

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

18 ноября 2015 года

Вариант МА90201

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $18 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 20 \cdot \frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

2

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{15}{11}$ и $\frac{13}{9}$?

- 1) 1,4 2) 1,5 3) 1,6 4) 1,7

Ответ:

3

Какое из данных ниже выражений при любых значениях k равно 2^{k-3} ?

- 1) $\frac{2^k}{2^3}$ 2) $\frac{2^k}{2^{-3}}$ 3) $2^k - 2^3$ 4) $(2^k)^{-3}$

Ответ:

4

Решите уравнение $(5x - 2)(-x + 3) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

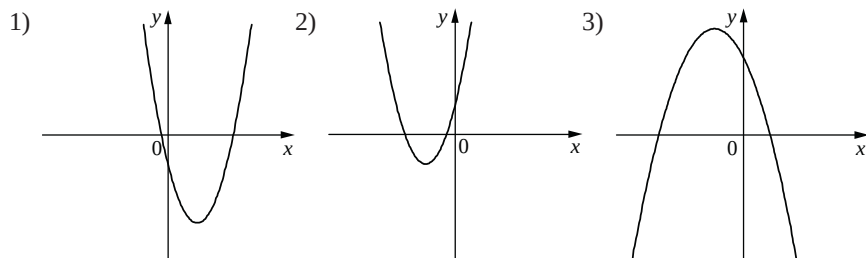
Ответ: _____.

- 5 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $a > 0, c < 0$ Б) $a < 0, c > 0$ В) $a > 0, c > 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Последовательность (c_n) задана условиями $c_1 = 6, c_{n+1} = c_n + 2$.
Найдите c_{11} .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7a}{2c} - \frac{49a^2 + 4c^2}{14ac} + \frac{2c - 49a}{7a}$ при $a = 80, c = 32$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства

$$8x - 3(3x + 8) \geq 9.$$

- 1) $[15; +\infty)$ 2) $(-\infty; -33]$ 3) $(-\infty; 15]$ 4) $[-33; +\infty)$

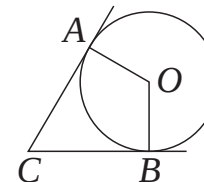
Ответ:

Модуль «Геометрия»

- 9 Медиана равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.

- 10 В угол C величиной 79° вписана окружность с центром O , которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



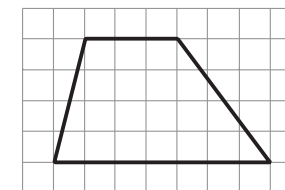
Ответ: _____.

- 11 Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь этого квадрата.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
- 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

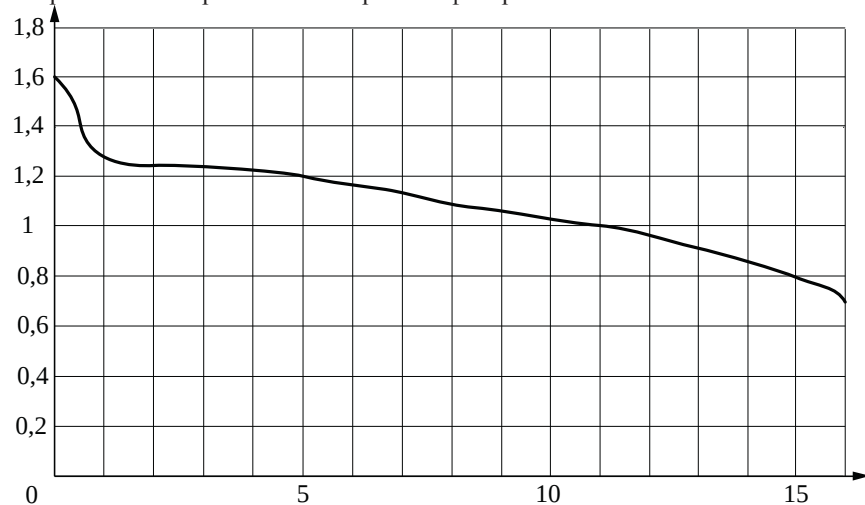
Модуль «Реальная математика»

- 14** Расстояние от Нептуна до Солнца равно 4503,4 млн км. В каком случае записана эта же величина?

- 1) $4,5034 \cdot 10^6$ км 3) $4,5034 \cdot 10^8$ км
2) $4,5034 \cdot 10^7$ км 4) $4,5034 \cdot 10^9$ км

Ответ:

- 15** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 15 часов работы фонарика.

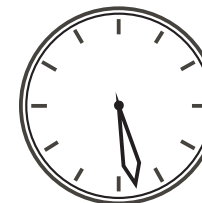


Ответ: _____.

- 16** Товар на распродаже уценили на 20 %, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

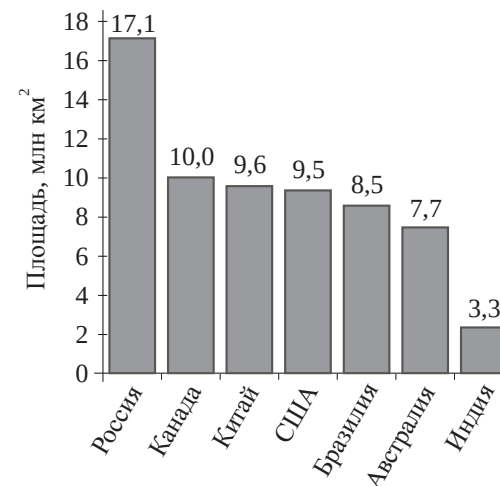
Ответ: _____.

- 17** Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 28 минут?



Ответ: _____.

- 18** На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Казахстан входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
- 2) Площадь территории Бразилии составляет 8,5 млн км².
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Индии.
- 4) Площадь территории Бразилии больше площади территории Индии более чем в три раза.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19** В магазине канцтоваров продаётся 132 ручки, из них 34 красные, 39 зелёных, 5 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные — их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана зелёная или чёрная ручка.

Ответ: _____.

- 20** Перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта позволяет формула $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует -4° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите неравенство $\frac{-18}{(x+4)^2 - 10} \geq 0$.

- 22** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставалось 4 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 18 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 10 км/ч меньше скорости второго.

- 23** Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 24** Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 56$, $AC = 40$.

- 25** Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны AB . Докажите, что CN — биссектриса угла BCD .

- 26** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $25:24$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 14$.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

18 ноября 2015 года

Вариант МА90202

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $0,4 \cdot (-10)^3 - 7 \cdot (-10)^2 + 64$.

Ответ: _____.

- 2 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $a + b > 0$ 2) $a - b < 0$ 3) $ab^2 < 0$ 4) $ab > 0$

Ответ:

- 3 Найдите значение выражения $(\sqrt{42} - 2)^2$.

- 1) $46 - 4\sqrt{42}$ 2) $38 - 4\sqrt{42}$ 3) $46 - 2\sqrt{42}$ 4) 38

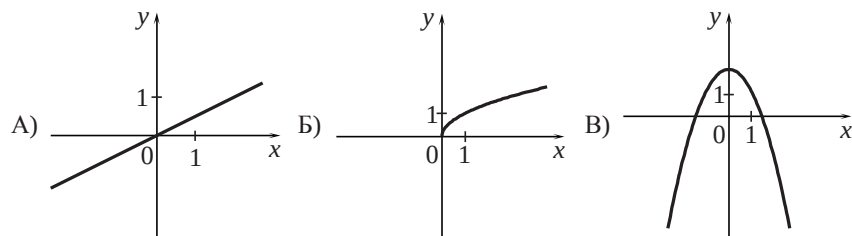
Ответ:

- 4 Найдите корень уравнения $10(x - 9) = 7$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$ 2) $y = 2 - x^2$ 3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Последовательность (c_n) задана условиями $c_1 = -4$, $c_{n+1} = c_n - 2$.
Найдите c_{10} .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{1}{6x} - \frac{6x+y}{6xy}$ при $x = \sqrt{32}$, $y = \frac{1}{8}$.

Ответ: _____.

- 8 При каких значениях a выражение $6a + 7$ принимает только отрицательные значения?

1) $a > -\frac{6}{7}$ 2) $a > -\frac{7}{6}$ 3) $a < -\frac{7}{6}$ 4) $a < -\frac{6}{7}$

Ответ: ☐

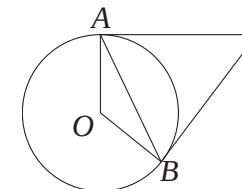
Модуль «Геометрия»

- 9 Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.

Ответ: _____.

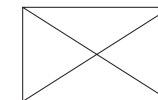
- 10 Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 88° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



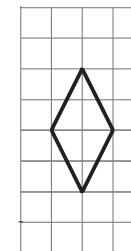
- 11 Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В параллелограмме есть равные углы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

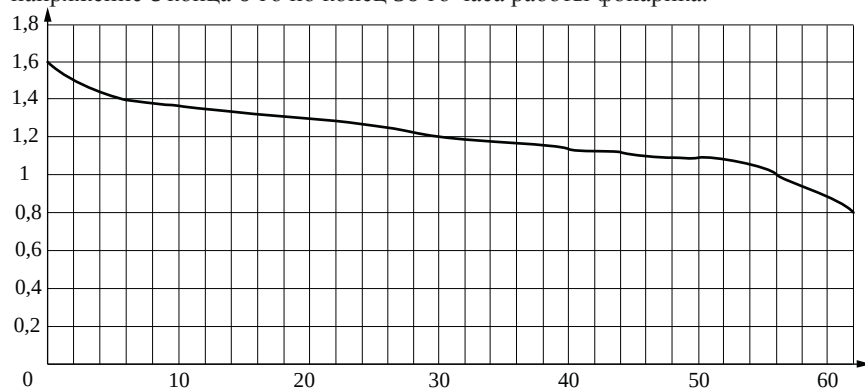
- 14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 72,5 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
высшая	75,0
отборная	65,0
первая	55,0
вторая	45,0
третья	35,0

1) отборная 2) первая 3) вторая 4) высшая

Ответ: ☐

- 15 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с конца 6-го по конец 56-го часа работы фонарика.



Ответ: _____.

- 16 Плата за телефон составляет 250 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 4%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

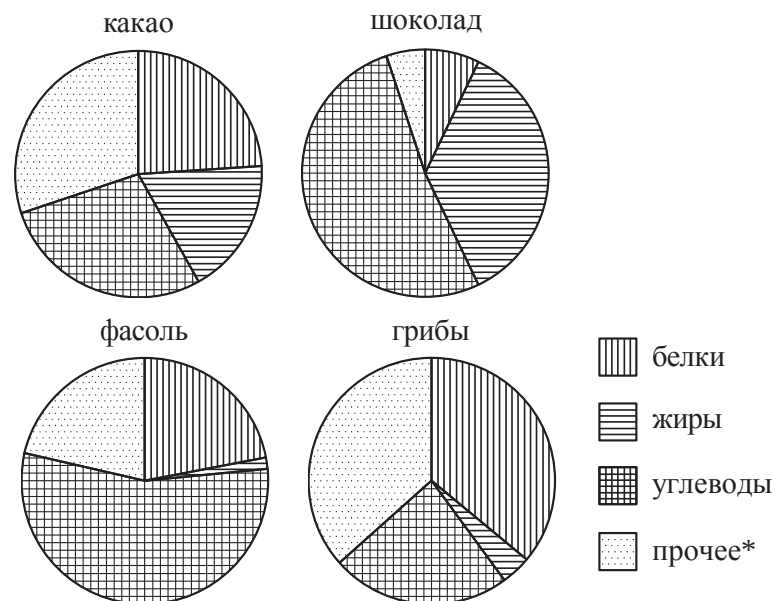
Ответ: _____.

- 17 Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 2,95 м, высота большой опоры 3,65 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каких продуктах содержание углеводов превышает 50 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19 В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек, из них 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, ещё есть синие и чёрные — их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана красная или чёрная ручка.

Ответ: _____.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 28 Вт, а сила тока равна 2 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Найдите значение выражения $41a - b + 45$, если $\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7$.

- 22 Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроем?

- 23 Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 7|$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

- 25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

- 26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $CD = 30$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

18 ноября 2015 года

Вариант МА90203

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

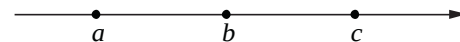
1

Найдите значение выражения $\frac{11}{4} - \frac{2}{5}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $c - a$, $b - c$ положительна?

- 1) $a - b$ 2) $c - a$ 3) $b - c$ 4) ни одна из них

Ответ:

3

Значение какого из данных ниже выражений является числом рациональным?

- 1) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}$ 3) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{48}}$
2) $(\sqrt{25} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{6})$ 4) $\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $-2x - 7 = -4x$.

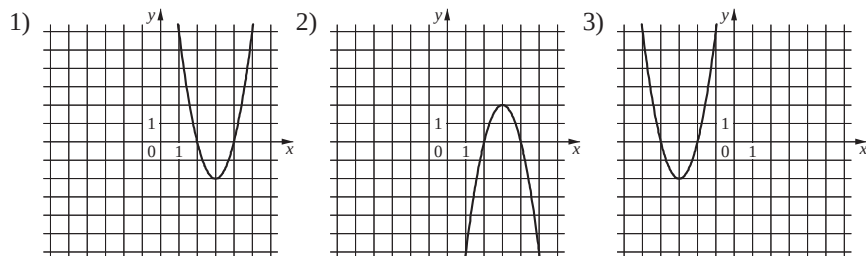
Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

A) $y = -2x^2 + 12x - 16$ Б) $y = 2x^2 - 12x + 16$ В) $y = 2x^2 + 12x + 16$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Последовательность задана формулой $a_n = \frac{51}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 5?

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(x+9) : \frac{x^2+18x+81}{x-9}$ при $x=81$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} -9 + 3x > 0, \\ 2 - 3x > -10. \end{cases}$$

- 1) система не имеет решений 3)
- 2) 4)

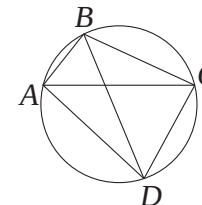
Ответ:

Модуль «Геометрия»

- 9 В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны соответственно 7 и 25. Найдите другой катет этого треугольника.

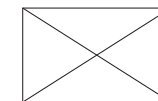
Ответ: _____.

- 10 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



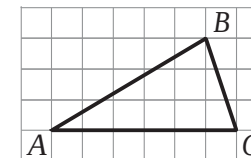
Ответ: _____.

- 11 Диагональ прямоугольника образует угол 47° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- В любом треугольнике величина хотя бы одного из углов не превышает 60° .
- Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

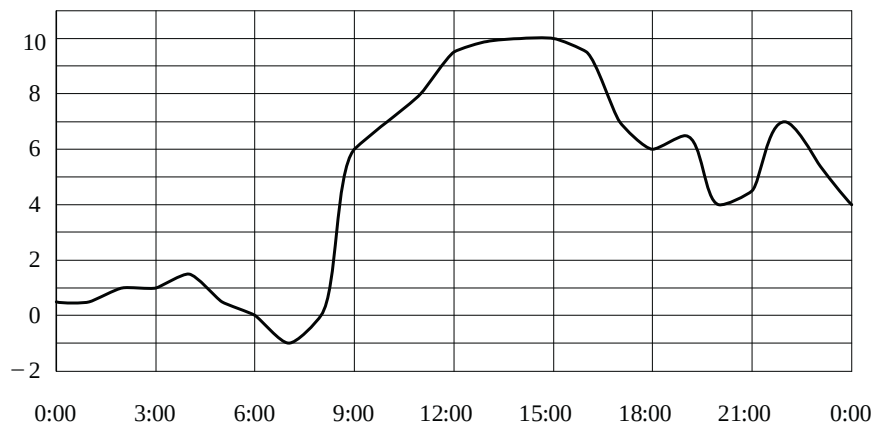
Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 172 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 90 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры во второй половине суток. Ответ дайте в градусах Цельсия.

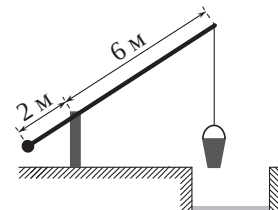


Ответ: _____.

- 16 В начале года число абонентов телефонной компании «Запад» составляло 700 тыс. человек, а в конце года их стало 840 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

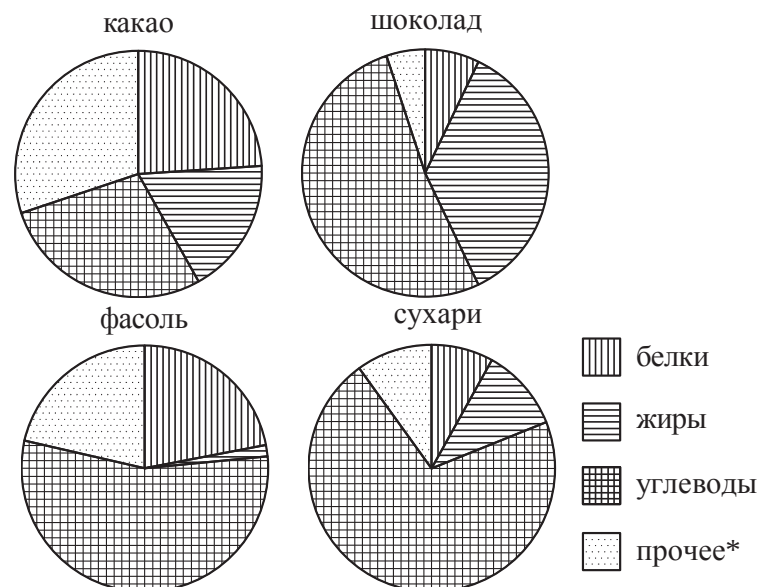
Ответ: _____.

- 17 На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) сухари

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

- 19** У бабушки 25 чашек: 2 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

- 20** Перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта позволяет формула $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 167° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y. \end{cases}$$

- 22** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

- 23** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 18$.

- 25** Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек и не лежат одна внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.

- 26** Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

18 ноября 2015 года

Вариант МА90204

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9 - 7,5}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,205$; $-0,052$; $0,02$; $0,008$.



Какой точке соответствует число $0,02$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\sqrt{30 \cdot 20} \cdot \sqrt{60}$.

- 1) $60\sqrt{10}$ 2) $300\sqrt{2}$ 3) $60\sqrt{30}$ 4) $120\sqrt{5}$

Ответ:

4

Решите уравнение $5x^2 + 9x + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

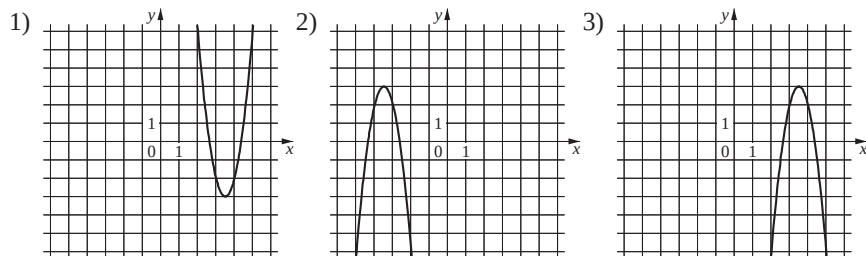
Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = -4x^2 - 28x - 46$ Б) $y = 4x^2 - 28x + 46$ В) $y = -4x^2 + 28x - 46$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Последовательность задана формулой $a_n = \frac{74}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 9?

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{5ab}{a+5b} \cdot \left(\frac{a}{5b} - \frac{5b}{a} \right)$ при $a = 5\sqrt{7} + 9$, $b = \sqrt{7} - 9$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства

$$5x + 4 < x + 6.$$

- 1) $(-\infty; 0,5)$ 2) $(2,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2,5)$ 4) $(0,5; +\infty)$

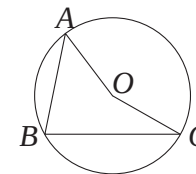
Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

- 9 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AC равна 46. Найдите MN .

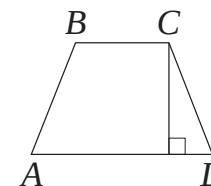
Ответ: _____.

- 10 Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 67^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



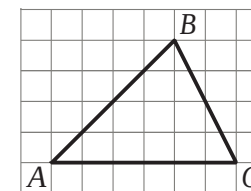
Ответ: _____.

- 11 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 3 и 11. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
- Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

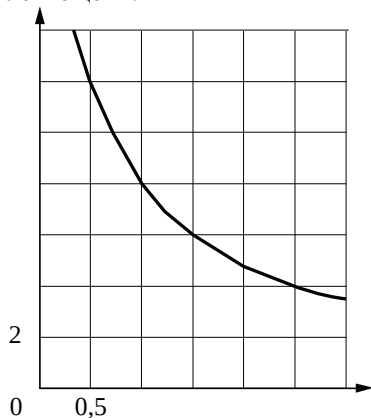
- 14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 36,4 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
высшая	75,0
отборная	65,0
первая	55,0
вторая	45,0
третья	35,0

1) высшая 2) первая 3) вторая 4) третья

Ответ:

- 15 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока (в амперах). Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 4 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?

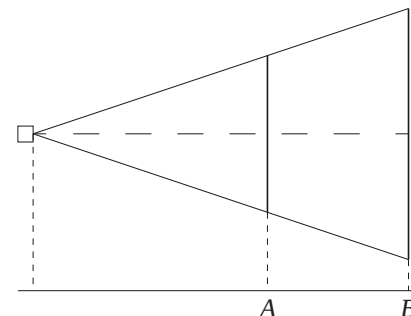


Ответ: _____.

- 16 Принтер печатает одну страницу за 5 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 7 минут?

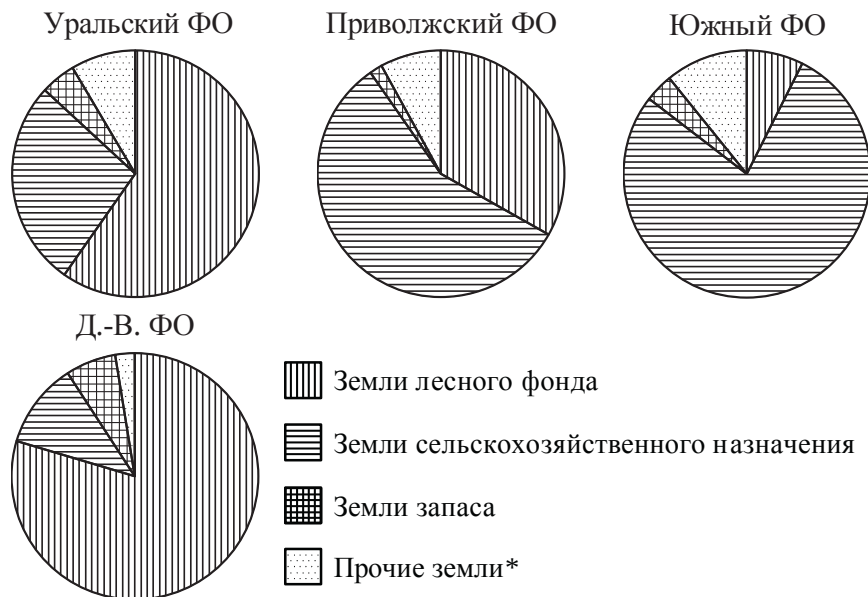
Ответ: _____.

- 17 Проектор полностью освещает экран A высотой 110 см, расположенный на расстоянии 180 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 220 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано распределение по категориям земель Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель сельскохозяйственного назначения наименьшая.



*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО 3) Южный ФО
2) Приволжский ФО 4) Дальневосточный ФО

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

- 19 Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 14 с машинами и 6 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 10$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 5$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $(x-1)(x^2+4x+4) = 4(x+2)$.
- 22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 36$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.
- 25** Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
- 26** Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 12 и 45 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите неравенство $\frac{-18}{(x+4)^2 - 10} \geq 0$.

Решение.

Исходное неравенство принимает вид

$$\frac{18}{(x+4-\sqrt{10})(x+4+\sqrt{10})} \leq 0,$$

откуда $-4-\sqrt{10} < x < -4+\sqrt{10}$.

Ответ: $(-4-\sqrt{10}; -4+\sqrt{10})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставалось 4 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 18 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 10 км/ч меньше скорости второго.

Решение.

Пусть скорость первого бегуна v км/ч, тогда скорость второго $(v+10)$ км/ч,

а длина круга равна $\frac{42(v+10)}{60}$ км. Получаем уравнение:

$$\frac{42(v+10)}{60} - 4 = v; \quad 42(v+10) - 240 = 60v; \quad 18v = 180,$$

откуда $v = 10$.

Ответ: 10 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

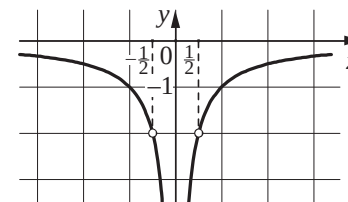
Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2} = \frac{2|x|-1}{|x|(1-2|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии, что $x \neq \frac{1}{2}$

и $x \neq -\frac{1}{2}$.

Построим график:



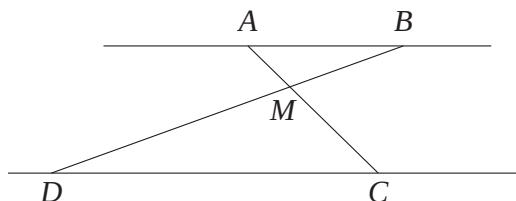
Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{1}{2}; -2)$ или через точку $(\frac{1}{2}; -2)$. Получаем, что $k = -4$, $k = 0$ и $k = 4$.

Ответ: -4 ; 0 ; 4 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=14$, $DC=56$, $AC=40$.

Решение.

Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие, углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{14}{56} = 0,25.$$

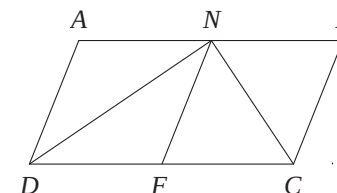
Следовательно,

$$AC = AM + MC = 0,25MC + MC = 1,25MC, \text{ откуда } MC = \frac{AC}{1,25} = 32.$$

Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны AB . Докажите, что CN — биссектриса угла BCD .

Доказательство.

Проведём FN параллельно BC (см. рис.). Тогда $AN = NB = CB$.

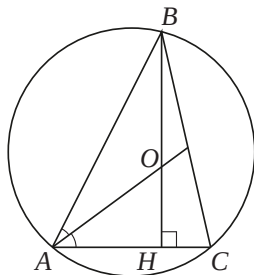
Следовательно, параллелограмм $BCFN$ является ромбом. Диагональ CN ромба $BCFN$ делит угол BCD пополам.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $25:24$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 14$.

Решение.

Пусть BH — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке O (см. рис.).



Применяя к треугольнику ABH теорему о биссектрисе, получим, что

$$\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{25}{24}. \text{ Следовательно, } \cos CAB = \frac{AH}{AB} = \frac{24}{25}. \text{ Тогда}$$

$$\sin CAB = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2} = \frac{7}{25}.$$

Используя теорему синусов, найдём искомый радиус:

$$R = \frac{BC}{2 \sin CAB} = \frac{14 \cdot 25}{2 \cdot 7} = 25.$$

Ответ: 25.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Найдите значение выражения $41a - b + 45$, если $\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7; \quad a - 6b + 5 = 42a - 7b + 35; \quad 41a - b + 30 = 0,$$

значит, $41a - b + 45 = 15$.

Ответ: 15.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

Решение.

Заметим, что за час Игорь и Паша красят $\frac{1}{20}$ забора, Паша и Володя красят

$\frac{1}{24}$ забора, а Володя и Игорь — $\frac{1}{30}$ забора.

Значит, втроём за минуту они красят

$$\frac{\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}}{2 \cdot 60} = \frac{1}{960} \text{ (забора),}$$

то есть они покрасят весь забор за 960 минут.

Ответ: 960.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

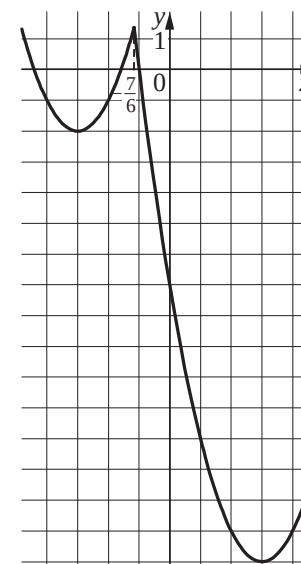
23

Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 7|$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 6x + 7$ при $x < -\frac{7}{6}$ и график функции

$$y = x^2 - 6x - 7 \text{ при } x \geq -\frac{7}{6}.$$



Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки, если она проходит через вершину первой параболы или через точку $\left(-\frac{7}{6}; \frac{49}{36}\right)$. Получаем, что

$$t = \frac{49}{36} \text{ или } t = -2.$$

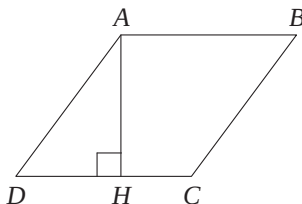
Ответ: $-2; \frac{49}{36}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

Решение.



Поскольку $ABCD$ — ромб, $AD = DC = DH + HC = 30$.
Треугольник ADH прямоугольный, поэтому

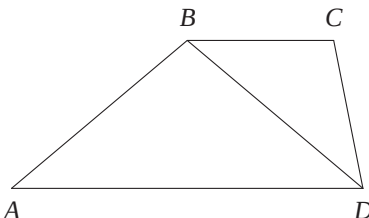
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 18.$$

Ответ: 18.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.

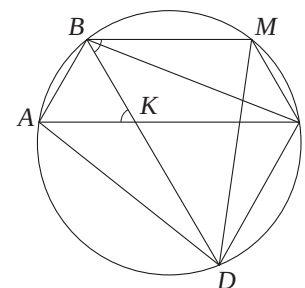


В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие, кроме того, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 4$. Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $CD = 30$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение.



Проведём хорду BM , параллельную диагонали AC (см. рис.). Тогда

$$CM = AB = 12; \angle DBM = \angle AKB = 60^\circ.$$

Поскольку четырёхугольник $BMCD$ вписанный, получаем

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos \angle DCM} = 6\sqrt{39}.$$

Пусть радиус окружности равен R . По теореме синусов

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{6\sqrt{39}}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{13}.$$

Ответ: $6\sqrt{13}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y. \end{cases}$

Решение.

Правые части уравнений системы равны, значит,

$$2x^2 - 5x = 2x - 5; \quad (2x - 5)(x - 1) = 0,$$

откуда $x = 1$ или $x = 2,5$.

При $x = 1$ получаем $y = -3$.

При $x = 2,5$ получаем $y = 0$.

Решения системы уравнений: $(1; -3)$ и $(2,5; 0)$.

Ответ: $(1; -3); (2,5; 0)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $141 - 6 = 135$ (км/ч). Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{135 \cdot 12}{3,6} = 450.$$

Ответ: 450 м.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

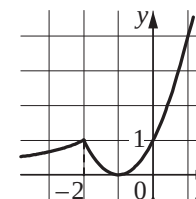
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{2}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 + 2x + 1$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки при $t = 0$ и при $t \geq 1$.

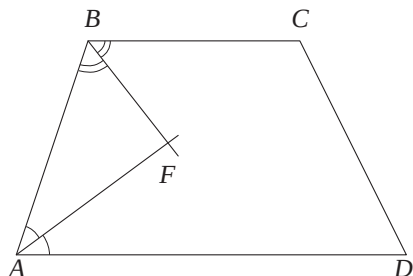
Ответ: $0; [1; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 18$.

Решение.



Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° , значит,

$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ.$$

Получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F . По теореме Пифагора находим AB :

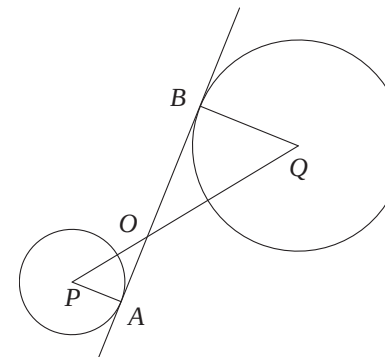
$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30.$$

Ответ: 30.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек и не лежат одна внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.

Доказательство.



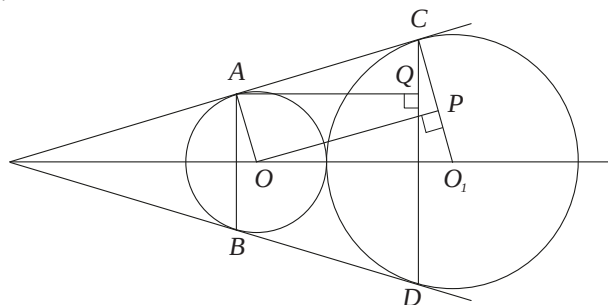
Пусть A и B — точки касания, O — точка пересечения AB и PQ . Тогда $\angle AOP = \angle BOQ$ как вертикальные углы, и прямоугольные треугольники BOQ и AOP подобны по двум углам. Значит, $a:b = OP:OQ = PA:QB$. Но раз радиусы окружностей относятся как $a:b$, то и диаметры тоже.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 100.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности (см. рис.). Тогда

$$O_1P = O_1C - PC = O_1P - OA = 55 - 45 = 10.$$

Из прямоугольного треугольника OPO_1 находим, что $OP^2 = 9900$, а так как $AOPC$ — прямоугольник, то $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD . Прямоугольный треугольник AQC подобен прямоугольному треугольнику OPO_1 по двум углам, поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$.

Следовательно,

$$AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 99.$$

Ответ: 99.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**Решите уравнение $(x-1)(x^2+4x+4)=4(x+2)$.**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$(x-1)(x+2)^2=4(x+2); (x+2)((x-1)(x+2)-4)=0; (x+2)(x^2+x-6)=0,$$

откуда $x=-2$, $x=-3$ или $x=2$.**Ответ:** -3 ; -2 ; 2 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{84}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{108}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{84} + \frac{s}{108}} = 94,5.$$

Ответ: 94,5 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

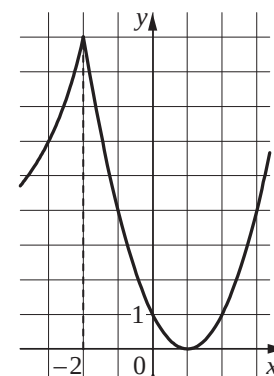
23

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.**Решение.**

Построим график функции $y = -\frac{18}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 - 2x + 1$ при $x \geq -2$.



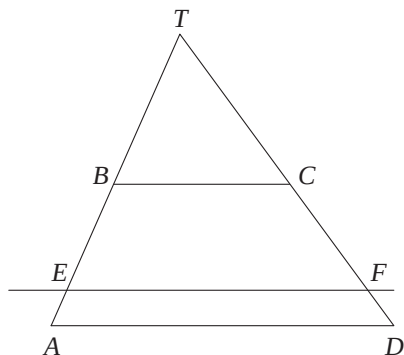
Прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки при $t = 0$ и при $t \geq 9$.

Ответ: 0 ; $[9; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 36$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.

Решение.

Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно, $\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = 2$, откуда $CD = TC$, $CF = \frac{7}{9}CD = \frac{7}{9}TC$,

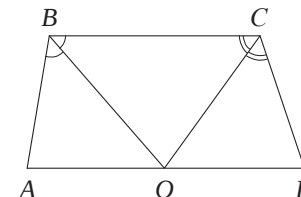
а значит, $TF = \frac{16}{9}TC$.

Получаем, что $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = \frac{16}{9}$, откуда $EF = 32$.

Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

Доказательство.

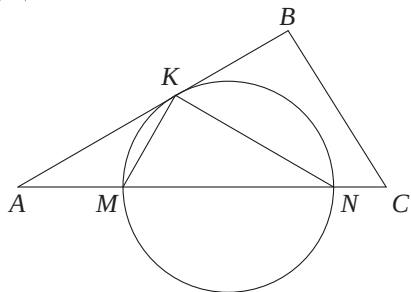
По свойству биссектрисы угла точка O равноудалена от прямых AB и BC (так как лежит на биссектрисе угла B) и равноудалена от прямых BC и CD (так как лежит на биссектрисе угла C). Значит, точка O равноудалена от всех трёх указанных прямых.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 12 и 45 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Решение.

Пусть K — точка касания окружности с лучом AB (см. рис.). По теореме о касательной и секущей $AK^2 = AM \cdot AN = 12 \cdot 45 = 540$.



По теореме косинусов

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2AM \cdot AK \cos \angle BAC = 144 + 540 - 2 \cdot 12 \cdot \sqrt{540} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 144.$$

Значит, $KM = 12$. Треугольник AKM равнобедренный, поэтому

$$\angle AKM = \angle KAM = \angle BAC.$$

По теореме об угле между касательной и хордой $\angle KNM = \angle AKM = \angle BAC$.

Пусть R — радиус окружности, проходящей через точки M , N и K . По теореме синусов

$$R = \frac{KM}{2 \sin \angle KNM} = \frac{12}{2 \sqrt{1 - \frac{15}{16}}} = 24.$$

Ответ: 24.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл