

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90101

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

*Желаем успеха!*

## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения  $\frac{27}{3 \cdot 4,5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

На координатной прямой точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1)  $A$                       2)  $B$                       3)  $C$                       4)  $D$

Ответ:

3

Найдите значение выражения  $(\sqrt{86} + 4)^2$ .

- 1) 70                                              3)  $102 + 4\sqrt{86}$   
2)  $102 + 8\sqrt{86}$                                               4)  $70 + 8\sqrt{86}$

Ответ:

4

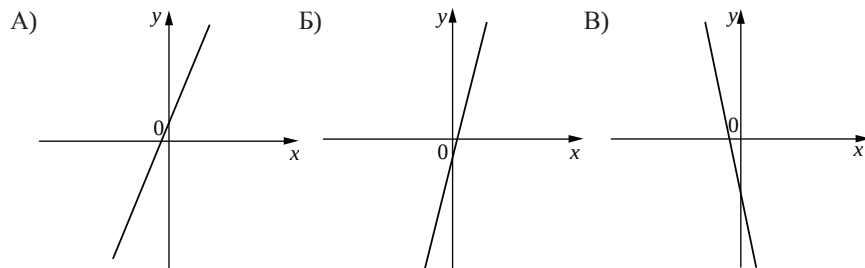
Решите уравнение  $\frac{4}{3}x^2 - 48 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

## ГРАФИКИ



## КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $k > 0, b < 0$       2)  $k < 0, b < 0$       3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

| А | Б | В |
|---|---|---|
|   |   |   |

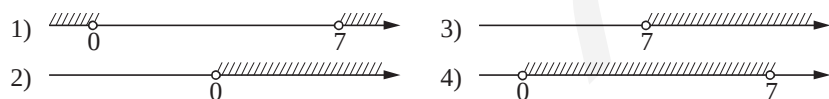
- 6 Дан числовой набор  $-9; -11; -13; -15; -17$ . Найдите его среднее арифметическое.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{7a}{3c} - \frac{49a^2 + 9c^2}{21ac} + \frac{3c - 49a}{7a}$  при  $a = 78, c = 20$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $7x - x^2 < 0$ ?

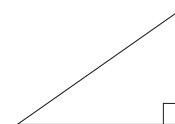


Ответ:

## Модуль «Геометрия»

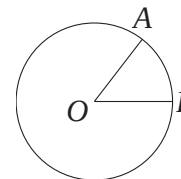
- 9 Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 16 и 20.

Ответ: \_\_\_\_\_.



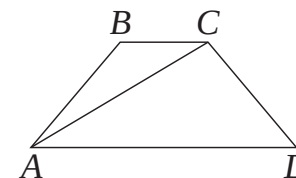
- 10 На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 66^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 99. Найдите длину большей дуги окружности.

Ответ: \_\_\_\_\_.



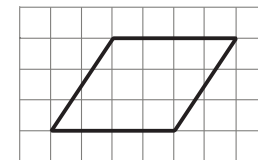
- 11 Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $33^\circ$  и  $14^\circ$  соответственно. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён параллелограмм. Найдите его площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- Диагонали ромба равны.
- Тангенс любого острого угла меньше единицы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Модуль «Реальная математика»

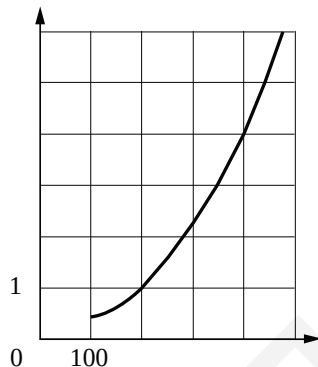
- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

| Планета           | Уран               | Сатурн             | Юпитер             | Нептун             |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Расстояние (в км) | $2,871 \cdot 10^9$ | $1,427 \cdot 10^9$ | $7,781 \cdot 10^8$ | $4,497 \cdot 10^9$ |

- 1) Уран  
2) Сатурн  
3) Юпитер  
4) Нептун

Ответ:

- 15 Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.

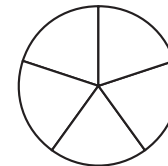


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 В начале учебного года в школе было 1250 учащихся, а к концу учебного года их стало 950. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

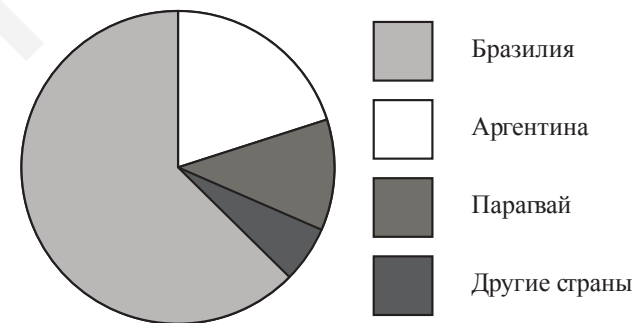
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен  $8^\circ$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины.
- 2) Больше трети пользователей сети — из Аргентины.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины.
- 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_1$ , если  $d_2 = 7$ ,  $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ , а  $S = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

**Модуль «Алгебра»**

- 21 Решите уравнение  $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$ .
- 22 Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
- 23 Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Модуль «Геометрия»**

- 24 Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN = 17$ ,  $AC = 51$ ,  $NC = 32$ .
- 25 Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$  стороны  $BC$ . Докажите, что  $E$  — середина  $BC$ .
- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны  $77^\circ$  и  $13^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90102

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

*Желаем успеха!*

## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения  $\frac{8,8 \cdot 0,8}{4,4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{18}{17}$  и  $\frac{17}{15}$ ?

- 1) 0,8                      2) 0,9                      3) 1                      4) 1,1

Ответ:

3

Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{512}}{\sqrt{8}}$ .

- 1) 64                      2)  $8\sqrt{8}$                       3) 8                      4)  $64\sqrt{8}$

Ответ:

4

Найдите корень уравнения  $x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

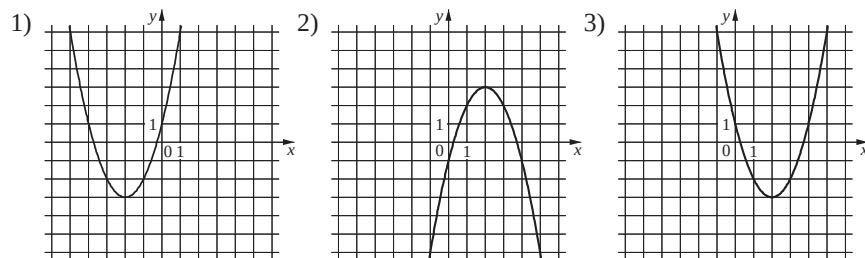
## ФУНКЦИИ

А)  $y = x^2 + 4x + 1$

Б)  $y = x^2 - 4x + 1$

В)  $y = -x^2 + 4x - 1$

## ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

| А | Б | В |
|---|---|---|
|   |   |   |

- 6 Дан числовой набор 2; 5; 8; 11; 14. Найдите его среднее арифметическое.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{8}{x} - \frac{9}{5x}$  при  $x = 0,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 При каких значениях  $a$  выражение  $5a + 2$  принимает только положительные значения?

1)  $a > -\frac{2}{5}$

3)  $a < -\frac{5}{2}$

2)  $a > -\frac{5}{2}$

4)  $a < -\frac{2}{5}$

Ответ: ☐

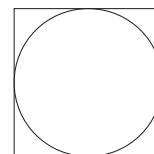
## Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AC = 14$ ,  $BM$  — медиана. Найдите  $AM$ .

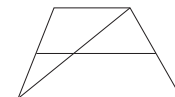
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.

Ответ: \_\_\_\_\_.



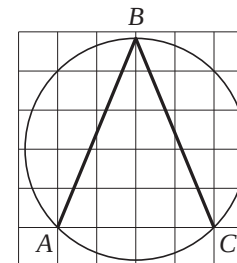
- 11 Основания трапеции равны 1 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  см изображены окружность и угол  $ABC$ . Найдите градусную меру угла  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает  $60$  градусов.
- 2) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- 3) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

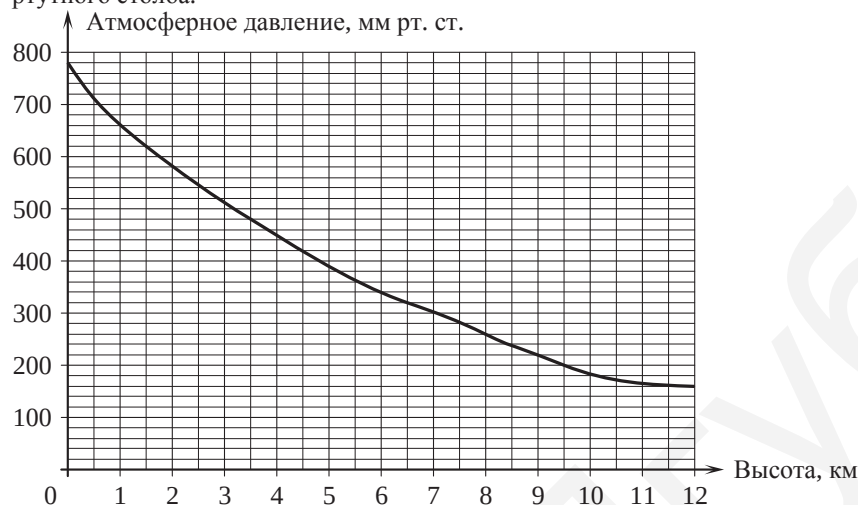
**Модуль «Реальная математика»**

- 14** Площадь территории России составляет 17,1 млн км<sup>2</sup>. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $1,71 \cdot 10^7$  км<sup>2</sup>                      3)  $1,71 \cdot 10^{10}$  км<sup>2</sup>  
2)  $1,71 \cdot 10^5$  км<sup>2</sup>                      4)  $1,71 \cdot 10^6$  км<sup>2</sup>

Ответ:

- 15** На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). Найдите, чему равно атмосферное давление на высоте 6 км. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.

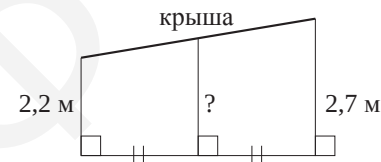


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16** В начале года число абонентов телефонной компании «Восток» составляло 800 тыс. человек, а в конце года их стало 880 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17** Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао-порошке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



\*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) жиры                                      3) углеводы  
2) белки                                    4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19** В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выезжает одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 В фирме «Родник» цена колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100 \cdot n$  (рублей), где  $n$  — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте цену колодца из 5 колец (в рублях).

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

#### Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение  $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$ .
- 22 Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
- 23 Постройте график функции  $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

#### Модуль «Геометрия»

- 24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 6$ ,  $AC = 24$ .
- 25 В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что углы  $AB_1A_1$  и  $ABA_1$  равны.
- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.



**Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ****9 класс**

29 сентября 2015 года

Вариант МА90103

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

***Желаем успеха!*****Часть 1****Модуль «Алгебра»**

- 1** Найдите значение выражения  $\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Между какими числами заключено число  $\sqrt{78}$ ?

1) 38 и 40      2) 4 и 5      3) 77 и 79      4) 8 и 9

Ответ: 

- 3** Значение какого из выражений является рациональным числом?

1)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{19}$       3)  $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{12}}$   
2)  $(\sqrt{25} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{3})$       4)  $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$ Ответ: 

- 4** Решите уравнение  $x^2 - 20 = x$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

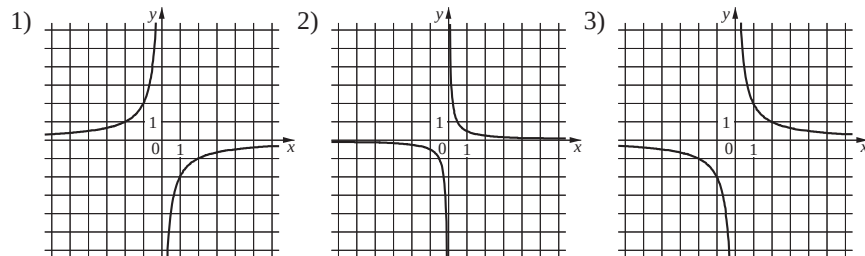
ФУНКЦИИ

А)  $y = -\frac{2}{x}$

Б)  $y = \frac{2}{x}$

В)  $y = \frac{1}{2x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

|   |   |   |
|---|---|---|
| А | Б | В |
|   |   |   |

- 6 Сколько натуральных чисел  $n$  удовлетворяет неравенству  $\frac{40}{n+1} > 2$ ?

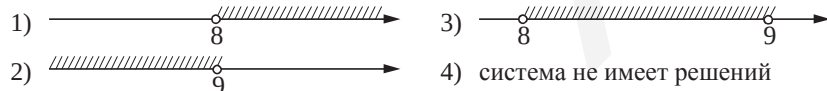
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{xy + y^2}{8x} \cdot \frac{4x}{x + y}$  при  $x = 6,5$ ,  $y = -5,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x > 8, \\ 9 - x > 0. \end{cases}$$

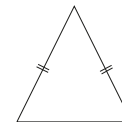


Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

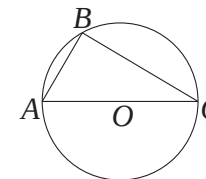
- 9 Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10, а основание равно 12. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.



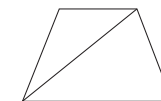
- 10 Сторона  $AC$  треугольника  $ABC$  содержит центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A = 75^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



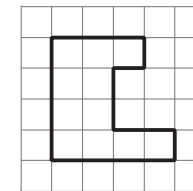
- 11 Основания равнобедренной трапеции равны 4 и 14, боковая сторона равна 13. Найдите длину диагонали трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Модуль «Реальная математика»

- 14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

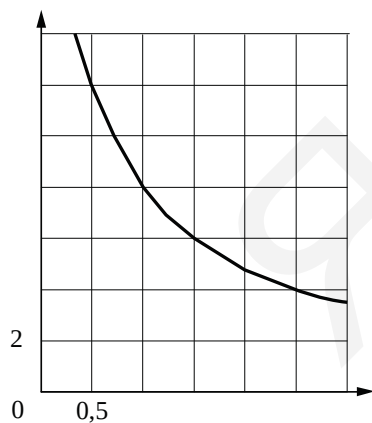
| Превышение скорости, км/ч | 21–40 | 41–60 | 61–80 | 81 и более |
|---------------------------|-------|-------|-------|------------|
| Размер штрафа, руб.       | 500   | 1000  | 2000  | 5000       |

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей  
2) 1000 рублей  
3) 2000 рублей  
4) 5000 рублей

Ответ:

- 15 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 12 до 8 ампер. На сколько ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

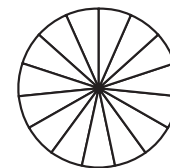


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

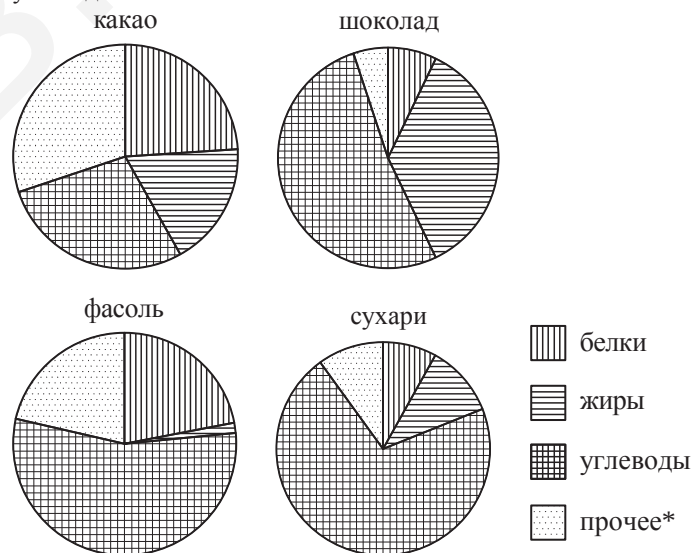
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Колесо имеет 15 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наибольшее.



\*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао  
2) шоколад  
3) фасоль  
4) сухари

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$  (в омах), если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

### Модуль «Алгебра»

- 21 Сократите дробь  $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$ .

- 22 Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

### Модуль «Геометрия»

- 24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 5$ ,  $AC = 20$ .

- 25 Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.

- 26 В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

29 сентября 2015 года

Вариант МА90104

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

*Желаем успеха!*

## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{13}{15}$  и  $\frac{18}{19}$ ?

- 1) 0,9                      2) 1                      3) 1,1                      4) 1,2

Ответ:

3 Найдите значение выражения  $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-9}}{5^{-11}}$ .

- 1)  $-\frac{1}{5}$                       2)  $-5$                       3)  $\frac{1}{5}$                       4) 5

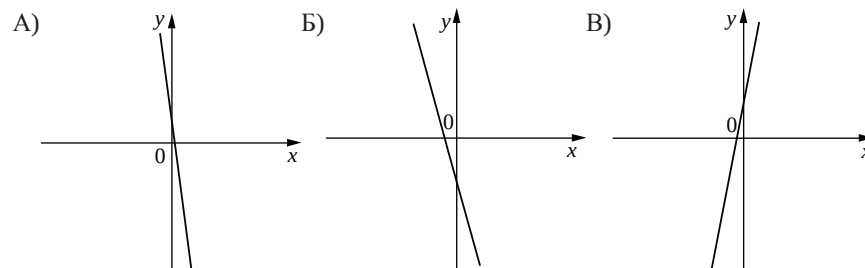
Ответ:

4 Найдите корень уравнения  $8 + 7x = 9x + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

### ГРАФИКИ



### КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1)  $k < 0, b > 0$                       2)  $k > 0, b > 0$                       3)  $k < 0, b < 0$

Ответ: 

|                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| А                    | Б                    | В                    |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

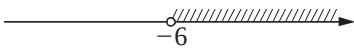
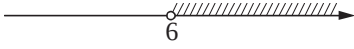
- 6 Дан числовой набор. Его первое число равно 6,2, а каждое следующее число на 0,6 больше предыдущего. Найдите пятое число этого набора.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$  при  $a = 7,7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

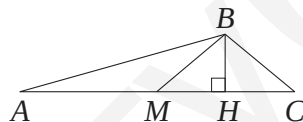
- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $x^2 > 36$ ?

- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ: ☐

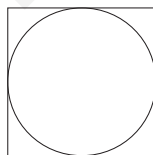
### Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $BM$  — медиана и  $BH$  — высота. Известно, что  $AC = 64$ ,  $HC = 16$  и  $\angle ACB = 37^\circ$ . Найдите угол  $AMB$ . Ответ дайте в градусах.



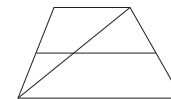
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.



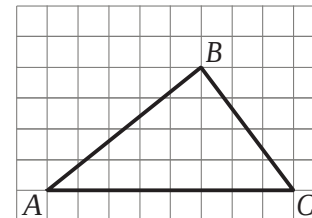
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Основания трапеции равны 3 и 13. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- Смежные углы равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Модуль «Реальная математика»

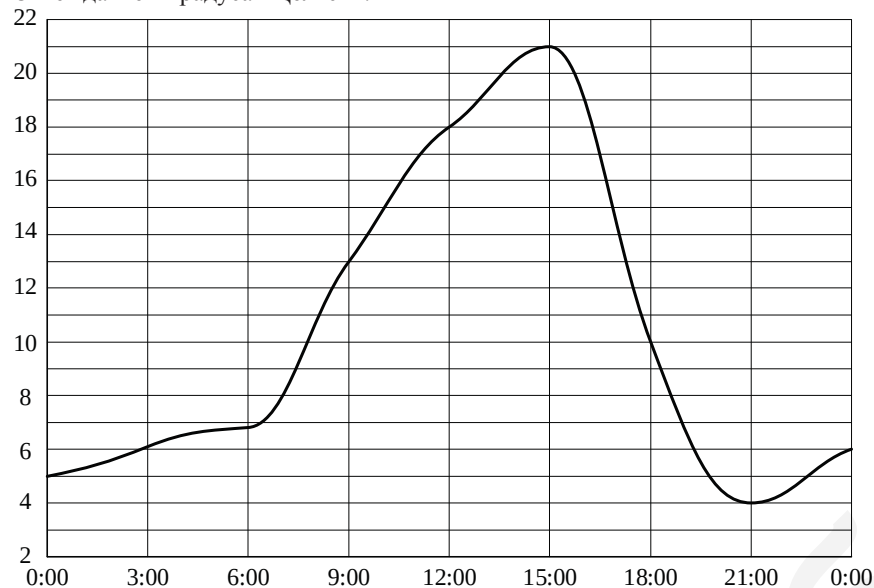
- 14 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

| Планета           | Марс              | Меркурий          | Нептун             | Сатурн             |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| Расстояние (в км) | $2,28 \cdot 10^8$ | $5,79 \cdot 10^7$ | $4,497 \cdot 10^9$ | $1,427 \cdot 10^9$ |

- 1) Марс      2) Меркурий      3) Нептун      4) Сатурн

Ответ: ☐

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры за эти сутки. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 Поступивший в продажу в апреле мобильный телефон стоил 5000 рублей. В июне он стал стоить 3150 рублей. На сколько процентов снизилась цена мобильного телефона в период с апреля по июнь?

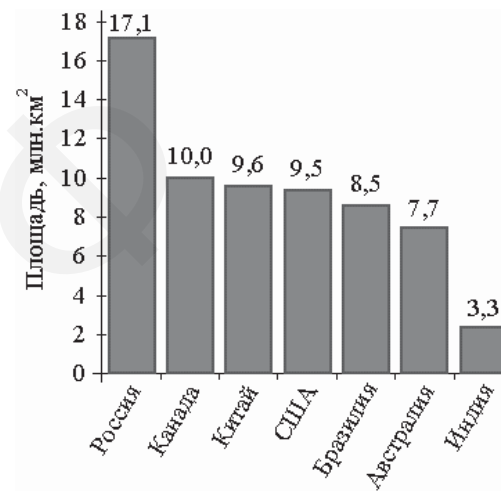
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км<sup>2</sup>) стран мира.



Какое из следующих утверждений **неверно**?

- 1) Россия — крупнейшая по площади территории страна мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км<sup>2</sup>.
- 3) Площадь Китая больше площади Австралии.
- 4) Площадь Канады больше площади США на 1,5 млн км<sup>2</sup>.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_1$ , если  $d_2 = 12$ ,  $\sin \alpha = \frac{5}{12}$ , а  $S = 22,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

**Модуль «Алгебра»**

21 Решите неравенство  $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$ .

22 Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**Модуль «Геометрия»**

24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 10$ ,  $AC = 40$ .

25 В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

26 Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 25$  и  $CD = 16$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB = 60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.



**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****Модуль «Алгебра»****21**

Решите уравнение  $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$ .

**Решение.**

Пусть  $t = \frac{1}{x}$ , тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 2t - 3 = 0,$$

откуда  $t = -3$  или  $t = 1$ .

Уравнение  $\frac{1}{x} = -3$  имеет корень  $-\frac{1}{3}$ .

Уравнение  $\frac{1}{x} = 1$  имеет корень 1.

Таким образом, решения исходного уравнения:  $x = -\frac{1}{3}$  и  $x = 1$ .

**Ответ:**  $-\frac{1}{3}; 1$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Обоснованно получен верный ответ                                                                                                |
| 1     | Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                           |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                               |

**22**

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

**Решение.**

Пусть второй рабочий делает за час  $x$  деталей, тогда первый рабочий делает за час  $x + 10$  деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3; \quad 60x + 600 = 60x + 3x^2 + 30x; \quad x^2 + 10x - 200 = 0,$$

откуда  $x = 10$ .

**Ответ:** 10.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

**23**

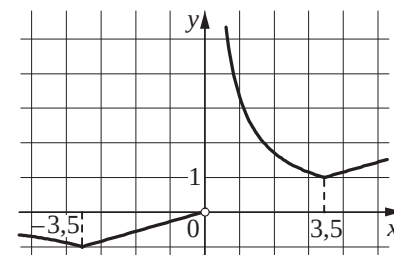
Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

Значение выражения  $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x}$  неотрицательно при  $-3,5 \leq x < 0$  и  $x \geq 3,5$ , а при  $x < -3,5$  и  $0 < x < 3,5$  значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции  $y = \frac{x}{3,5}$  при  $-3,5 \leq x < 0$  и  $x \geq 3,5$  и график

функции  $y = \frac{3,5}{x}$  при  $x < -3,5$  и  $0 < x < 3,5$ .



Прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку при  $m = 1$  и  $m = -1$ .

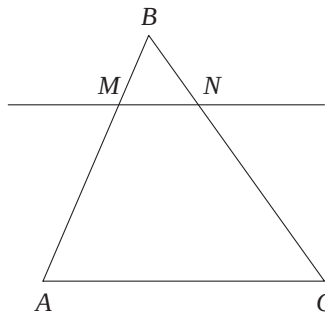
**Ответ:**  $-1; 1$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | График построен верно, верно найдены искомые значения параметра                     |
| 1     | График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                               |
| 2     | Максимальный балл                                                                   |

## Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN = 17$ ,  $AC = 51$ ,  $NC = 32$ .

**Решение.**



Поскольку прямая  $MN$  параллельна прямой  $AC$ , углы  $BNM$  и  $BCA$  равны как соответственные. Следовательно, треугольники  $ABC$  и  $MBN$  подобны по двум углам.

Значит,  $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{51}{17} = 3$ , а поскольку  $\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{32}{BN}$ , получаем,

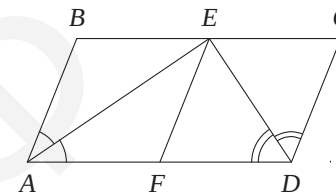
что  $BN = \frac{32}{2} = 16$ .

**Ответ:** 16.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                        |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ                                                |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                     |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                         |

- 25 Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$  стороны  $BC$ . Докажите, что  $E$  — середина  $BC$ .

**Доказательство.**



Проведём  $EF$  параллельно  $AB$  (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов  $ABEF$  и  $FECD$  диагональ делит угол пополам, то есть это ромбы. Значит,  $BE = EF = EC$ .

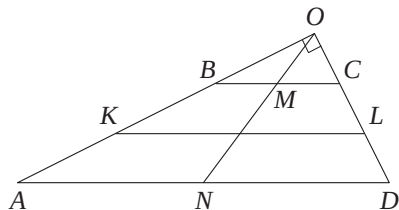
| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                    |
|-------|-------------------------------------------------------|
| 2     | Доказательство верное, все шаги обоснованы            |
| 1     | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2     | Максимальный балл                                     |

- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны  $77^\circ$  и  $13^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

**Решение.**

Пусть  $ABCD$  — данная трапеция,  $AD$  — большее основание,  $K$  и  $L$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна  $77^\circ + 13^\circ = 90^\circ$ , так что это углы при большем основании  $AD$ .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке  $O$  (см. рисунок). Легко видеть, что  $\angle AOD = 180^\circ - (77^\circ + 13^\circ) = 90^\circ$ .



Пусть  $N$  — середина основания  $AD$ . Тогда  $ON = \frac{AD}{2}$  — медиана прямоугольного треугольника  $AOD$ . Поскольку медиана  $ON$  делит пополам любой отрезок с концами на сторонах  $AO$  и  $DO$  треугольника  $AOD$  и параллельный стороне  $AD$ , она пересекает основание  $BC$  также в его середине  $M$ .

Значит,  $OM = \frac{BC}{2}$ . Таким образом,  $MN = \frac{AD - BC}{2}$ . Средняя линия  $KL$  трапеции при этом равна  $\frac{AD + BC}{2}$ .

Получаем, что  $AD = MN + KL = 11 + 10 = 21$ ;  $BC = |KL - MN| = 11 - 10 = 1$ .

**Ответ:** 21; 1.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

## Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение  $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$ .

**Решение.**

При  $x \leq 6$  исходное уравнение приводится к виду

$$x^2 - 6x - 7 = 0,$$

откуда  $x = -1$  или  $x = 7$ . Условию  $x \leq 6$  удовлетворяет только  $x = -1$ .

**Ответ:**  $-1$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Обоснованно получен верный ответ                                                                                                |
| 1     | Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                           |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                               |

- 22 Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

**Решение.**

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна  $C_1\%$ , а во втором —  $C_2\%$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10C_1 + 16C_2}{26} = 55, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 61; \end{cases} \quad \begin{cases} 10C_1 + 16C_2 = 1430, \\ C_1 + C_2 = 122, \end{cases}$$

откуда  $C_1 = 87$ ,  $C_2 = 35$ . Значит, в первом сосуде содержится 8,7 кг кислоты.

**Ответ:** 8,7.

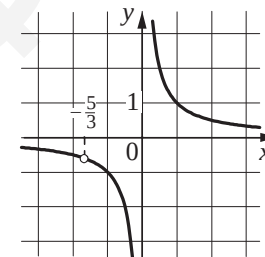
| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

23

Постройте график функции  $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

Преобразуем выражение:  $\frac{3x+5}{3x^2+5x} = \frac{1}{x}$  при условии, что  $x \neq -\frac{5}{3}$ .



Прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку  $(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{5})$ . Получаем, что  $k = \frac{9}{25}$ .

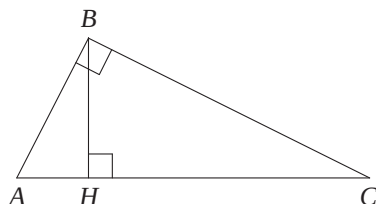
**Ответ:**  $\frac{9}{25}$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | График построен верно, верно найдено искомое значение параметра                     |
| 1     | График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                               |
| 2     | Максимальный балл                                                                   |

## Модуль «Геометрия»

- 24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 6$ ,  $AC = 24$ .

**Решение.**



Поскольку  $BH$  — высота треугольника  $ABC$ , прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $AHB$  подобны.

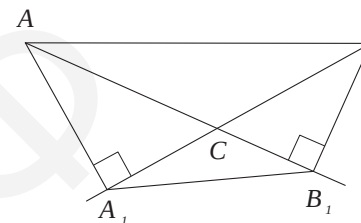
Следовательно,  $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$ , откуда  $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 12$ .

**Ответ:** 12.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                        |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ                                                |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                     |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                         |

- 25 В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что углы  $AB_1A_1$  и  $ABA_1$  равны.

**Доказательство.**



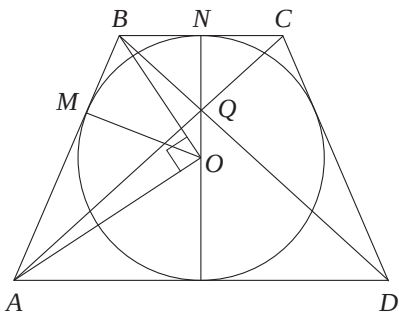
Поскольку угол  $ACB$  тупой, основания высот будут  $A_1$  и  $B_1$  лежат на продолжениях сторон  $BC$  и  $AC$  соответственно. Диагонали четырёхугольника  $AA_1B_1B$  пересекаются, поэтому он выпуклый. Поскольку  $\angle AA_1B = \angle AB_1B = 90^\circ$ , около четырёхугольника  $AA_1B_1B$  можно описать окружность. Тогда углы  $\angle AB_1A_1$  и  $\angle ABA_1$  равны как вписанные углы, опирающиеся на дугу  $A_1A$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                        |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ                                                |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                     |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                         |

- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**Решение.**

Пусть  $BC$  — меньшее основание,  $AB$  — боковая сторона,  $AD$  — большее основание трапеции  $ABCD$ ,  $M$  — точка касания окружности со стороной  $AB$ ,  $N$  — со стороной  $BC$ ,  $Q$  — точка пересечения диагоналей,  $O$  — центр окружности,  $r$  — её радиус (см. рисунок).



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 60, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 60r.$$

Значит,  $r = 9$ .

Прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны. Значит,  $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ . Поскольку  $AO$  и  $BO$  — биссектрисы углов  $BAD$  и  $ABC$  соответственно, получаем  $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ . Значит, треугольник  $AOB$  прямоугольный, а  $OM$  — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; AM (AB - AM) = r^2; AM (30 - AM) = 81.$$

Учитывая, что  $AM > BM$ , из этого уравнения находим, что  $AM = 27$ . Тогда  $AD = 54$ ,  $BC = 6$ . Треугольник  $AQD$  подобен треугольнику  $CQB$  с коэффи-

циентом 9, значит, высота  $QN$  треугольника  $BQC$  составляет  $\frac{1}{10}$  высоты трапеции, то есть диаметра окружности. Следовательно,

$$QN = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1,8.$$

Ответ: 1,8.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****Модуль «Алгебра»****21**

Сократите дробь  $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$ .

**Решение.**

Преобразуем выражение:

$$\frac{2^n \cdot 3^{2n}}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}} = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

**Ответ:** 12.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Обоснованно получен верный ответ                                                                                                |
| 1     | Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                           |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                               |

**22**

Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

**Решение.**

Пусть второй рабочий делает за час  $x$  деталей, тогда первый рабочий делает за час  $x+5$  деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{180}{x} = \frac{180}{x+5} + 3; \quad 180x + 900 = 180x + 3x^2 + 15x; \quad x^2 + 5x - 300 = 0,$$

откуда  $x = 15$ .

**Ответ:** 15.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

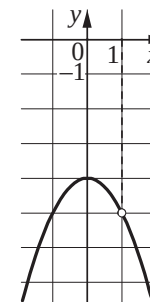
**23**

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

Преобразуем выражение:  $\frac{(x^2 + 4)(x - 1)}{1 - x} = -x^2 - 4$  при условии, что  $x \neq 1$ .

Построим график:



Прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку  $(1; -5)$  или если уравнение  $-x^2 - 4 = kx$  имеет один корень. Дискриминант уравнения  $x^2 + kx + 4 = 0$  равен  $k^2 - 16$ , и он должен быть равен нулю. Получаем, что  $k = -5$ ,  $k = -4$  и  $k = 4$ .

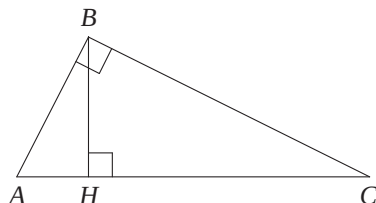
**Ответ:**  $-5$ ;  $-4$ ;  $4$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | График построен верно, верно найдены искомые значения параметра                     |
| 1     | График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                               |
| 2     | Максимальный балл                                                                   |

## Модуль «Геометрия»

- 24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 5$ ,  $AC = 20$ .

Решение.



Поскольку  $BH$  — высота треугольника  $ABC$ , прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $AHB$  подобны.

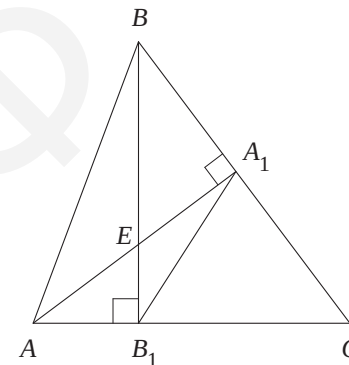
Следовательно,  $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$ , откуда  $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$ .

Ответ: 10.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                        |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ                                                |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                     |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                         |

- 25 Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.

Доказательство.



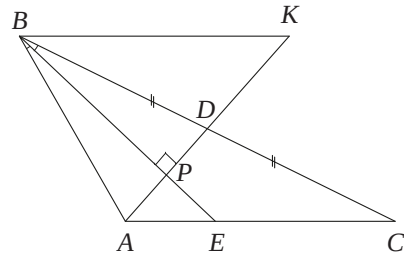
Поскольку диагонали четырёхугольника  $AB_1A_1B$  пересекаются, он является выпуклым, а так как  $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$ , около него можно описать окружность. Тогда углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны как вписанные, опирающиеся на одну дугу  $AB_1$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                    |
|-------|-------------------------------------------------------|
| 2     | Доказательство верное, все шаги обоснованы            |
| 1     | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2     | Максимальный балл                                     |



26 В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

**Решение.**



Пусть  $P$  — точка пересечения отрезков  $BE$  и  $AD$  (см. рисунок). Треугольник  $ABD$  равнобедренный, так как его биссектриса  $BP$  является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 48; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2, \text{ откуда } AC = 3AE.$$

Проведём через вершину  $B$  прямую, параллельную  $AC$ . Пусть  $K$  — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы  $AD$ . Тогда  $BK = AC = 3AE$ .

Из подобия треугольников  $APE$  и  $KPB$  следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому  $PE = 24$  и  $BP = 72$ . Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 24\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 48\sqrt{13};$$
$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 24\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 72\sqrt{5}.$$

**Ответ:**  $24\sqrt{13}; 48\sqrt{13}; 72\sqrt{5}$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****Модуль «Алгебра»**

- 21** Решите неравенство  $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$ .

**Решение.**

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-1)(x-1-\sqrt{2}) < 0,$$

откуда  $1 < x < 1 + \sqrt{2}$ .

**Ответ:**  $(1; 1 + \sqrt{2})$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Обоснованно получен верный ответ                                                                                                |
| 1     | Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                           |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                               |

- 22** Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

**Решение.**

Заметим, что за час Игорь и Паша красят  $\frac{1}{20}$  забора, Паша и Володя красят

$\frac{1}{24}$  забора, а Володя и Игорь —  $\frac{1}{30}$  забора.

Значит, втроём за минуту они красят

$$\frac{\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}}{2 \cdot 60} = \frac{1}{960} \text{ (забора),}$$

то есть они покрасят весь забор за 960 минут.

**Ответ:** 960.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |

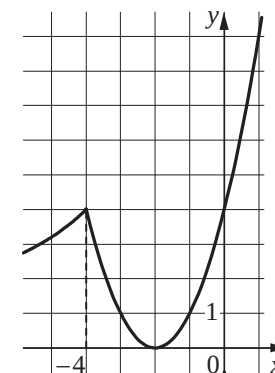
- 23** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x}, & \text{если } x < -4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**Решение.**

Построим график функции  $y = -\frac{16}{x}$  при  $x < -4$  и график функции  $y = x^2 + 4x + 4$  при  $x \geq -4$ .



Прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки при  $t = 0$  и при  $t \geq 4$ .

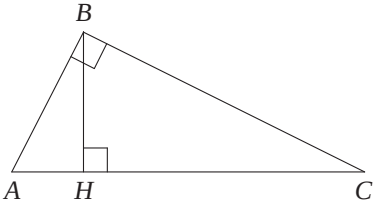
**Ответ:**  $0; [4; +\infty)$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | График построен верно, верно найдены искомые значения параметра                     |
| 1     | График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                               |
| 2     | Максимальный балл                                                                   |

Модуль «Геометрия»

24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 10$ ,  $AC = 40$ .

Решение.



Поскольку  $BH$  — высота треугольника  $ABC$ , прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $AHB$  подобны.

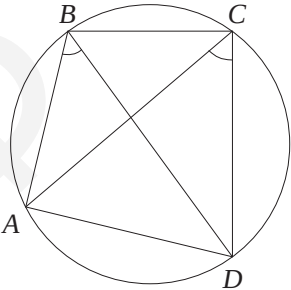
Следовательно,  $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$ , откуда  $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 20$ .

Ответ: 20.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                        |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ                                                |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                                     |
| 2     | Максимальный балл                                                                                                         |

25 В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

Доказательство.

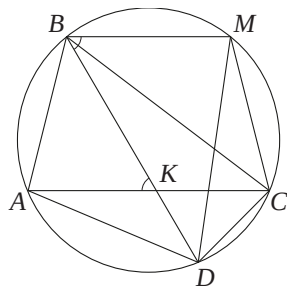


Поскольку  $ABCD$  выпуклый и  $\angle ABD = \angle ACD$ , получаем, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность. А тогда  $\angle DAC = \angle DBC$  как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу  $CD$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                    |
|-------|-------------------------------------------------------|
| 2     | Доказательство верное, все шаги обоснованы            |
| 1     | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2     | Максимальный балл                                     |

- 26 Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 25$  и  $CD = 16$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB = 60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

**Решение.**



Через точку  $B$  проведём хорду  $BM$ , параллельную диагонали  $AC$  (см. рисунок). Тогда

$$CM = AB = 25; \angle DBM = \angle AKB = 60^\circ.$$

Поскольку четырёхугольник  $BMCD$  вписанный, получаем

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos \angle DCM} = \sqrt{1281}.$$

Пусть радиус окружности равен  $R$ . Используя теорему синусов, получаем

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{\sqrt{1281}}{\sqrt{3}} = \sqrt{427}.$$

**Ответ:**  $\sqrt{427}$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                        |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям                                                  |
| 2     | Максимальный балл                                                                                      |