

Физико-математическое отделение. Регионы-I. Весна 2015.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 1

1. Пусть N – наименьшее из натуральных чисел, обладающих следующим свойством: $10N$ является квадратом некоторого натурального числа, а $6N$ – кубом. Найдите N .
2. Найдите наибольшее значение выражения $x+y$ при условии, что $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y \leq 0$?
3. По круглому стадиону в одном направлении бегут три бегуна. Первый обгоняет второго каждые 20 минут, второй обгоняет третьего каждые 10 минут. Если бы каждый бегун пробежал бы весь стадион на 1 минуту быстрее, то первый обгонял бы третьего каждые $10/3$ минут. За какое время каждый бегун пробегает стадион?
4. В треугольнике ABC $AB=6$, $AC=9$. Биссектриса угла A и биссектриса угла B пересекаются в точке O , причем $S_{AOP} = S_{POC}$, где P – точка пересечения биссектрисы угла B со стороной AC . Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.
5. Сколько существует прямоугольников с координатами вершин $(3,4)$, $(-3,-4)$, (x, y) , (z, t) таких, что x, y, z, t --- целые числа, модуль которых не превосходит 2015?

Физико-математическое отделение. Регионы-I. Весна 2015.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 2

1. Пусть N – наименьшее из натуральных чисел, обладающих следующим свойством: $21N$ является квадратом некоторого натурального числа, а $15N$ – кубом. Найдите N .
2. Найдите наименьшее значение выражения $x-y$ при условии, что $x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y \leq 0$?
3. По круглому стадиону в одном направлении бегут три бегуна. Первый обгоняет второго каждые 30 минут, второй обгоняет третьего каждые 20 минут. Если бы каждый бегун пробежал бы весь стадион на 1 минуту быстрее, то первый обгонял бы третьего каждые $10/6$ минут. За какое время каждый бегун пробегает стадион?
4. В треугольнике ABC $AB=6$, $AC=9$. Биссектриса угла A и высота, проведенная из вершины B , пересекаются в точке O , причем $S_{AOB} = S_{BOC}$. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.
5. Сколько существует прямоугольников с координатами вершин $(4,3)$, $(-4,-3)$, (x, y) , (z, t) таких, что x, y, z, t --- целые числа, модуль которых не превосходит 2015?