$81x^2 > 64.$$



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

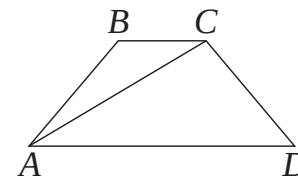
- 9 В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны соответственно 8 и 17. Найдите другой катет этого треугольника.

Ответ: _____.

- 10 Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 32.

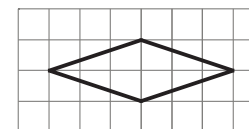
Ответ: _____.

- 11 Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 17° и 23° соответственно. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
- 2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- 3) Все хорды одной окружности равны между собой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: ☐

Модуль «Реальная математика»

14

Бизнесмен Петров выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 9:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038A	22:42	06:40
020Y	00:56	08:53
016A	00:43	09:12
116C	00:35	09:01

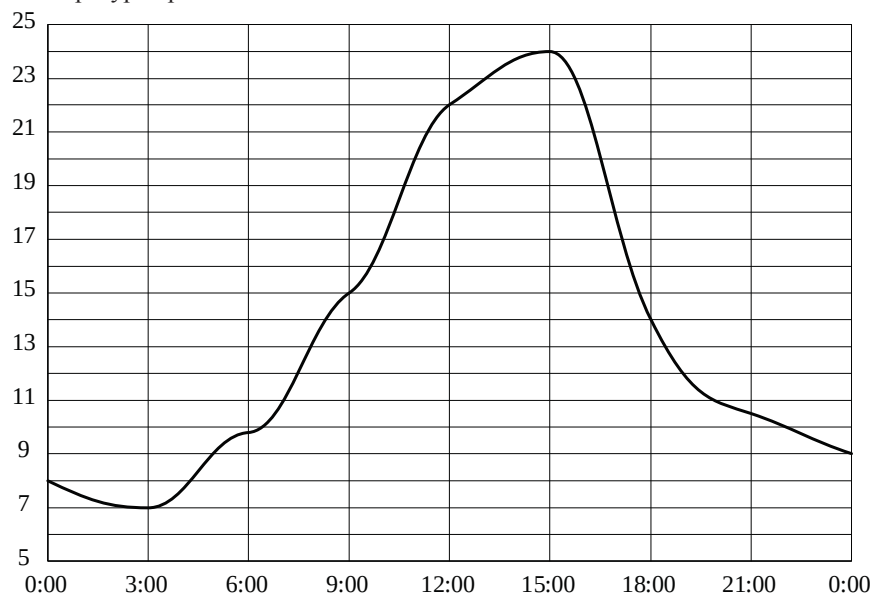
Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит бизнесмену Петрову.

- 1) 038A 2) 020Y 3) 016A 4) 116C

Ответ:

15

На рисунке показано, как изменялась температура на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов во второй половине суток температура превышала 14°C ?



Ответ: _____.

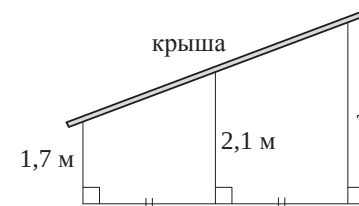
16

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 36 гектаров и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 2:7. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ: _____.

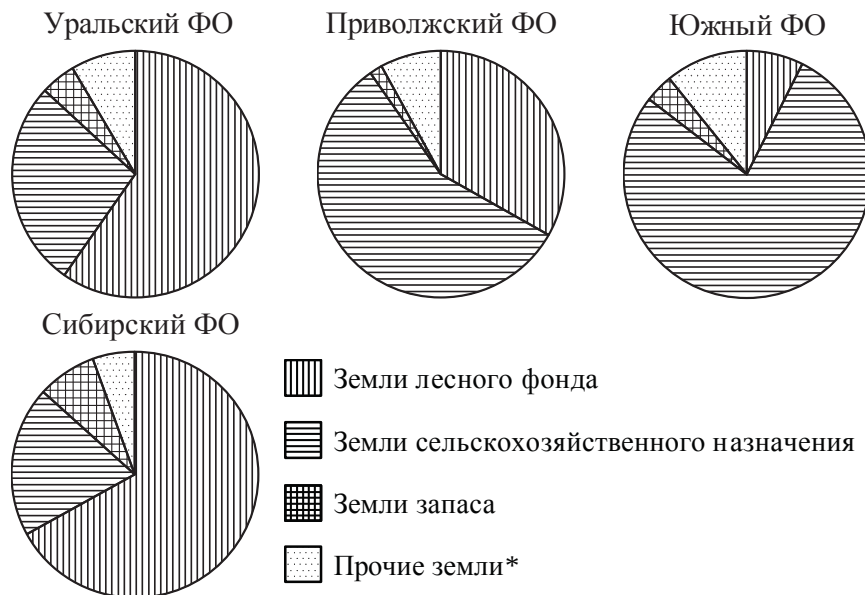
17

Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Сибирского федеральных округов. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель запаса максимальная.



*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО 3) Южный ФО
2) Приволжский ФО 4) Сибирский ФО

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19 На экзамене 50 билетов, Серёжа **не выучил** 11 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

- 20 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $0,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $2,25 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$.
- 22 Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

- 23 Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 20$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.
- 25 Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

23 марта 2016 года

Вариант МА90604

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

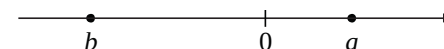
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $45 + 0,6 \cdot (-10)^2$.

Ответ: _____.

- 2 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $a + b < 0$ 2) $a^2 b > 0$ 3) $ab < 0$ 4) $a - b > 0$

Ответ:

- 3 Значение какого из данных ниже выражений является числом рациональным?

- 1) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{14}$ 3) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{6}}$
2) $(\sqrt{23} - \sqrt{20}) \cdot (\sqrt{23} + \sqrt{20})$ 4) $\sqrt{24} - 3\sqrt{6}$

Ответ:

- 4 Найдите корень уравнения $\frac{7}{x+8} = -1$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -x$ 2) $y = -1$ 3) $y = x - 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Дана арифметическая прогрессия (a_n) , в которой $a_9 = -15,7$, $a_{18} = -22,9$. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7a}{6c} - \frac{49a^2 + 36c^2}{42ac} + \frac{6c - 49a}{7a}$ при $a = 71$, $c = 87$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

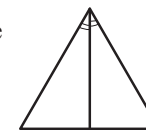
- 1) $x^2 - 56 > 0$ 2) $x^2 + 56 > 0$ 3) $x^2 - 56 < 0$ 4) $x^2 + 56 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

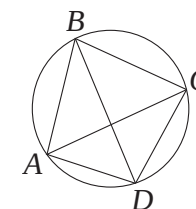
- 9 Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите его биссектрису.

Ответ: _____.



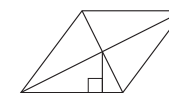
- 10 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 54° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



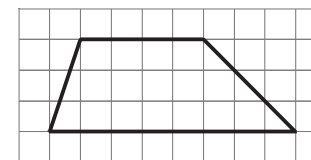
- 11 Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

Ответ: _____.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) У любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
- 2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

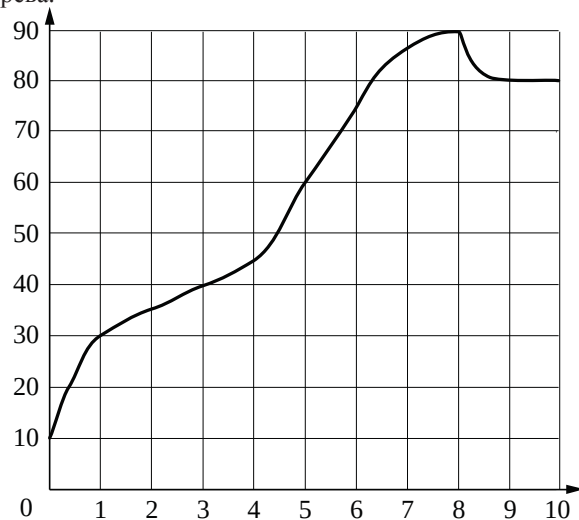
- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 52,6 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

1) отборная 2) первая 3) вторая 4) третья

Ответ:

- 15** На графике показана зависимость температуры двигателя от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия нагреется двигатель за первые восемь минут разогрева.



Ответ: _____.

- 16** Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 15 % годовых. Вкладчик положил на счёт 700 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____.

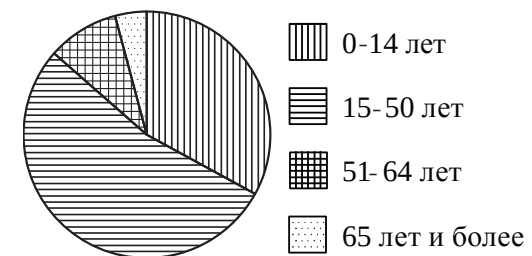
- 17** Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 2 минуты?



Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.

Бангладеш



1) 0–14 лет 2) 15–50 лет 3) 51–64 лет 4) 65 лет и более

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ:

- 19** В магазине канцтоваров продаются 144 ручки, из них 30 красных, 24 зелёных, 18 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана синяя или чёрная ручка.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 245 Вт, а сила тока равна 7 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.
- 22 Свежие фрукты содержат 89 % воды, а высушенные — 23 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?
- 23 Постройте график функции $y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$, $CK = 14$.
- 25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.
- 26 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$

Решение.

Сложив два уравнения системы, получаем $7x^2 = 7$, откуда $x = -1$ или $x = 1$.

При $x = -1$ получаем $y = 4$.

При $x = 1$ получаем $y = 4$.

Решения системы уравнений: $(-1; 4)$ и $(1; 4)$.

Ответ: $(1; 4)$; $(-1; 4)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Свежие фрукты содержат 79 % воды, а высушенные — 16 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 21 %, а высушенных 84 %. Значит, из 288 кг свежих фруктов получится $\frac{21}{84} \cdot 288 = 72$ (кг) высушенных.

Ответ: 72 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = |x^2 + 3x + 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 3x + 2$ при $x < -2$ и $x > -1$ и график функции $y = -x^2 - 3x - 2$ при $-2 \leq x \leq -1$.

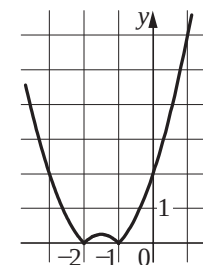


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

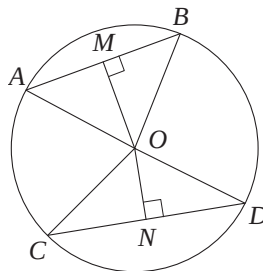
Ответ: 4.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 24$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.

Решение.



Пусть $OM = 16$ и $ON = 12$ — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.

Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 20.$$

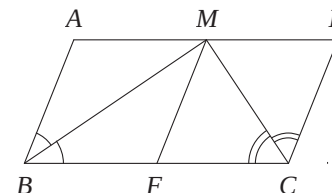
В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 20$, откуда $CN = \sqrt{OC^2 - ON^2} = 16$. Получаем, что $CD = 2CN = 32$.

Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M стороны AD . Докажите, что M — середина AD .

Доказательство.



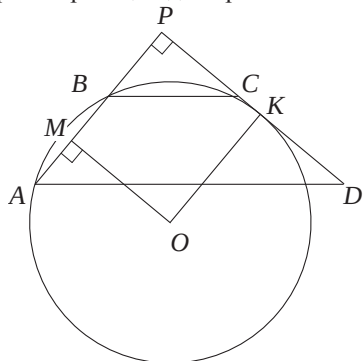
Проведём FM параллельно AB (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ABFM$ и $MFCD$ диагональ делит угол пополам, то есть это ромбы. Значит, $AM = MF = MD$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=13$.

Решение.

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке P (см. рисунок).



Из условия ясно, что $\angle APD = 90^\circ$. Из подобия треугольников APD и BPC получаем, что $\frac{BP}{AP} = \frac{BC}{AD}$, то есть $\frac{BP}{BP+13} = \frac{12}{36}$, откуда $BP = 6,5$.

Пусть окружность касается прямой CD в точке K , а O — её центр. Опустим из точки O перпендикуляр OM на хорду AB . Точка M — середина AB . Так как $OMPK$ — прямоугольник, искомый радиус равен

$$OK = MP = BP + \frac{1}{2} AB = 6,5 + 6,5 = 13.$$

Ответ: 13.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$.**Решение.**Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 - 3t - 4 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 4$.Уравнение $\frac{1}{x} = -1$ имеет корень -1 .Уравнение $\frac{1}{x} = 4$ имеет корень $\frac{1}{4}$.Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -1$ и $x = \frac{1}{4}$.**Ответ:** -1 ; $\frac{1}{4}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Заметим, что всего автомобиль проехал $300 + 300 + 300 = 900$ (км), затратив на весь путь $\frac{300}{60} + \frac{300}{100} + \frac{300}{75} = 12$ (часов). Таким образом, его средняя скорость равна $\frac{900}{12} = 75$ (км/ч).

Ответ: 75 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

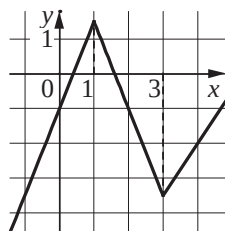
23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2,5x - 1, & \text{если } x < 1, \\ -2,5x + 4, & \text{если } 1 \leq x \leq 3, \\ 1,5x - 8, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = 2,5x - 1$ при $x < 1$, график функции $y = -2,5x + 4$ при $1 \leq x \leq 3$ и график функции $y = 1,5x - 8$ при $x > 3$.



Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки при $t = -3,5$ и при $t = 1,5$.

Ответ: $-3,5; 1,5$.

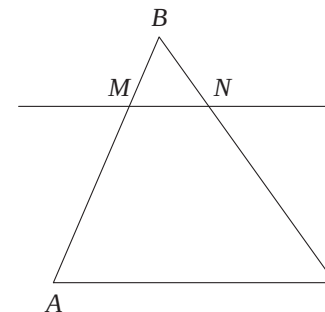
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 13$, $AC = 65$, $NC = 28$.

Решение.



Поскольку прямая MN параллельна прямой AC , углы BNM и BCA равны как соответственные. Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.

Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{65}{13} = 5$, а поскольку $\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{28}{BN}$, получаем,

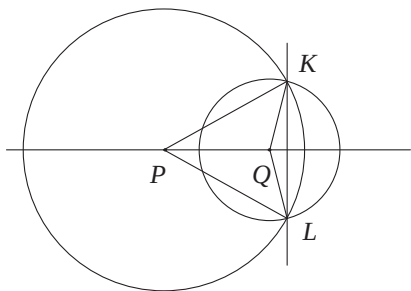
что $BN = \frac{28}{4} = 7$.

Ответ: 7.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL . Докажите, что $PQ \perp KL$.

Доказательство.



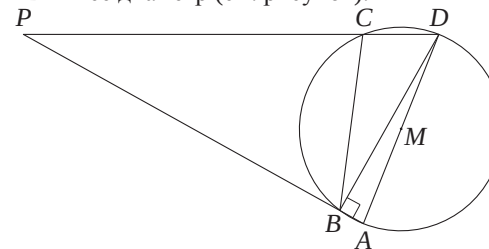
Точка P равноудалена от K и L , поэтому она лежит на серединном перпендикуляре к отрезку KL . То же можно сказать и о Q . Значит, PQ — серединный перпендикуляр к KL , то есть $KL \perp PQ$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=12$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 115° и 95° .

Решение.

Условие задачи означает, что четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром M , а AD — её диаметр (см. рисунок).



Так как сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника равна 180° , получаем, что $\angle DAB = 85^\circ$ и $\angle ADC = 65^\circ$.

Угол ABD прямой, так как опирается на диаметр, поэтому $\angle ADB = 90^\circ - 85^\circ = 5^\circ$, а тогда $\angle CDB = 65^\circ - 5^\circ = 60^\circ$. Используя теорему синусов в треугольнике CDB , получаем

$$AD = \frac{BC}{\sin 60^\circ} = 8\sqrt{3}.$$

Ответ: $8\sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 4t - 12 = 0,$$

откуда $t = -6$ или $t = 2$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -6$ имеет корень $-\frac{1}{6}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 2$ имеет корень $\frac{1}{2}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\frac{1}{6}$ и $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Плот прошёл 30 км, значит, он плыл 6 часов, из которых лодка находилась в пути 5 часов. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{60}{v+5} + \frac{60}{v-5} = 5; \quad 60v - 300 + 60v + 300 = 5v^2 - 125; \quad v^2 - 24v - 25 = 0,$$

откуда $v = 25$.

Ответ: 25 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

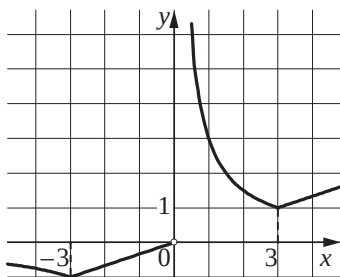
Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x-3}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$ неотрицательно при $-3 \leq x < 0$ и $x \geq 3$, а при $x < -3$ и $0 < x < 3$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y = \frac{x}{3}$ при $-3 \leq x < 0$ и $x \geq 3$ и график функции

$y = \frac{3}{x}$ при $x < -3$ и $0 < x < 3$.



Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $t = 1$ и $t = -1$.

Ответ: $-1; 1$.

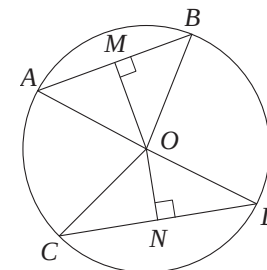
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

24

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 20$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.



Пусть $OM = 24$ и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.

Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 26.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 10$, значит,

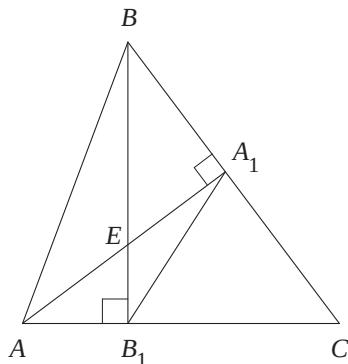
$$ON = \sqrt{OC^2 - \left(\frac{CD}{2}\right)^2} = 10.$$

Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

Доказательство.



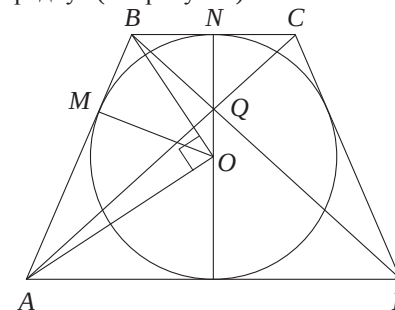
Поскольку диагонали четырёхугольника AB_1A_1B пересекаются, он является выпуклым, а учитывая, что $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$, около него можно описать окружность. Тогда углы AA_1B_1 и ABB_1 равны как вписанные, опирающиеся на одну дугу AB_1 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 100, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 100r.$$

Значит, $r = 15$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем, что $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(50 - AM) = 225.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 45$. Тогда $AD = 90$, $BC = 10$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра окружности. Следовательно,

$$QN = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3.$$

Ответ: 3.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3; \quad 5a - 8b + 2 = 24a - 15b + 6; \quad 19a - 7b + 4 = 0,$$

значит, $19a - 7b + 12 = 8$.

Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Свежие фрукты содержат 89 % воды, а высушенные — 23 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?

Решение.

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 11 %, а высушенных — 77 %. Значит, для приготовления 23 кг высушенных фруктов требуется

$$\frac{77}{11} \cdot 23 = 161 \text{ (кг) свежих.}$$

Ответ: 161 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

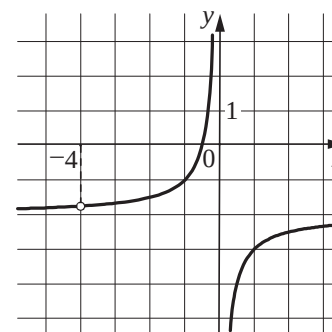
23

Постройте график функции $y = -2 - \frac{x+4}{x^2 + 4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $-2 - \frac{x+4}{x^2 + 4x} = -2 - \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq -4$.

Построим график:



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -2$ и $m = -\frac{7}{4}$.

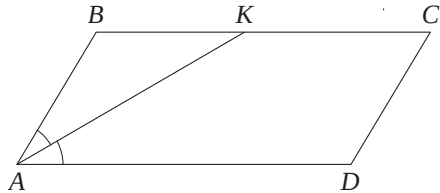
Ответ: $-2; -\frac{7}{4}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$, $CK = 14$.

Решение.



Накрест лежащие углы BKA и KAD равны, AK — биссектриса угла BAD , следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 5$.

По формуле периметра параллелограмма находим

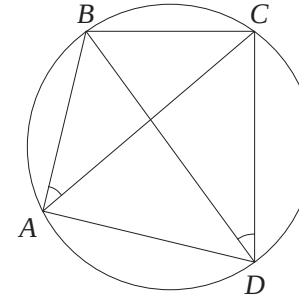
$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 48.$$

Ответ: 48.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

Доказательство.



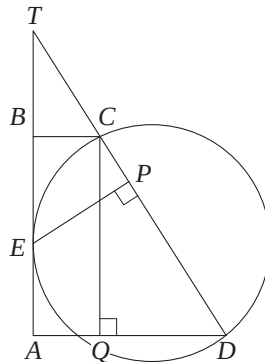
Поскольку $ABCD$ выпуклый и $\angle CDB = \angle CAB$, получаем, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. А тогда $\angle BCA = \angle BDA$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AB .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

Решение.

Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD , P — проекция точки E на прямую CD , Q — проекция точки C на прямую AD (см. рисунок). Обозначим $\angle CDA = \alpha$, $CD = x$.



Поскольку $QD = AD - AQ = AD - BC = 2$, получаем, что $\cos \alpha = \frac{QD}{DC} = \frac{2}{x}$.

Из подобия треугольников TBC и TAD находим, что $TC = 6x$.

Поэтому

$$TE^2 = TD \cdot TC = 42x^2.$$

Следовательно,

$$EP = TE \cos \angle TEP = TE \cos \angle TDA = TE \cos \alpha = x\sqrt{42} \cdot \frac{2}{x} = 2\sqrt{42}.$$

Ответ: $2\sqrt{42}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл