Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00601
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{10}-\frac{16}{25}\right)\cdot\frac{4}{17}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $9{,}5\cdot10^2+6{,}7\cdot10^3$.

Ответ: _____.

3 В сентябре 1 кг слив стоил 40 рублей, в октябре сливы подорожали на 40 %, а в ноябре ещё на 15 %. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в ноябре?

Ответ: _____.

4 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите мощность P (в ваттах), если сопротивление составляет 12 Ом, а сила тока равна 3,5 А.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{13}-1\right)\left(\sqrt{13}+1\right)$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $\log_7 686-\log_7 2$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

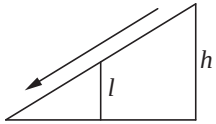
6 Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 14 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 15 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $10 - 6x = 9x + 4$.

Ответ: _____.

8 Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 2,3 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь почтовой марки	1) 162 кв. м
Б) площадь письменного стола	2) 1,2 кв. м
В) площадь города Санкт-Петербурга	3) 1439 кв. км
Г) площадь волейбольной площадки	4) 5,2 кв. см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

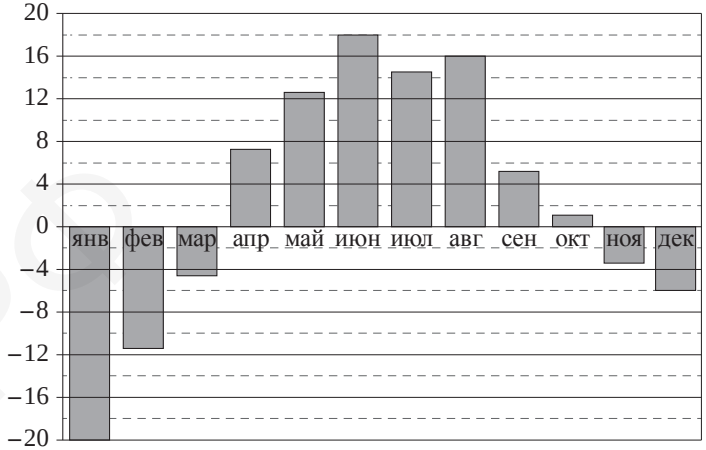
А	Б	В	Г

10 Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают. Какова вероятность того, что случайно выбранный монитор работает?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Языки	Стоимость услуг (руб. в день)
1	немецкий	3900
2	испанский, английский	6050
3	испанский	3100
4	испанский, французский	6100
5	французский	1900
6	английский, немецкий	6850

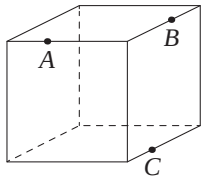
Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским, – а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

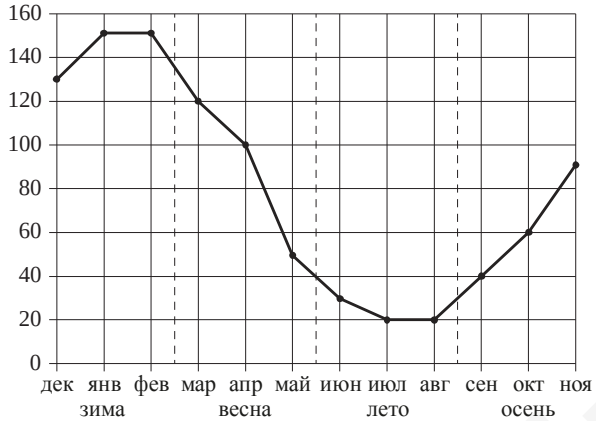
13 Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рисунок), разбивает куб на два многогранника. Сколько вершин у получившегося многогранника с бóльшим числом граней?



Ответ: _____.

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) зима	1) Ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода.
Б) весна	2) Ежемесячный объём продаж достиг максимума.
В) лето	3) Ежемесячный объём продаж падал в течение всего периода.
Г) осень	4) Ежемесячный объём продаж рос в течение всего периода.

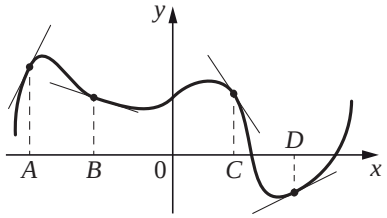
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D.



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

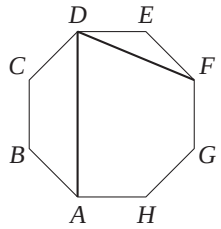
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) $-1{,}5$
B	2) $0{,}5$
C	3) 2
D	4) $-0{,}3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

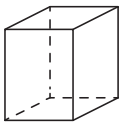
A	B	C	D

15 $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол ADF. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 4, а объём параллелепипеда равен 140. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.

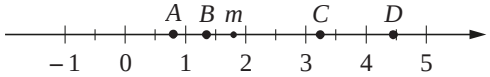


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ РФ

17 На координатной прямой отмечены число m и точки A, B, C и D.



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\sqrt{m}$
B	2) m^2
C	3) $m-1$
D	4) $\frac{8}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 В группе учится 30 студентов, из них 20 человек сдали зачёт по экономике и 20 сдали зачёт по английскому языку. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) В этой группе найдётся 11 студентов, не сдавших ни одного из этих двух зачётов.
2) Хотя бы 10 студентов из этой группы сдали зачёты и по экономике, и по английскому языку.
3) Не более 20 студентов из этой группы сдали зачёты и по экономике, и по английскому языку.
4) В этой группе найдётся 20 студентов, которые не сдали зачёта по английскому языку, но сдали зачёт по экономике.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

19 Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 1359. Приведите ровно один пример такого числа.

Ответ: _____.

20 На кольцевой дороге расположено четыре бензоколонки: А, Б, В и Г. Расстояние между А и Б — 75 км, между А и В — 50 км, между В и Г — 40 км, между Г и А — 60 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги по кратчайшей дуге).
Найдите расстояние (в километрах) между Б и В.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ященков.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00602
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{20}+\frac{11}{8}\right)\cdot\frac{18}{5}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $9{,}4\cdot10^2+2{,}1\cdot10^3$.

Ответ: _____.

3 В сентябре 1 кг слив стоил 60 рублей, в октябре сливы подорожали на 25 %, а в ноябре ещё на 10 %. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в ноябре?

Ответ: _____.

4 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите мощность P (в ваттах), если сопротивление составляет 16 Ом, а сила тока равна 5,5 А.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{17}-3\right)\left(\sqrt{17}+3\right)$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $\log_7 588-\log_7 12$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

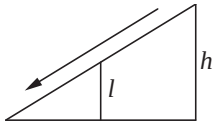
6 Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 11 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно хозяйке для приготовления 5 литров маринада?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $-3+6x=-4x+4$.

Ответ: _____.

8 Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 2,4 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь территории России	1) 420 кв. м
Б) площадь поверхности тумбочки	2) 0,2 кв. м
В) площадь почтовой марки	3) 17,1 млн кв. км
Г) площадь баскетбольной площадки	4) 6,8 кв. см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

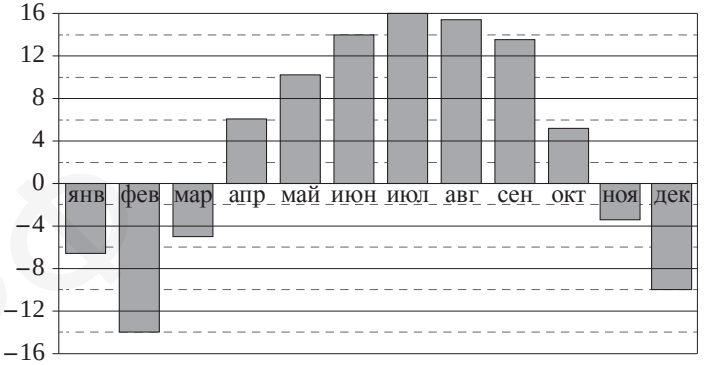
А	Б	В	Г

10 Из 600 клавиатур для компьютера в среднем 12 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная клавиатура исправна?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Переводчики	Языки	Стоимость услуг (рублей в день)
1	английский, испанский	5850
2	английский	3000
3	испанский, французский	6800
4	немецкий	2000
5	английский, немецкий	5950
6	французский	4050

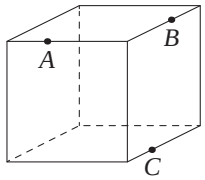
Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским, – а суммарная стоимость их услуг не превышает 12000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

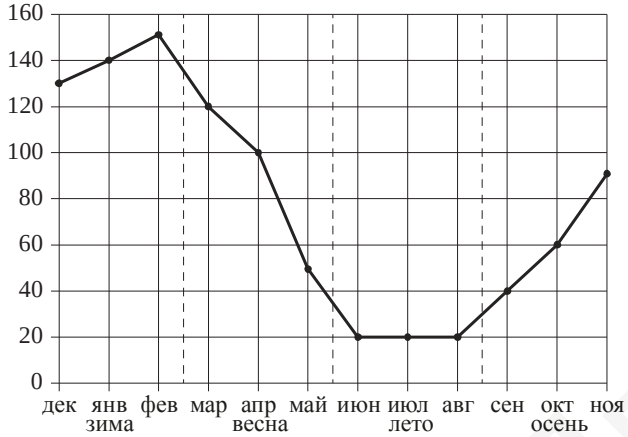
13 Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рисунок), разбивает куб на два многогранника. Сколько граней у получившегося многогранника с бóльшим числом рёбер?



Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) зима	1) Ежемесячный объём продаж рос, но был меньше 100 штук.
Б) весна	2) Ежемесячный объём продаж падал.
В) лето	3) Ежемесячный объём продаж рос и был больше 120 штук.
Г) осень	4) Ежемесячный объём продаж не менялся в течение всего периода.

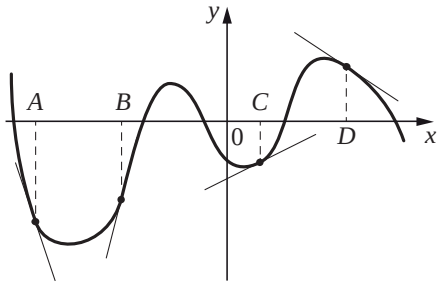
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D.



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

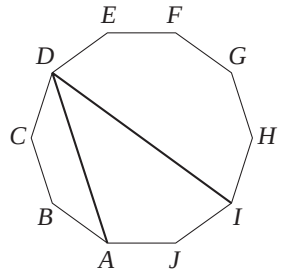
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) 0,5
B	2) $-0,7$
C	3) 4
D	4) -3

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

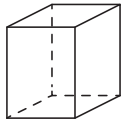
A	B	C	D

15 $ABCDEFGHIJ$ — правильный десятиугольник. Найдите угол ADI. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 5, а объём параллелепипеда равен 280. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.

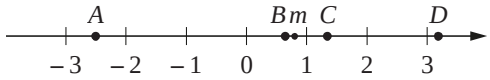


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

17 На координатной прямой отмечены число m и точки A, B, C и D.



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $4-m$
B	2) m^2
C	3) $\sqrt{m+1}$
D	4) $-\frac{2}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 В классе учится 25 человек, из них 16 человек посещают кружок по английскому языку, а 13 — кружок по немецкому языку. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Каждый ученик из этого класса посещает и кружок по английскому языку, и кружок по немецкому языку.
2) Найдётся хотя бы три человека из этого класса, которые посещают оба кружка.
3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по английскому языку, то он обязательно ходит на кружок по немецкому языку.
4) Не более 13 человек из этого класса посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 1638. Приведите ровно один пример такого числа.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

20 На кольцевой дороге расположено четыре бензоколонки: А, Б, В и Г. Расстояние между А и Б — 35 км, между А и В — 15 км, между В и Г — 25 км, между Г и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги по кратчайшей дуге).
Найдите расстояние (в километрах) между Б и В.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ларионов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00603
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{22}-\frac{8}{11}\right)\cdot\frac{11}{5}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $9,4\cdot10^3+2,2\cdot10^2$.

Ответ: _____.

3 В сентябре 1 кг слив стоил 70 рублей, в октябре сливы подорожали на 30 %, а в ноябре ещё на 20 %. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в ноябре?

Ответ: _____.

4 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите мощность P (в ваттах), если сопротивление составляет 48 Ом, а сила тока равна 1,5 А.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\left(2\sqrt{11}-1\right)\left(2\sqrt{11}+1\right)$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $\log_5 50-\log_5 2$.

Ответ: _____.

6 Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 18 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

Ответ: _____.

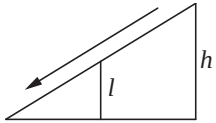
© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов Рф

7 Найдите корень уравнения $8-5x=5x-4$.

Ответ: _____.

8 Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 2,7 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь одной страницы учебника	1) 81,7 кв. м
Б) площадь территории Республики Карелия	2) 330 кв. см
В) площадь одной стороны монеты	3) 180,5 тыс. кв. км
Г) площадь бадминтонной площадки	4) 300 кв. мм

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

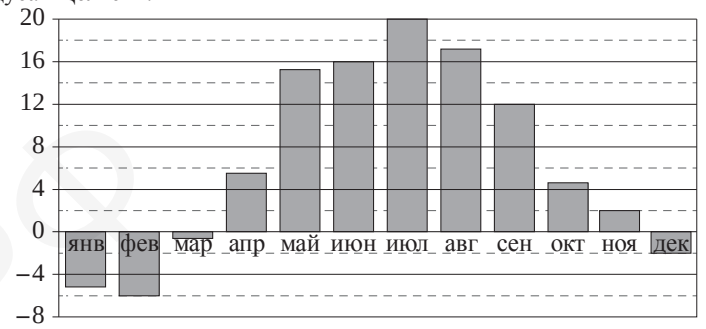
А	Б	В	Г

10 Из 600 луковиц тюльпанов в среднем 48 не прорастают. Какова вероятность того, что случайно выбранная и посаженная луковица прорастёт?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Языки	Стоимость услуг (руб. в день)
1	английский, немецкий	6900
2	французский	2000
3	испанский, французский	6050
4	немецкий	3950
5	испанский, английский	5800
6	испанский	2900

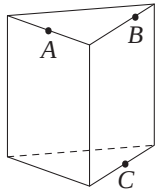
Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским, – а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

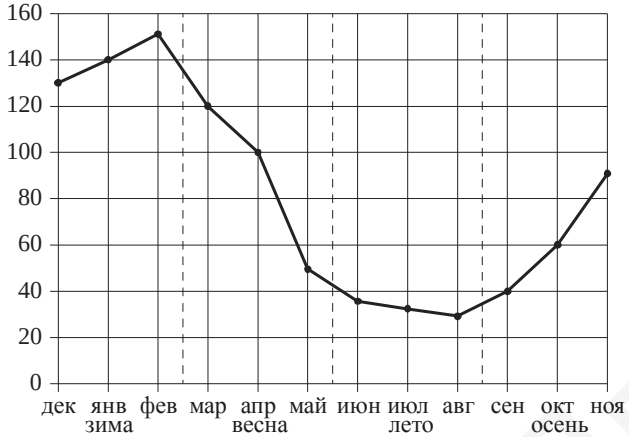
13 Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рисунок), разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько вершин у получившегося многогранника с меньшим числом граней?



Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) зима	1) Ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода.
Б) весна	2) Падение объёма продаж более чем на 60 штук за период.
В) лето	3) Ежемесячный объём продаж достиг максимума.
Г) осень	4) Ежемесячный объём продаж рос, но был меньше 100 штук.

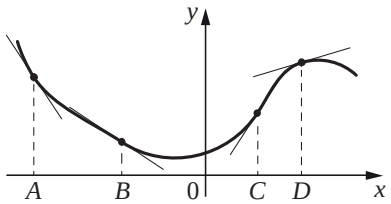
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D.



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

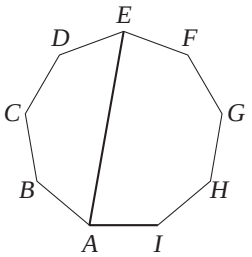
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) 1,55
B	2) −1,5
C	3) 0,3
D	4) −0,7

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

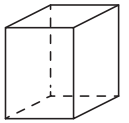
A	B	C	D

15 $ABCDEFGHI$ — правильный девятиугольник. Найдите угол EAI. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 1 и 5, а объём параллелепипеда равен 30. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.

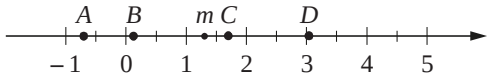


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

17 На координатной прямой отмечены число m и точки A, B, C и D.



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\sqrt{m}-1$
B	2) m^2
C	3) $m-2$
D	4) $\frac{4}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 В фирме N работают 100 человек, из них 70 человек знают португальский язык, а 50 — французский. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) В фирме N хотя бы пять человек знают и португальский, и французский языки.
2) Нет ни одного человека в этой фирме, знающего и португальский, и французский языки.
3) Если человек из этой фирмы знает португальский язык, то он знает и французский.
4) Не более 50 человек из этой фирмы знают и португальский, и французский языки.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 2448. Приведите ровно один пример такого числа.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

20 На кольцевой дороге расположено четыре бензоколонки: А, Б, В и Г. Расстояние между А и Б — 55 км, между А и В — 50 км, между В и Г — 40 км, между Г и А — 20 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги по кратчайшей дуге).
Найдите расстояние (в километрах) между Б и В.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00604
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\left(\frac{15}{16}-\frac{9}{25}\right)\cdot\frac{8}{7}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $9,4\cdot10^2+5,4\cdot10^3$.

Ответ: _____.

3 В сентябре 1 кг слив стоил 80 рублей, в октябре сливы подорожали на 30 %, а в ноябре ещё на 25 %. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в ноябре?

Ответ: _____.

4 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите мощность P (в ваттах), если сопротивление составляет 2 Ом, а сила тока равна 8,5 А.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\left(3\sqrt{11}-4\right)\left(3\sqrt{11}+4\right)$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $\log_3729-\log_39$.

Ответ: _____.

6 Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 11 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 15 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно хозяйке для приготовления 9 литров маринада?

Ответ: _____.

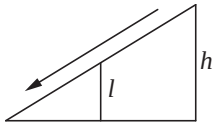
© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

7 Найдите корень уравнения $-5+2x=-3x+6$.

Ответ: _____.

8 Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 2,9 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь балкона в доме	1) 300 кв. мм
Б) площадь тарелки	2) 5 кв. м
В) площадь Ладожского озера	3) 17,7 тыс. кв. км
Г) площадь одной стороны монеты	4) 600 кв. см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

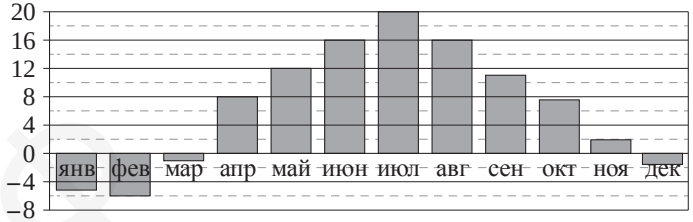
А	Б	В	Г

10 Из 300 саженцев крыжовника в среднем 36 не приживаются. Какова вероятность того, что случайно выбранный саженец крыжовника приживётся?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

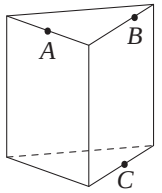
12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Переводчики	Языки	Стоимость услуг (рублей в день)
1	английский	3900
2	испанский, английский	7050
3	немецкий	2850
4	немецкий, испанский	6150
5	немецкий, французский	5800
6	французский	1900

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским, – а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13 Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рисунок), разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с бóльшим числом вершин?



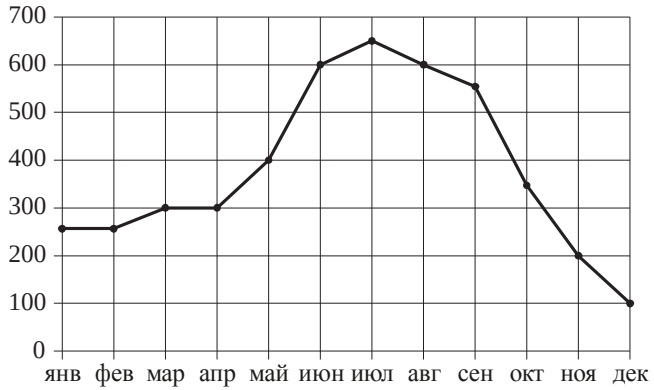
Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ РФ

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) январь–март	1) Продажи за первый и второй месяцы периода совпадают.
Б) апрель–июнь	2) Ежемесячный объём продаж достигает максимума за весь период.
В) июль–сентябрь	3) За этот период ежемесячный объём продаж увеличился на 300 холодильников.
Г) октябрь–декабрь	4) За последний месяц периода было продано меньше 200 холодильников.

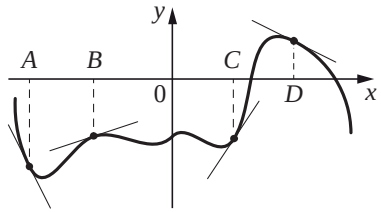
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами *A*, *B*, *C* и *D*.



В правом столбце указаны значения производной функции в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

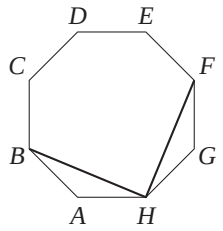
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) -2
B	2) $-0{,}5$
C	3) 0,3
D	4) 1,5

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

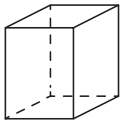
A	*B*	*C*	*D*

15 *ABCDEFGH* — правильный восьмиугольник. Найдите угол *BHF* . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 6 и 4, а объём параллелепипеда равен 240. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.

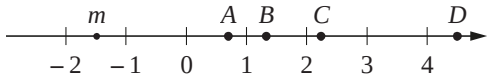


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЛУЗОВ.РФ

17 На координатной прямой отмечены число m и точки A, B, C и D.



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $3-m$
B	2) m^2
C	3) $\sqrt{m+2}$
D	4) $-\frac{2}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 Повар испёк для вечеринки 45 кексов, из них 15 штук он посыпал кокосовой стружкой, а 20 кексов посыпал сахарной пудрой. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Хотя бы 16 кексов посыпаны и сахарной пудрой, и кокосовой стружкой.
2) Найдётся 10 кексов, которые ничем не посыпаны.
3) Не может оказаться больше 15 кексов, посыпанных и сахарной пудрой, и кокосовой стружкой.
4) Если кекс посыпан сахарной пудрой, то он посыпан кокосовой стружкой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 2628. Приведите ровно один пример такого числа.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

20 На кольцевой дороге расположено четыре бензоколонки: А, Б, В и Г. Расстояние между А и Б — 40 км, между А и В — 25 км, между В и Г — 25 км, между Г и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги по кратчайшей дуге).
Найдите расстояние (в километрах) между Б и В.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00605
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\left(-\frac{2}{5}\right)-3{,}04-\frac{4}{25}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $4\cdot 7^2+6\cdot 7^2$.

Ответ: _____.

3 Товар на распродаже уценили на 20 %, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____.

4 Длина биссектрисы l_c, проведённой к стороне c треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $l_c=\frac{1}{a+b}\sqrt{ab\left((a+b)^2-c^2\right)}$. Найдите биссектрису l_c, если $a=2$, $b=18$ и $c=10\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\sqrt{2^2\cdot 3^4}$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $5^{1+\log_5 2}$.

Ответ: _____.

6 Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 130 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

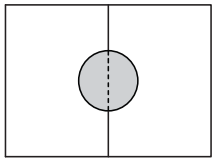
© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовФ

7 Решите уравнение $x^2 - x = 20$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

8 Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 35 м на 40 м с общей границей, договорились и сделали общий круглый пруд площадью 280 квадратных метров (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса кухонного холодильника	1) 3500 г
Б) масса трамвая	2) 15 г
В) масса новорождённого ребёнка	3) 17 т
Г) масса карандаша	4) 38 кг

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 16 из Норвегии, 15 из Дании, остальные — из Швеции. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Швеции.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты.

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Кузнецов	54,5	53	55,5	53,5	54,5	55
Летов	55	56	54,5	55,5	56	54,5
Минаков	54	53	53,5	54	52,5	51,5
Терпилов	54,5	54	53	55	51,5	49

Места распределяются по результату лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше.
Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего третье место?

Ответ: _____.

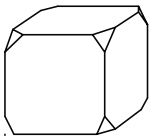
12 Для обработки дачного участка дачнику необходимо приобрести: лопату, тяпку, вилы и грабли. В магазине продаются наборы инструментов, некоторые наборы состоят только из одного инструмента. Цены приведены в таблице.

№ набора	Инструменты	Стоимость (руб. за набор)
1	тяпка	250
2	грабли, тяпка	460
3	лопата, тяпка	390
4	вилы	160
5	грабли, вилы	370
6	лопата	190

Пользуясь таблицей, соберите полный комплект необходимых инструментов так, чтобы суммарная стоимость была наименьшей.
В ответе для собранного комплекта укажите номера наборов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13 От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько вершин у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



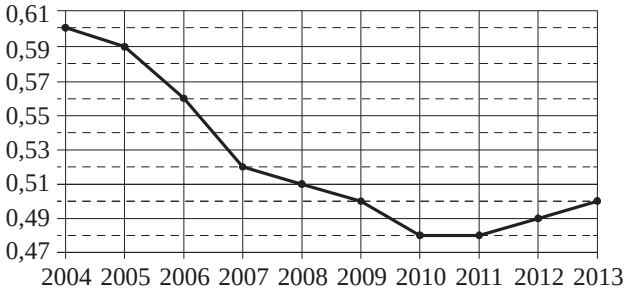
Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показан прирост населения Китая в период с 2004 по 2013 годы. По горизонтали указывается год, по вертикали — прирост населения в процентах (увеличение численности населения относительно прошлого года). Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику прироста населения Китая.

ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ
А) 2005–2007 гг.	1) Падение прироста остановилось.
Б) 2007–2009 гг.	2) Наибольшее падение прироста населения.
В) 2009–2011 гг.	3) Прирост населения находился в пределах от 0,5 % до 0,52 %.
Г) 2011–2013 гг.	4) Прирост населения увеличивался.

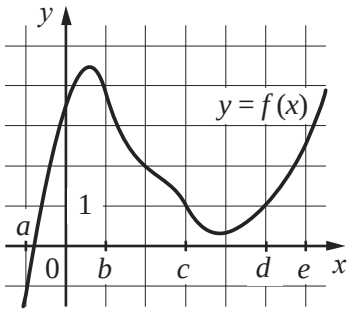
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a;b)$	1) Значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала.
Б) $(b;c)$	2) Функция и её производная принимают как положительные, так и отрицательные значения.
В) $(c;d)$	3) Значения функции положительны в каждой точке интервала, а производная функции принимает как положительные, так и отрицательные значения.
Г) $(d;e)$	4) Значения производной функции положительны в каждой точке интервала.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

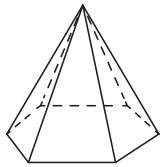
15 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 20$, $\cos A = 0{,}8$. Найдите высоту CH.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

16 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-2)^2(x-4)<0$	1) $(-\infty;2)\cup(2;4)$
Б) $\dfrac{(x-4)^2}{x-2}>0$	2) $(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$
В) $(x-2)(x-4)<0$	3) $(2;4)$
Г) $\dfrac{x-2}{x-4}>0$	4) $(2;4)\cup(4;+\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 В доме Маши меньше этажей, чем в доме Стаса, в доме Ксюши больше этажей, чем в доме Стаса, а в доме Нади больше этажей, чем в Машином доме, но меньше, чем в Ксюшином доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) В доме Маши меньше этажей, чем в доме Нади.
2) Дом Ксюши самый многоэтажный среди перечисленных четырёх.
3) Среди этих четырёх домов есть три дома с одинаковым количеством этажей.
4) В Надином доме один этаж.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

19 Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 2 и 0 и делится на 30. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3600 рублей, а за каждый следующий метр — на 1400 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 8 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00606
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{2}-1{,}2-\frac{9}{25}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $2\cdot 8^2+3\cdot 8^2$.

Ответ: _____.

3 Товар на распродаже уценили на 25%, при этом он стал стоить 930 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____.

4 Длина биссектрисы l_c, проведённой к стороне c треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $l_c=\frac{1}{a+b}\sqrt{ab\left((a+b)^2-c^2\right)}$. Найдите биссектрису l_c, если $a=4$, $b=16$ и $c=10\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\sqrt{2^4\cdot 3^2}$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $2^{3+\log_2 7}$.

Ответ: _____.

6 Шоколадка стоит 20 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 100 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

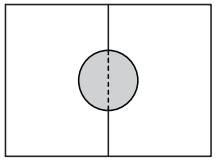
© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

7 Найдите корень уравнения $x^2 - 7x = 18$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

8 Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 24 м на 30 м с общей границей, договорились и сделали общий круглый пруд площадью 140 квадратных метров (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса мобильного телефона	1) 12,5 г
Б) масса одной ягоды клубники	2) 4 т
В) масса взрослого слона	3) 3 кг
Г) масса курицы	4) 100 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 7 из Сербии, 29 из Хорватии, остальные — из Словении. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Словении.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты.

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Витков	53,5	54,5	55	55,5	54	52
Птицын	52,5	53	51,5	56	55,5	55
Коваленко	53,5	54	54,5	54	54,5	52
Арнюк	52,5	52	52,5	51,5	53	52

Места распределяются по результату лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше.
Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего второе место?

Ответ: _____.

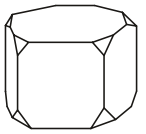
12 Для обработки дачного участка дачнику необходимо приобрести лопату, тяпку, вилы и грабли. В магазине продаются наборы инструментов, некоторые наборы состоят только из одного инструмента. Цены приведены в таблице.

№ набора	Инструменты	Стоимость (руб. за набор)
1	вилы	220
2	тяпка, вилы	390
3	тяпка	170
4	грабли, лопата	430
5	лопата	170
6	грабли, вилы	440

Пользуясь таблицей, соберите полный комплект необходимых инструментов так, чтобы суммарная стоимость была наименьшей.
В ответе для собранного комплекта укажите номера наборов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13 От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



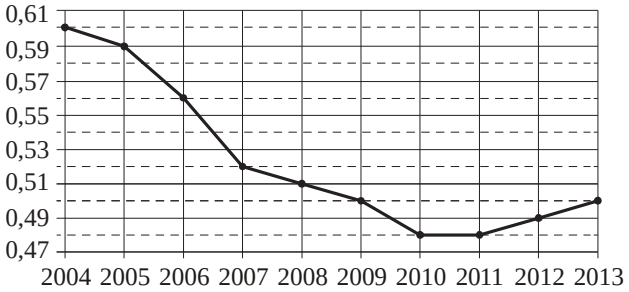
Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показан прирост населения Китая в период с 2004 по 2013 год. По горизонтали указывается год, по вертикали — прирост населения в процентах (увеличение численности населения относительно прошлого года). Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику прироста населения Китая.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 2004–2006 гг.	1) Прирост населения оставался выше 0,55 %.
Б) 2006–2007 гг.	2) Прирост населения достиг минимума.
В) 2008–2011 гг.	3) Прирост населения увеличился.
Г) 2011–2012 гг.	4) Наибольшая скорость падения прироста населения.

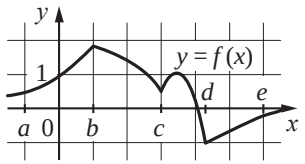
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a;b)$	1) Функция принимает как положительные, так и отрицательные значения.
Б) $(b;c)$	2) Значения функции отрицательны в каждой точке интервала.
В) $(c;d)$	3) Значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала.
Г) $(d;e)$	4) Значения функции и её производной положительны в каждой точке интервала.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

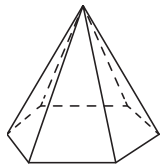
Ответ:

А	Б	В	Г

15 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 12$, $\cos A = 0,25$. Найдите высоту CH.

Ответ: _____.

16 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 40, боковые рёбра равны 101. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-3)(x-4)<0$	1) $(-\infty;3)\cup(4;+\infty)$
Б) $\frac{x-3}{x-4}>0$	2) $(3;4)\cup(4;+\infty)$
В) $(x-3)^2(x-4)<0$	3) $(3;4)$
Г) $\frac{(x-4)^2}{x-3}>0$	4) $(-\infty;3)\cup(3;4)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 На зимней Олимпиаде сборная России завоевала медалей больше, чем сборная Канады, сборная Канады — больше, чем сборная Германии, а сборная Норвегии — меньше, чем сборная Канады.
Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Из названных сборных команда Канады заняла второе место по числу медалей.
2) Среди названных сборных есть три, завоевавшие равное количество медалей.
3) Сборная Германии завоевала больше медалей, чем сборная России.
4) Сборная России завоевала больше медалей, чем каждая из остальных трёх сборных.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 5 и делится на 55. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

20 Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4000 рублей, а за каждый следующий метр — на 1600 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 7 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00607
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{3}{20}-1{,}1-\frac{4}{5}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $3\cdot 4^3+2\cdot 4^3$.

Ответ: _____.

3 Товар на распродаже уценили на 30 %, при этом он стал стоить 700 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____.

4 Длина биссектрисы l_c, проведённой к стороне c треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $l_c=\frac{1}{a+b}\sqrt{ab\left((a+b)^2-c^2\right)}$. Найдите биссектрису l_c, если $a=6$, $b=12$ и $c=9\sqrt{2}$.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\sqrt{4^2\cdot 3^4}$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $2^{(\log_2 3)-1}$.

Ответ: _____.

6 Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 280 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

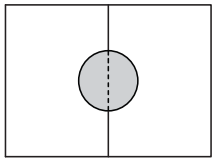
© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

7 Решите уравнение $x^2+11x=-28$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

8 Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 20 м на 30 м с общей границей, договорились и сделали общий круглый пруд площадью 280 квадратных метров (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса таблетки лекарства	1) $3{,}3464\cdot10^{-27}$ кг
Б) масса Земли	2) 5 т
В) масса молекулы водорода	3) 500 мг
Г) масса взрослого слона	4) $5{,}9726\cdot10^{24}$ кг

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 23 из Испании, 16 из Португалии, остальные — из Италии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты.

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Донников	49	50,5	50	51	51	49,5
Мелихов	51	52,5	49,5	50	52	51,5
Иванов	50,5	50	49	51,5	51	51,5
Теплицын	52	51	52	50,5	51,5	51

Места распределяются по результату лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше.
Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего второе место?

Ответ: _____.

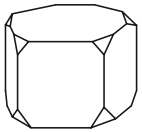
12 Для обработки дачного участка дачнику необходимо приобрести лопату, тяпку, вилы и грабли. В магазине продаются наборы инструментов, некоторые наборы состоят только из одного инструмента. Цены приведены в таблице.

№ набора	Инструменты	Стоимость (руб. за набор)
1	грабли, тяпка	440
2	грабли, вилы	360
3	лопата	170
4	вилы	110
5	тяпка	240
6	лопата, тяпка	370

Пользуясь таблицей, соберите полный комплект необходимых инструментов так, чтобы суммарная стоимость была наименьшей.
В ответе для собранного комплекта укажите номера наборов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13 От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рисунок). Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



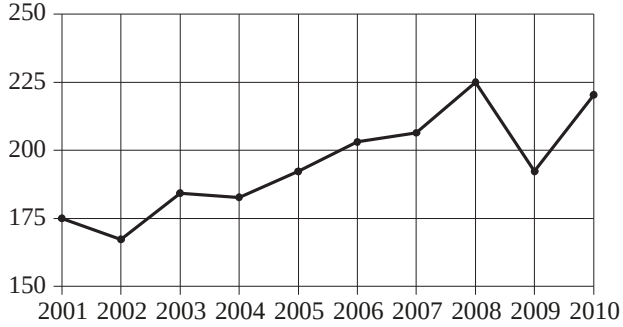
Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ РФ

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показан годовой объём добычи угля в России открытым способом в период с 2001 по 2010 годы. По горизонтали указывается год, по вертикали — объём добычи угля в миллионах тонн. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику добычи угля.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ДОБЫЧИ УГЛЯ
А) 2002–2004 гг.	1) Объём добычи ежегодно составлял меньше 190 млн т.
Б) 2004–2006 гг.	2) В течение периода объёмы добычи сначала уменьшались, а затем стали расти.
В) 2006–2008 гг.	3) Объём добычи в первые два года почти не менялся, а затем значительно вырос.
Г) 2008–2010 гг.	4) Объём добычи медленно рос в течение периода.

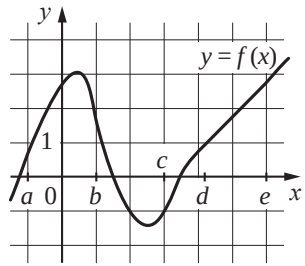
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a;b)$	1) Значения производной функции положительны в каждой точке интервала, а функция принимает как отрицательные, так и положительные значения.
Б) $(b;c)$	2) Функция и её производная принимают как положительные, так и отрицательные значения.
В) $(c;d)$	3) Значения функции и её производной положительны в каждой точке интервала.
Г) $(d;e)$	4) Значения функции положительны в каждой точке интервала, а производная функции принимает как положительные, так и отрицательные значения.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

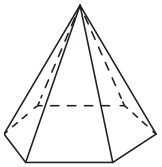
Ответ:

А	Б	В	Г

15 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 20$, $\cos A = 0{,}7$. Найдите высоту CH.

Ответ: _____.

16 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 24, боковые рёбра равны 37. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-1)^2(x-6)<0$	1) $(1;6)$
Б) $\frac{x-1}{x-6}>0$	2) $(-\infty;1)\cup(6;+\infty)$
В) $(x-1)(x-6)<0$	3) $(-\infty;1)\cup(1;6)$
Г) $\frac{(x-6)^2}{x-1}>0$	4) $(1;6)\cup(6;+\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 На зимней Олимпиаде сборная Канады завоевала медалей больше, чем сборная Нидерландов, сборная Белоруссии — меньше, чем сборная Нидерландов, а сборная Швейцарии — меньше, чем сборная Канады. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Из названных сборных команда Белоруссии заняла второе место по числу медалей.
2) Сборная Белоруссии завоевала меньше медалей, чем сборная Канады.
3) Среди названных сборных есть три, завоевавшие равное количество медалей.
4) Сборная Канады завоевала больше медалей, чем каждая из остальных трёх сборных.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 2 и 0 и делится на 120. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

20 Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4300 рублей, а за каждый следующий метр — на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ященов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00608
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{7}{20}-5{,}05-\frac{7}{2}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $2\cdot 3^3+4\cdot 3^3$.

Ответ: _____.

3 Товар на распродаже уценили на 5%, при этом он стал стоить 570 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____.

4 Длина биссектрисы l_c, проведённой к стороне c треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $l_c=\frac{1}{a+b}\sqrt{ab\left((a+b)^2-c^2\right)}$. Найдите биссектрису l_c, если $a=4$, $b=16$ и $c=5\sqrt{7}$.

Ответ: _____.

Выполните только <u>ОДНО</u> из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите значение выражения $\sqrt{2^6\cdot 3^2}$.

Ответ: _____.

5.2 Найдите значение выражения $5^{2+\log_5 6}$.

Ответ: _____.

6 Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 170 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

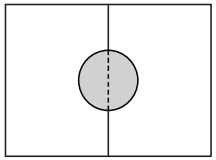
© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

7 Найдите корень уравнения $x^2+10x=-16$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

8 Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 25 м на 30 м с общей границей, договорились и сделали общий круглый пруд площадью 150 квадратных метров (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса литрового пакета сока	1) 130 т
Б) масса взрослого кита	2) 1 кг
В) масса куриного яйца	3) 250 мг
Г) масса таблетки лекарства	4) 55 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 12 из Великобритании, 16 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

11 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты.

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Ванин	52	53	52,5	51,5	50,5	51
Авдиенко	50	50,5	52	49,5	50	52
Касаткин	51	50	51,5	49,5	49	50
Никонов	50	53,5	54	51,5	52,5	54,5

Места распределяются по результату лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше.
Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего третье место?

Ответ: _____.

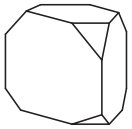
12 Для обработки дачного участка дачнику необходимо приобрести лопату, тяпку, вилы и грабли. В магазине продаются наборы инструментов, некоторые наборы состоят только из одного инструмента. Цены приведены в таблице.

№ набора	Инструменты	Стоимость (руб. за набор)
1	тяпка	230
2	вилы, тяпка	370
3	лопата, грабли	370
4	лопата, тяпка	450
5	грабли	180
6	вилы	120

Пользуясь таблицей, соберите полный комплект необходимых инструментов так, чтобы суммарная стоимость была наименьшей.
В ответе для собранного комплекта укажите номера наборов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13 От деревянной правильной треугольной призмы отпилили все её вершины (см. рисунок). Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



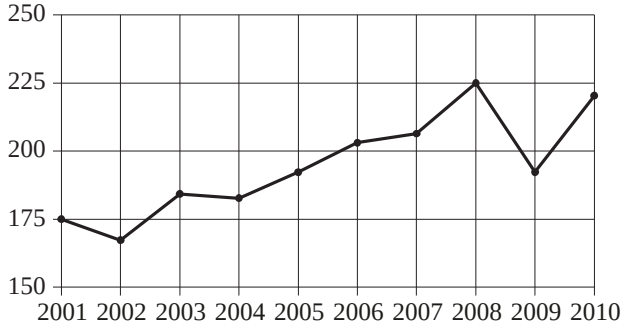
Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 14.1 или 14.2.

14.1 На рисунке точками показан годовой объём добычи угля в России открытым способом в период с 2001 по 2010 год. По горизонтали указывается год, по вертикали — объём добычи угля в миллионах тонн. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику добычи угля.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 2001–2003 гг.	1) В течение периода объёмы добычи сначала росли, а затем стали падать.
Б) 2003–2005 гг.	2) Объём добычи в этот период рос с каждым годом.
В) 2005–2007 гг.	3) Период с минимальным показателем добычи за 10 лет.
Г) 2007–2009 гг.	4) Годовой объём добычи составлял больше 175 млн т, но меньше 200 млн т.

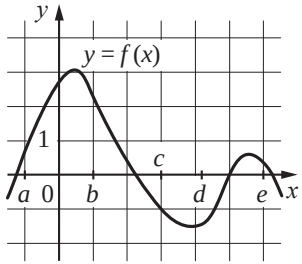
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

© СтатГрад 2015–2016 уч г

14.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a;b)$	1) Значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала, а функция принимает как положительные, так и отрицательные значения.
Б) $(b;c)$	2) Значения функции отрицательны в каждой точке интервала.
В) $(c;d)$	3) Функция и её производная принимают как положительные, так и отрицательные значения.
Г) $(d;e)$	4) Значения функции положительны в каждой точке интервала.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

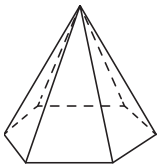
Ответ:

А	Б	В	Г

15 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 15$, $\cos A = 0{,}6$. Найдите высоту CH.

Ответ: _____.

16 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 22, боковые рёбра равны 61. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $\frac{x-2}{x-6}>0$	1) $(2;6)\cup(6;+\infty)$
Б) $(x-2)^2(x-6)<0$	2) $(-\infty;2)\cup(2;6)$
В) $(x-2)(x-6)<0$	3) $(2;6)$
Г) $\frac{(x-6)^2}{x-2}>0$	4) $(-\infty;2)\cup(6;+\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Виктор старше Дениса, но младше Егора. Андрей не старше Виктора. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Егор самый старший из указанных четырёх человек.
2) Андрей и Егор одного возраста.
3) Виктор и Денис одного возраста.
4) Денис младше Егора.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите семизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 2 и делится на 72. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3900 рублей, а за каждый следующий метр — на 1200 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 6 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Дубов.рф

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00609
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

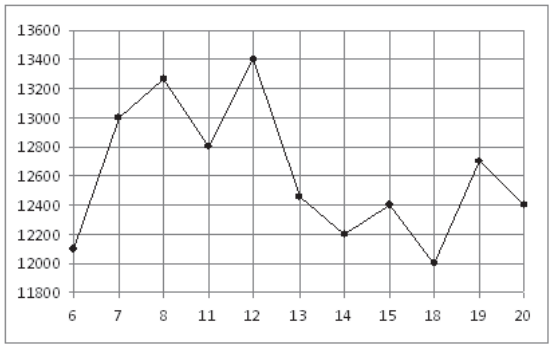
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Студентами технических вузов собираются стать 49 выпускников школы. Они составляют 28 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

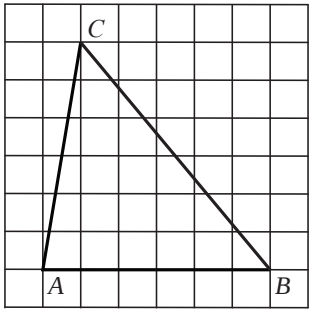


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов РФ

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 спортсменов из Швеции, 4 спортсмена из Норвегии и 7 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[6]{7-x}=2$.

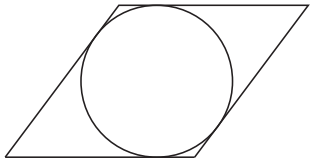
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\log_2(7-x)=6$.

Ответ: _____.

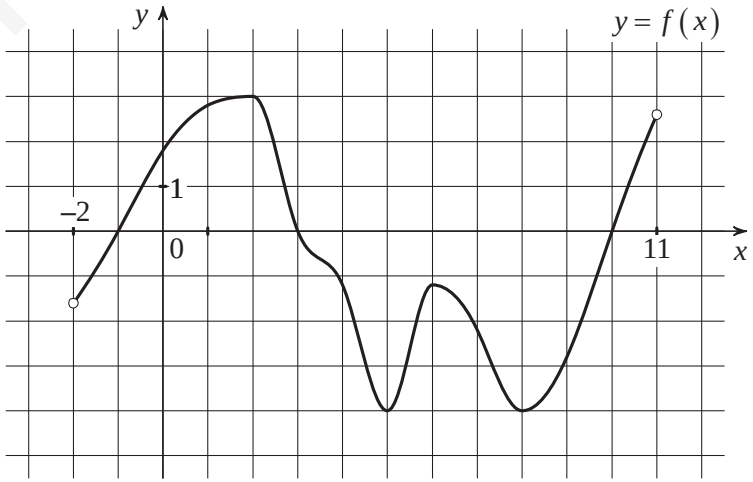
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 Сторона ромба равна 88, острый угол равен $30°$. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-2;11)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[2;6]$.

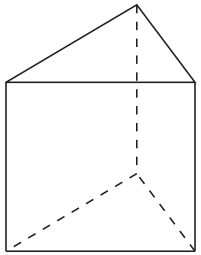


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, высота призмы равна 10. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{25\left(\sin^2 77^\circ - \cos^2 77^\circ\right)}{\cos 154^\circ}$.

Ответ: _____.

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11 Плиточник должен уложить 168 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 2 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x+5)^2 e^{2-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin x + \sqrt{2}\,\operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2+5x+4)(x+1)}{x^2+6x+8} + \frac{(x^2+4x+3)(x+1)}{x^2+5x+6} \le (x^2+1)(x^2+2x+1).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 2AN$. Точка B — середина стороны KN.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP : PM$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2-4x\right)^2+a\left|4x-x^2\right|-2a-4=0$ имеет семь или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 2, ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5 и ровно 3 делятся на 6.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 7 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 7 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 7?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00610
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

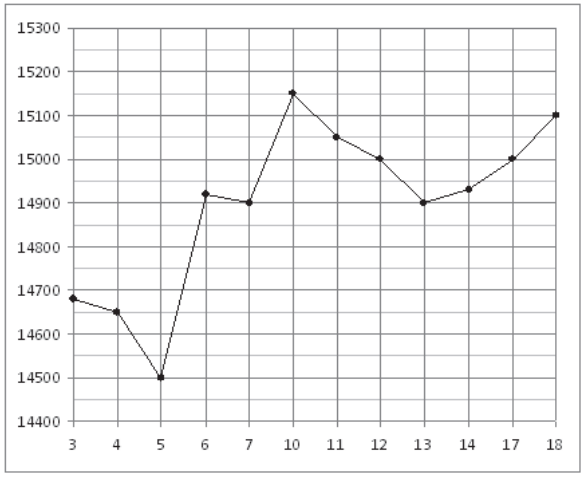
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Студентами технических вузов собираются стать 36 выпускников школы. Они составляют 20 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

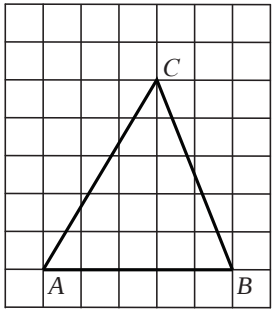


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов Р.Ф.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Греции, 9 спортсменов из Болгарии, 5 спортсменов из Румынии и 4 — из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Болгарии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+23}=5$.

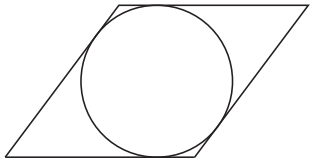
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\log_5(x+23)=3$.

Ответ: _____.

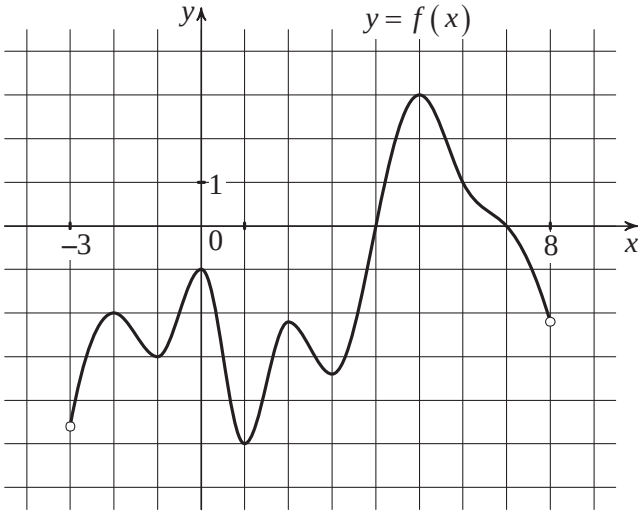
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 Сторона ромба равна 64, острый угол равен $30°$. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-3;8)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-2;2]$.

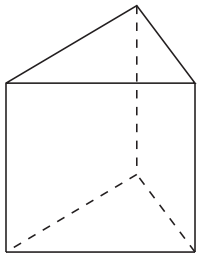


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12, высота призмы равна 8. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{18\left(\sin^2 24^\circ - \cos^2 24^\circ\right)}{\cos 48^\circ}$.

Ответ: _____.

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11 Плиточник должен уложить 182 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 1 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 1 день раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только <u>ОДНО</u> из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x+8)^2 e^{8-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 7$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 8. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2+7x+12)(x+3)}{x^2+6x+8} + \frac{(x^2+8x+15)(x+3)}{x^2+7x+10} \le (x^2+1)(x^2+6x+9).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 3AN$. Точка B лежит на стороне KN и $KB : BN = 2:1$.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP : PM$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(4x^2-8x\right)^2+2a\left|4x-2x^2\right|-a-1=0$ имеет или семь, или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5, ровно 5 делятся на 7 и ровно 3 делятся на 15.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 6 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 8 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 5?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00611
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

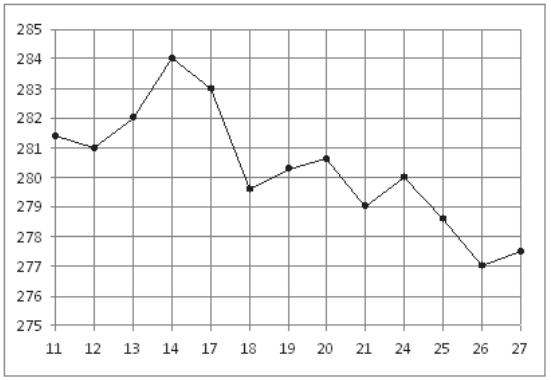
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Студентами технических вузов собираются стать 66 выпускников школы. Они составляют 40 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

Ответ: _____.

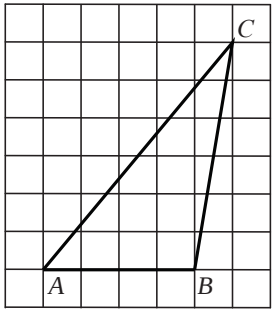
2 На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Эстонии, 6 спортсменов из Латвии, 3 спортсмена из Литвы и 7 — из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Литвы.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{12+x}=4$.

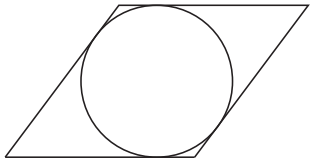
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\log_4(12+x)=3$.

Ответ: _____.

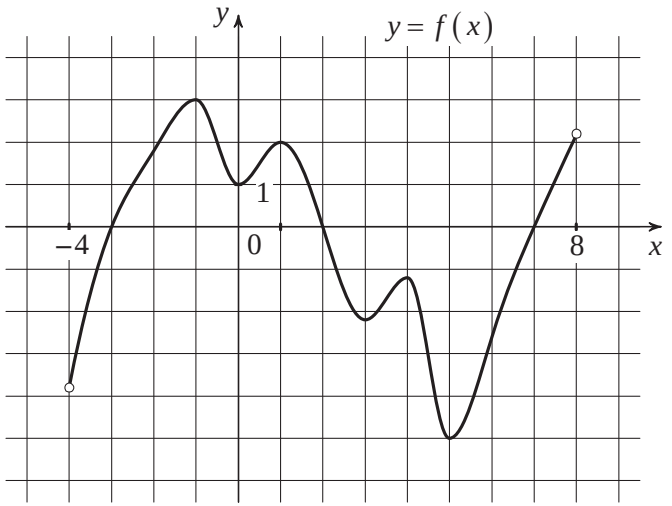
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 Сторона ромба равна 76, острый угол равен $30°$. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-4;8)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[0;4]$.

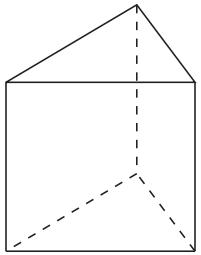


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 9 и 12, высота призмы равна 7. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{7\left(\sin^2 11^\circ - \cos^2 11^\circ\right)}{\cos 22^\circ}$.

Ответ: _____.

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11 Плиточник должен уложить 280 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 9 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 7 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x+11)^2 e^{7-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 96$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin x + \sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2+5x+4)(x+1)}{x^2+6x+8} + \frac{(x^2+4x+3)(x+1)}{x^2+5x+6} \le (x^2+1)(x^2+2x+1).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 2AN$. Точка B — середина стороны KN.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP : PM$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2-4x\right)^2+a\left|4x-x^2\right|-2a-4=0$ имеет семь или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 2, ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5 и ровно 3 делятся на 6.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 7 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 7 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 7?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА0012
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

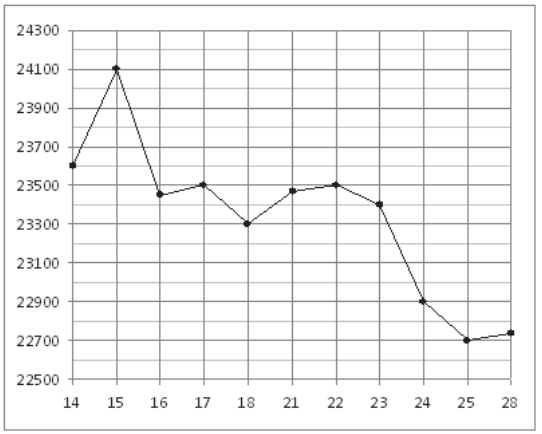
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Студентами технических вузов собираются стать 12 выпускников школы. Они составляют 8 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

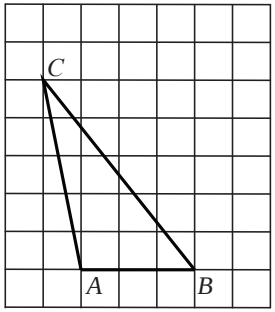


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов Р.Р.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 4 спортсмена из Германии и 9 — из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Германии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[4]{5-x}=3$.

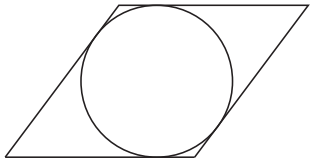
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\log_3(5-x)=4$.

Ответ: _____.

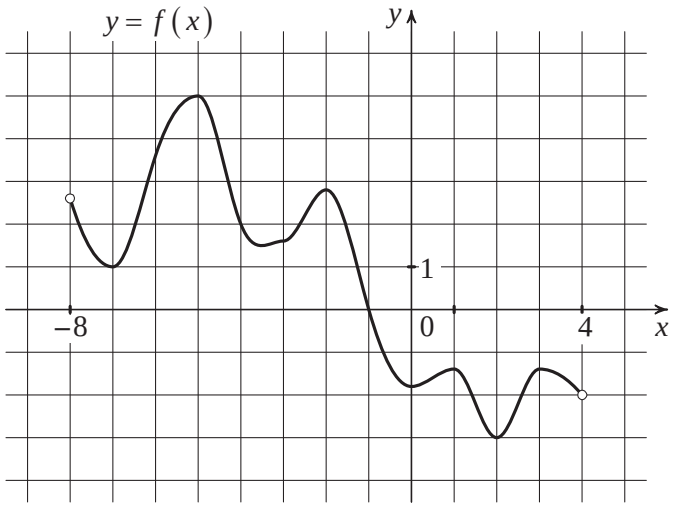
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 Сторона ромба равна 96, острый угол равен $30°$. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-8;4)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-7{,}5;-4]$.

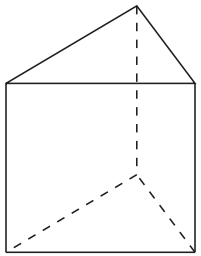


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 8. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{15\left(\sin^2 69^\circ - \cos^2 69^\circ\right)}{\cos 138^\circ}$.

Ответ: _____.

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12{,}5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,(^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11 Плиточник должен уложить 280 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 4 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 8 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x-6)^2 e^{24-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 3$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 8. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

15 Решите неравенство

$$\frac{\left(x^2+7x+12\right)(x+3)}{x^2+6x+8} + \frac{\left(x^2+8x+15\right)(x+3)}{x^2+7x+10} \le \left(x^2+1\right)\left(x^2+6x+9\right).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 3AN$. Точка B лежит на стороне KN и $KB : BN = 2:1$.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP : PM$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУ ОБЦТ

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(4x^2-8x\right)^2+2a\left|4x-2x^2\right|-a-1=0$ имеет или семь, или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5, ровно 5 делятся на 7 и ровно 3 делятся на 15.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 6 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 8 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 5?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00613
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

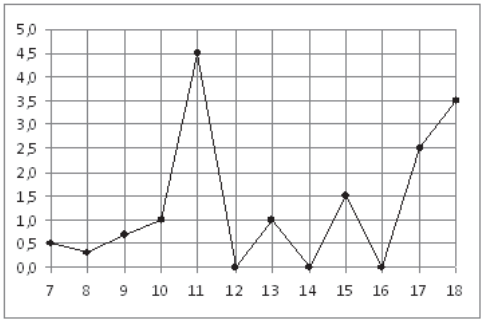
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3200 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1200 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная сумма платы за воду стала составлять 700 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия на оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период впервые выпал 1 миллиметр осадков.

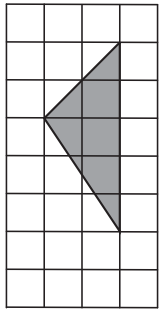


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,5. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-5}=5$.

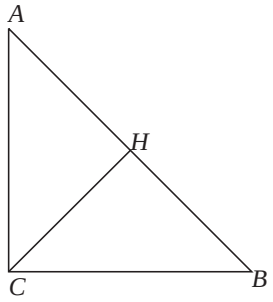
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-19}=\frac{1}{64}$.

Ответ: _____.

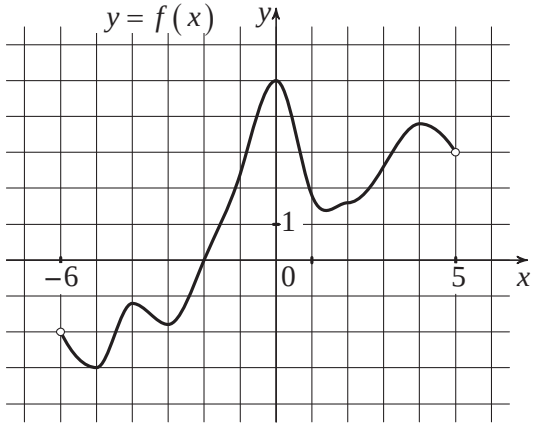
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 В треугольнике ABC угол C равен 90°, высота CH равна 1, $BC=\sqrt{2}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-6;5)$. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $f(x)$ на всей области определения.

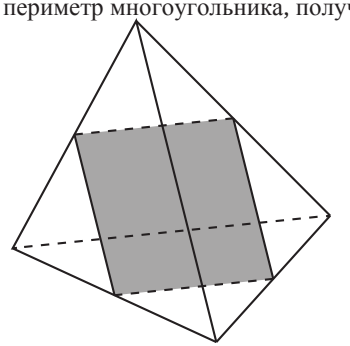


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

8 Ребра правильного тетраэдра равно 30. Через середины четырёх рёбер проведено сечение. Найдите периметр многоугольника, полученного в сечении.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $16\operatorname{tg}54^\circ \cdot \operatorname{tg}36^\circ$.

Ответ: _____.

10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\ \%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя составит $75\ \%$, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11 Моторная лодка прошла против течения реки 91 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 82}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = 2x + \frac{512}{x} + 8$ на отрезке $[0{,}5;\ 22]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\cos(\pi - x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB = 6$. Боковое ребро AD пирамиды равно 4. Через такую точку M ребра AD, что $AM : MD = 3:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2 + 20x + 25}{x+1} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+3} \le \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+2} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+4}.$$

© СтатГрад 2015–2016 уч г

16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.
а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.
б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC = 3$ и $CK = 2BK$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$x - x^2 + 2a \geq |x - 1| + a^2$$

имеет решения и каждое его решение больше 0,5.

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 264, ровно 4 являются делителями числа 286 и ровно 4 являются делителями числа 312.
б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1120, ровно 4 являются делителями числа 3168 и ровно 4 являются делителями числа 5775?
в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 21 или 35. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЕГЭ-ОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00614
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

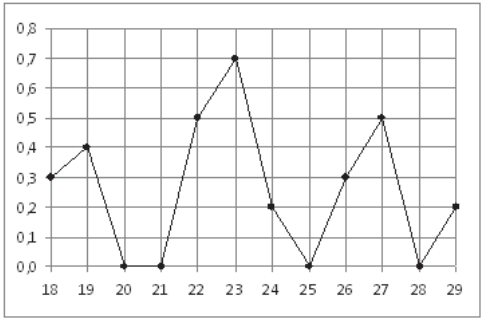
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2100 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1600 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная сумма платы за воду стала составлять 1200 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия на оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в первый раз за указанный период выпало 0,5 миллиметров осадков.

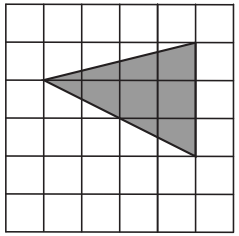


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+3}=1$.

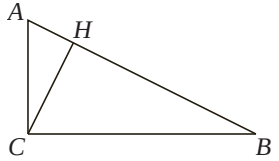
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{4x-10}=\frac{1}{16}$.

Ответ: _____.

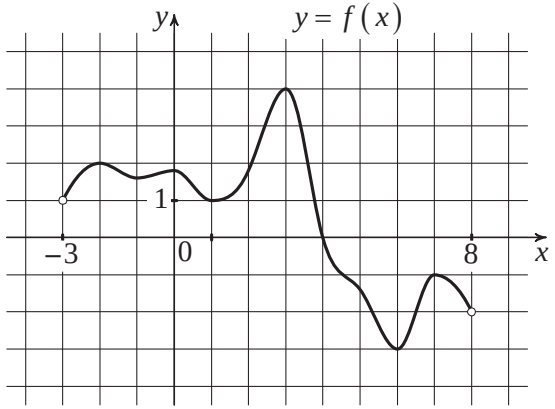
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 В треугольнике ABC угол C равен 90°, высота CH равна 1, $BC=\sqrt{5}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-3;8)$. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $f(x)$ на всей области определения.

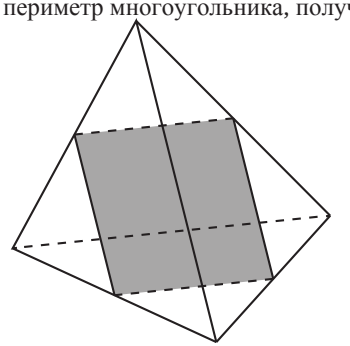


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.рф

8 Ребро правильного тетраэдра равно 28. Через середины четырёх рёбер проведено сечение. Найдите периметр многоугольника, полученного в сечении.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $46\operatorname{tg}7^\circ \cdot \operatorname{tg}83^\circ$.

Ответ: _____.

10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\ \%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя составит $45\ \%$, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11 Моторная лодка прошла против течения реки 168 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 - 8x + 80}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{625}{x} + 16$ на отрезке $[0{,}5;\ 33]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB = 3\sqrt{3}$. Боковое ребро AD пирамиды равно 6. Через такую точку M ребра AD, что $AM : MD = 2:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 2} + \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 4} \le \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 3} + \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 5}.$$

© СтатГрад 2015–2016 уч г

16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.
а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.
б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC = 6$ и $CK = 2BK$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на срок 20 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$2x - x^2 + 4a \geq |2x - 4| + a^2$$

имеет решения и каждое его решение больше 1.

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 429, ровно 4 являются делителями числа 95, и ровно 4 являются делителями числа 585.
б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1056, ровно 4 являются делителями числа 1120 и ровно 4 являются делителями числа 1155?
в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 33 или 55. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЛУЗОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00615
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

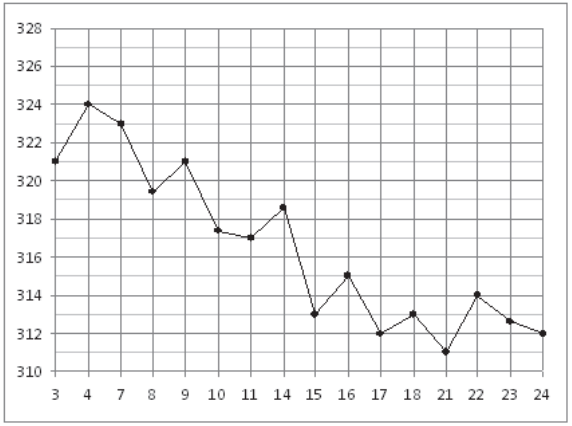
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1900 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная сумма платы за воду стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия на оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 24 октября 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в первый раз за указанный период цена золота равнялась 312 долларам США за унцию.

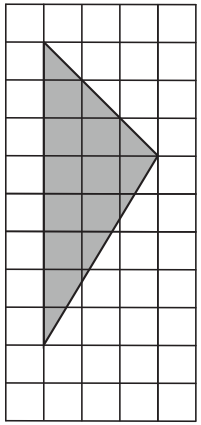


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-3}=3$.

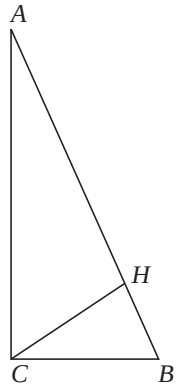
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-9}=\frac{1}{81}$.

Ответ: _____.

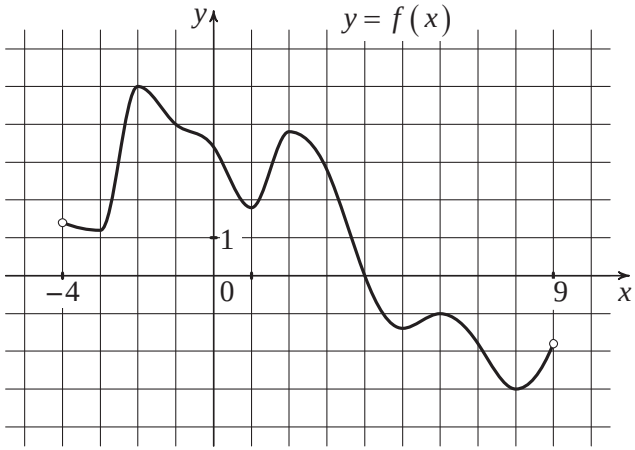
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, высота CH равна 10, $BC=2\sqrt{29}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-4;9)$. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $f(x)$ на всей области определения.

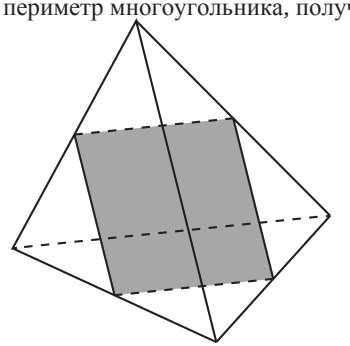


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов.РФ

8 Ребро правильного тетраэдра равно 24. Через середины четырёх рёбер проведено сечение. Найдите периметр многоугольника, полученного в сечении.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $28\operatorname{tg}46^\circ \cdot \operatorname{tg}44^\circ$.

Ответ: _____.

10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\ \%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя составит 25 %, если температура холодильника $T_2 = 300$ К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11 Моторная лодка прошла против течения реки 84 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 8 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 10x + 146}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = 2x + \dfrac{162}{x} + 9$ на отрезке $[0{,}5; 14]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\cos(\pi - x) \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB = 6$. Боковое ребро AD пирамиды равно 4. Через такую точку M ребра AD, что $AM : MD = 3:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.
а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2 + 20x + 25}{x+1} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+3} \le \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+2} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x+4}.$$

© СтатГрад 2015–2016 уч г

16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.
а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.
б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC = 3$ и $CK = 2BK$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$x - x^2 + 2a \geq |x - 1| + a^2$$

имеет решения и каждое его решение больше 0,5.

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 264, ровно 4 являются делителями числа 286 и ровно 4 являются делителями числа 312.
б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1120, ровно 4 являются делителями числа 3168 и ровно 4 являются делителями числа 5775?
в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 21 или 35. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

АЛЕКСОВ.РФ

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
18 мая 2016 года
Вариант МА00616
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2015–2016 уч г

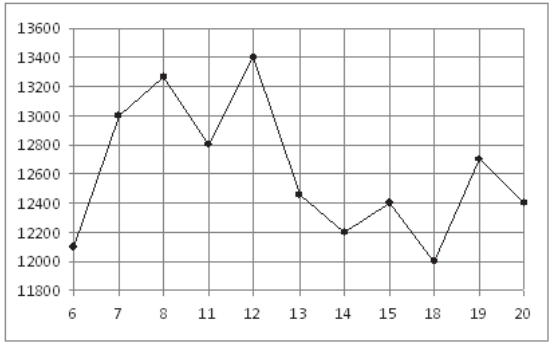
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная сумма платы за воду стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия на оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в первый раз за указанный период цена никеля равнялась 12400 долларам США за тонну.

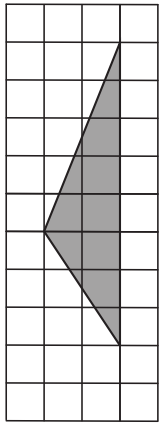


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯгубовРФ

3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+6}=3$.

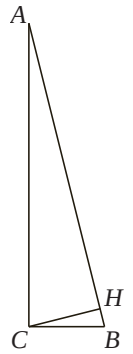
Ответ: _____.

5.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-13}=\frac{1}{49}$.

Ответ: _____.

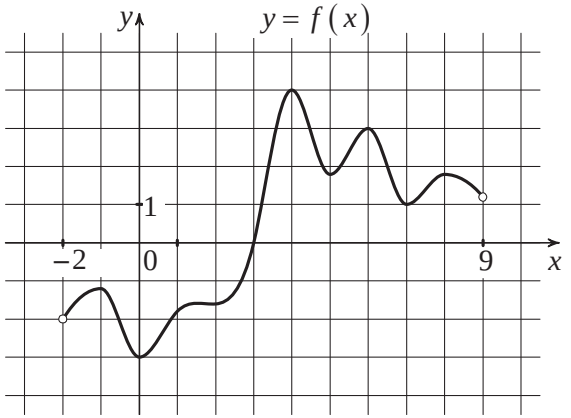
© СтатГрад 2015–2016 уч г

6 В треугольнике ABC угол C равен 90°, высота CH равна 12, $BC=3\sqrt{17}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-2;9)$. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $f(x)$ на всей области определения.

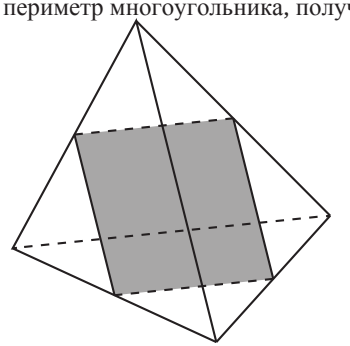


Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУОБР.РФ

8 Ребро правильного тетраэдра равно 26. Через середины четырёх рёбер проведено сечение. Найдите периметр многоугольника, полученного в сечении.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $21\operatorname{tg}28^\circ \cdot \operatorname{tg}62^\circ$.

Ответ: _____.

10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\ \%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя составит 65 %, если температура холодильника $T_2 = 280$ К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11 Моторная лодка прошла против течения реки 96 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 40}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{25}{x} + 12$ на отрезке $[0{,}5; 16]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB = 3\sqrt{3}$. Боковое ребро AD пирамиды равно 6. Через такую точку M ребра AD, что $AM : MD = 2:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 2} + \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 4} \le \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 3} + \frac{4x^2 + 28x + 49}{x + 5}.$$

© СтатГрад 2015–2016 уч г

16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.
а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.
б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC = 6$ и $CK = 2BK$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на срок 20 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$2x - x^2 + 4a \geq |2x - 4| + a^2$$

имеет решения и каждое его решение больше 1.

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 429, ровно 4 являются делителями числа 95, и ровно 4 являются делителями числа 585.
б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1056, ровно 4 являются делителями числа 1120 и ровно 4 являются делителями числа 1155?
в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 33 или 55. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

© СтатГрад 2015–2016 уч г

АЛЕКСОВ.РФ

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13 а) Решите уравнение $2\sin x+\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

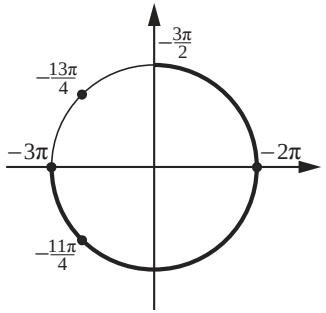
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\sin x+\sqrt{2}\,\frac{\sin x}{\cos x}=0;\quad \frac{\sin x\left(2\cos x+\sqrt{2}\right)}{\cos x}=0;\quad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sin x=0,\\ \cos x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\end{array}\right.\\ \cos x\neq 0,\end{cases}$$

откуда $x=\pi k$ или $x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем -3π, $-\frac{11\pi}{4}$, -2π.

Ответ: а) πk, $\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) -3π, $-\frac{11\pi}{4}$, -2π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

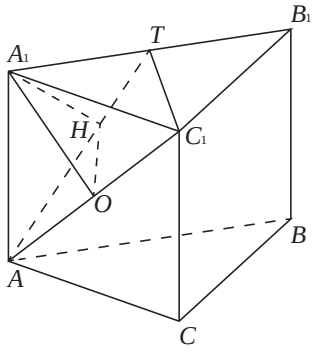
© СтатГрад 2015–2016 уч г

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

Решение.



а) Прямая C_1T перпендикулярна прямой A_1B_1, поскольку C_1T — медиана равностороннего треугольника $A_1B_1C_1$. Прямые C_1T и A_1A перпендикулярны, так как прямая A_1A перпендикулярна плоскости $A_1B_1C_1$. Следовательно, прямая C_1T перпендикулярна плоскости AA_1B_1. Значит, прямая C_1T перпендикулярна прямой AT. Следовательно, треугольник ATC_1 прямоугольный.

б) В плоскости AC_1T проведём прямую через середину O отрезка AC_1 перпендикулярно этому отрезку. Эта прямая пересекает AT в некоторой точке H. Угол A_1OH — линейный угол искомого угла. Треугольники AOH и ATC_1 подобны. Следовательно,

$$OH=\frac{AO\cdot TC_1}{AT}=\frac{3\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

Прямые A_1O и OH перпендикулярны прямой AC_1, значит, плоскость A_1OH перпендикулярна прямой AC_1, и прямая A_1H тоже перпендикулярна прямой AC_1. Прямая C_1T перпендикулярна плоскости ABB_1A_1, следовательно, прямая A_1H перпендикулярна прямой C_1T. Из этого следует, что прямая A_1H перпендикулярна плоскости AC_1T, а значит, и прямой OH.

Тогда

$$\cos A_1OH=\frac{OH}{A_1O}=\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{5}}.$$

Ответ: б) $\arccos\sqrt{\frac{3}{5}}$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов ПФ

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, или обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 Решите неравенство

$$\frac{\left(x^2+5x+4\right)(x+1)}{x^2+6x+8}+\frac{\left(x^2+4x+3\right)(x+1)}{x^2+5x+6}\le\left(x^2+1\right)\left(x^2+2x+1\right).$$

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{(x+1)(x+4)(x+1)}{(x+2)(x+4)}+\frac{(x+1)(x+3)(x+1)}{(x+2)(x+3)}\le\left(x^2+1\right)(x+1)^2,$$

$$\begin{cases}\dfrac{(x+1)^2}{(x+2)}+\dfrac{(x+1)^2}{(x+2)}\le\left(x^2+1\right)(x+1)^2,\\ x\ne-4,\\ x\ne-3;\end{cases}\quad\begin{cases}(x+1)^2\left(x^2+1-\dfrac{2}{x+2}\right)\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-3;\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{x(x+1)^2\left(x^2+2x+1\right)}{x+2}\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-3;\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{x(x+1)^4}{x+2}\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-3,\end{cases}$$

откуда $x\in(-\infty;-4)\cup(-4;-3)\cup(-3;-2)\cup\{-1\}\cup[0;+\infty)$.

Ответ: $(-\infty;-4)\cup(-4;-3)\cup(-3;-2)\cup\{-1\}\cup[0;+\infty)$.

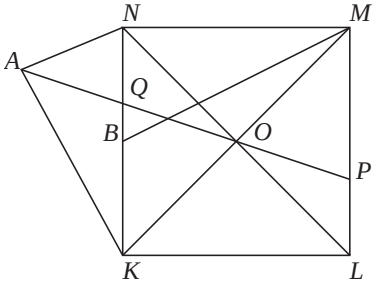
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/исключением граничных точек. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2015–2016 уч г

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A=90^\circ$) и $AK=2AN$. Точка B — середина стороны KN.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP:PM$.



Решение.

а) Поскольку $MN=KN=2BN$, прямоугольные треугольники BMN и NKA равны по двум катетам. Значит, $\angle MBN=\angle ANK$. Следовательно, прямая BM параллельна прямой AN.

б) Диагонали квадрата перпендикулярны, равны и делятся точкой пересечения пополам, поэтому $\angle KON=90^\circ$ и $OK=ON$. Из точек A и O отрезок KN виден под прямым углом, значит, эти точки лежат на окружности с диаметром KN. Вписанные в эту окружность углы KAO и NAO опираются на равные хорды, поэтому AO — биссектриса угла KAN.

Пусть отрезок AP пересекает сторону KN в точке Q. Тогда AQ — биссектриса треугольника KAN. По свойству биссектрисы

$$\frac{NQ}{QK}=\frac{AN}{AK}=\frac{1}{2}.$$

Треугольник LOP равен треугольнику NOQ по стороне и двум прилежащим к ней углам, значит, $LP=NQ$. Тогда $MP=KQ$. Следовательно,

$$\frac{LP}{PM}=\frac{NQ}{QK}=\frac{1}{2}.$$

Ответ: б) $1:2$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

Решение.
Пусть кредит планируется взять на n лет. Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$28,\ \frac{28(n-1)}{n},\ \ldots,\ \frac{28\cdot 2}{n},\ \frac{28}{n},\ 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 25 %, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$35,\ \frac{35(n-1)}{n},\ \ldots,\ \frac{35\cdot 2}{n},\ \frac{35}{n}.$$

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$7+\frac{28}{n},\ \frac{7(n-1)+28}{n},\ \ldots,\ \frac{7\cdot 2+28}{n},\ \frac{7+28}{n}.$$

Получаем $7+\frac{28}{n}=9$, откуда $n=14$.

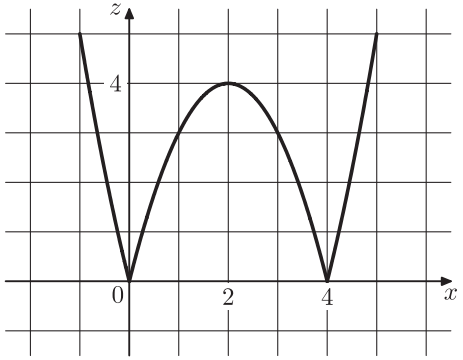
Ответ: 14.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, и получен: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2-4x\right)^2+a\left|4x-x^2\right|-2a-4=0$ имеет семь или восемь решений.

Решение.
Сделаем замену $z=\left|x^2-4x\right|\geq 0$. Рассмотрим уравнение $z^2+az-2a-4=0$.
Построим эскиз графика $z=\left|x^2-4x\right|$. Функция $z=\left|x^2-4x\right|$ обладает свойством: $z(x)=z(4-x)$ при всех x, причём $z(2)=4$.



Следовательно, если уравнение $z^2+az-2a-4=0$ имеет два таких решения, что одно равно 4, а второе принадлежит интервалу $(0;4)$, то исходное уравнение имеет ровно семь решений. Если же оба корня исследуемого уравнения принадлежат интервалу $(0;4)$, то исходное уравнение имеет ровно восемь решений.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ Р.Ф.

Заметим, что это уравнение имеет два решения: $z=2$, $z=-2-a$ при любом значении a. При $a=-4$ эти решения совпадают. Отсюда следует, что условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} 0<-2-a\le 4, \\ a\ne -4, \end{cases}$$

то есть $-6\le a<-4$ и $-4<a<-2$.

Ответ: $-6\le a<-4$ и $-4<a<-2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3
С помощью верного рассуждения получены не все значения a	2
Задача верно сведена к исследованию эскиза графика (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 2, ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5 и ровно 3 делятся на 6.

б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 7 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 7 делятся на 7?

в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 7?

Решение.

а) Подходящим примером являются числа $10, 12, 18, 20, 24, 27, 33, 35, 55, 65$.

б) Если среди десяти различных двузначных чисел ровно 7 делятся на 3 и ровно 7 делятся на 5, то среди них не менее четырёх, которые делятся на $3\cdot 5=15$. Если, кроме того, среди этих десяти чисел есть ровно 7, которые делятся на 7, то среди них найдётся хотя бы одно число, которое делится на $3\cdot 5\cdot 7=105$. Но такого двузначного числа не существует. Пришли к противоречию.

в) Всего существует 18 двузначных чисел, которые делятся на 5. Рассмотрим такие восемь наборов чисел, составленные из них: все 9 чисел, которые делятся на 10; все 6 чисел, которые делятся на 15; все три числа, которые делятся на 25; два числа, которые делятся на 35; набор из одного числа 55; набор из одного числа 65, набор из одного числа 85 и набор из одного числа 95. Каждое из делящихся на 5 двузначных чисел входит по крайней мере в один набор. Кроме того, среди данных десяти двузначных чисел может

© СтатГрад 2015–2016 уч г

быть не более одного числа из каждого такого набора, так как иначе наибольший общий делитель каких-нибудь двух из них был бы больше 7. Значит, среди данных десяти двузначных чисел не более восьми делятся на 5. Пример чисел $10, 15, 25, 35, 55, 65, 85, 95, 23, 31$ показывает, что их может быть ровно восемь. Действительно, наибольший общий делитель любых двух среди первых восьми из этих чисел равен 5, а наибольший общий делитель любого из последних двух из этих чисел с любым другим числом этого набора равен 1.

Ответы: а) Например, 15, 21, 30, 35, 42, 45, 50, 56, 77, 79; б) нет; в) 8.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. *а*, – обоснованное решение в п. *б*, – искомая оценка в п. *в*, – пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13 а) Решите уравнение $2\sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

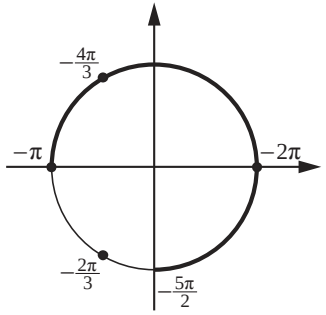
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\sin x + \frac{\sin x}{\cos x} = 0; \quad \frac{\sin x(2\cos x + 1)}{\cos x} = 0; \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sin x = 0, \\ \cos x = -\frac{1}{2}, \end{array}\right. \\ \cos x \neq 0, \end{cases}$$

откуда $x = \pi k$ или $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем -2π, $-\frac{4\pi}{3}$, $-\pi$.

Ответ: а) πk, $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) -2π, $-\frac{4\pi}{3}$, $-\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

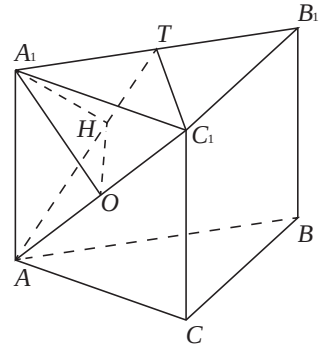
© СтатГрад 2015–2016 уч г

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 8. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1.

Решение.



а) Прямая C_1T перпендикулярна прямой A_1B_1, поскольку C_1T — медиана равностороннего треугольника $A_1B_1C_1$. Прямые C_1T и A_1A перпендикулярны, так как прямая A_1A перпендикулярна плоскости $A_1B_1C_1$. Следовательно, прямая C_1T перпендикулярна плоскости AA_1B_1. Значит, прямая C_1T перпендикулярна прямой AT. Следовательно, треугольник ATC_1 прямоугольный.

б) В плоскости AC_1T проведём прямую через середину O отрезка AC_1 перпендикулярно этому отрезку. Эта прямая пересекает AT в некоторой точке H. Угол A_1OH — линейный угол искомого угла. Треугольники AOH и ATC_1 подобны. Следовательно, $OH = \frac{AO \cdot TC_1}{AT} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3}}{4\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

Прямые A_1O и OH перпендикулярны прямой AC_1, значит, плоскость A_1OH перпендикулярна прямой AC_1, и прямая A_1H тоже перпендикулярна прямой AC_1. Прямая C_1T перпендикулярна плоскости ABB_1A_1, следовательно, прямая A_1H перпендикулярна прямой C_1T. Из этого следует, что прямая A_1H перпендикулярна плоскости AC_1T, а значит, и прямой OH. Тогда

$$\cos A_1OH = \frac{OH}{A_1O} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

Ответ: б) $\arccos\sqrt{\frac{3}{5}}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* или обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ягубов Рт

15 Решите неравенство

$$\frac{\left(x^2+7x+12\right)(x+3)}{x^2+6x+8}+\frac{\left(x^2+8x+15\right)(x+3)}{x^2+7x+10}\le\left(x^2+1\right)\left(x^2+6x+9\right).$$

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{(x+3)(x+4)(x+3)}{(x+2)(x+4)}+\frac{(x+5)(x+3)(x+3)}{(x+2)(x+5)}\le\left(x^2+1\right)(x+3)^2,$$

$$\begin{cases}\dfrac{(x+3)^2}{(x+2)}+\dfrac{(x+3)^2}{(x+2)}\le\left(x^2+1\right)(x+3)^2,\\ x\ne-4,\\ x\ne-5;\end{cases}\quad\begin{cases}(x+3)^2\left(x^2+1-\dfrac{2}{x+2}\right)\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-5;\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{x(x+3)^2\left(x^2+2x+1\right)}{x+2}\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-5;\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{x(x+3)^2(x+1)^2}{x+2}\ge0,\\ x\ne-4,\\ x\ne-5,\end{cases}$$

откуда $x\in(-\infty;-5)\cup(-5;-4)\cup(-4;-2)\cup\{-1\}\cup[0;+\infty)$.

Ответ: $(-\infty;-5)\cup(-5;-4)\cup(-4;-2)\cup\{-1\}\cup[0;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/исключением граничных точек. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

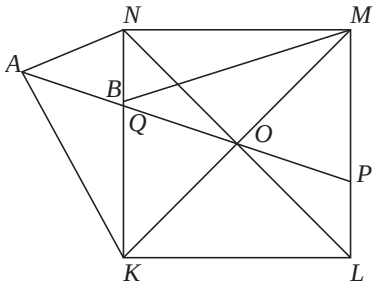
16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O, причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A=90^\circ$) и $AK=3AN$. Точка B лежит на стороне KN и $KB:BN=2:1$.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN.

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P. Найдите отношение $LP:PM$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Решение.



а) Поскольку $MN=KN=3BN$, прямоугольные треугольники BMN и NKA равны по двум катетам. Значит, $\angle MBN=\angle ANK$. Следовательно, прямая BM параллельна прямой AN.

б) Диагонали квадрата перпендикулярны, равны и делятся точкой пересечения пополам, поэтому $\angle KON=90^\circ$ и $OK=ON$. Из точек A и O отрезок KN виден под прямым углом, значит, эти точки лежат на окружности с диаметром KN. Вписанные в эту окружность углы KAO и NAO опираются на равные хорды, поэтому AO — биссектриса угла KAN.

Пусть отрезок AP пересекает сторону KN в точке Q. Тогда AQ — биссектриса треугольника KAN. По свойству биссектрисы

$$\frac{NQ}{QK}=\frac{AN}{AK}=\frac{1}{3}.$$

Треугольник LOP равен треугольнику NOQ по стороне и двум прилежащим к ней углам, значит, $LP=NQ$. Тогда $MP=KQ$. Следовательно,

$$\frac{LP}{PM}=\frac{NQ}{QK}=\frac{1}{3}.$$

Ответ: б) $1:3$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ РФ

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей.

Решение.
Пусть кредит планируется взять на n лет. Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$6,\ \frac{6(n-1)}{n},\ \ldots,\ \frac{6\cdot 2}{n},\ \frac{6}{n},\ 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 20 %, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$7{,}2,\ \frac{7{,}2(n-1)}{n},\ \ldots,\ \frac{7{,}2\cdot 2}{n},\ \frac{7{,}2}{n}.$$

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$1{,}2+\frac{6}{n},\ \frac{1{,}2(n-1)+6}{n},\ \ldots,\ \frac{1{,}2\cdot 2+6}{n},\ \frac{1{,}2+6}{n}.$$

Получаем $1{,}2+\frac{6}{n}=1{,}8$, откуда $n=10$.

Ответ: 10.

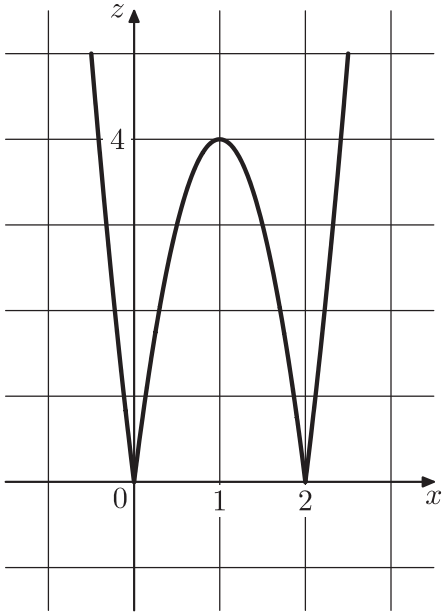
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, и получен: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2015–2016 уч г

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(4x^2-8x\right)^2+2a\left|4x-2x^2\right|-a-1=0$ имеет или семь, или восемь решений.

Решение.
Сделаем замену $z=\left|4x^2-8x\right|\geq 0$. Рассмотрим уравнение $z^2+az-a-1=0$.

Построим эскиз графика $z=\left|4x^2-8x\right|$. Функция $z=\left|4x^2-8x\right|$ обладает свойством: $z(x)=z(2-x)$ при всех x, причём $z(1)=4$.



Следовательно, если уравнение $z^2+az-a-1=0$ имеет два таких решения, что одно равно 4, а второе принадлежит интервалу $(0;4)$, то исходное уравнение имеет ровно семь решений. Если же оба корня исследуемого уравнения принадлежат интервалу $(0;4)$, то исходное уравнение имеет ровно восемь решений.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Ященов.РФ

Заметим, что это уравнение имеет два решения: $z=1$, $z=-1-a$ при любом значении a. При $a=-2$ эти решения совпадают. Отсюда следует, что условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} 0<-1-a\le 4, \\ a\ne -2, \end{cases}$$

то есть $-5\le a<-2$ и $-2<a<-1$.

Ответ: $-5\le a<-2$ и $-2<a<-1$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3
С помощью верного рассуждения получены не все значения a	2
Задача верно сведена к исследованию эскиза графика (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5, ровно 5 делятся на 7 и ровно 3 делятся на 15.

б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 6 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 8 делятся на 7?

в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 5?

Решение.

а) Подходящим примером являются числа 15, 21, 30, 35, 42, 45, 50, 56, 77, 79.

б) Если среди десяти различных двузначных чисел ровно 6 делятся на 3 и ровно 7 делятся на 5, то среди них не менее трёх, которые делятся на $3\cdot 5=15$. Если, кроме того, среди этих десяти чисел есть ровно 8, которые делятся на 7, то среди них найдётся хотя бы одно число, которое делится на $3\cdot 5\cdot 7=105$. Но такого двузначного числа не существует. Пришли к противоречию.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

в) Всего существует 18 двузначных чисел, которые делятся на 5. Рассмотрим такие восемь наборов чисел, составленные из них: все 9 чисел, которые делятся на 10; все 6 чисел, которые делятся на 15; все три числа, которые делятся на 25; два числа, которые делятся на 35; набор из одного числа 55; набор из одного числа 65, набор из одного числа 85 и набор из одного числа 95. Каждое из делящихся на 5 двузначных чисел входит по крайней мере в один набор. Кроме того, среди данных десяти двузначных чисел может быть не более одного числа из каждого такого набора, так как иначе наибольший общий делитель каких-нибудь двух из них был бы больше 7. Значит, среди данных десяти двузначных чисел не более восьми делятся на 5. Пример чисел $10, 15, 25, 35, 55, 65, 85, 95, 23, 31$ показывает, что их может быть ровно восемь. Действительно, наибольший общий делитель любых двух среди первых восьми из этих чисел равен 5, а наибольший общий делитель любого из последних двух из этих чисел с любым другим числом этого набора равен 1.

Ответы: а) Например, 15, 21, 30, 35, 42, 45, 50, 56, 77, 79; б) нет; в) 8.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. *а*, – обоснованное решение в п. *б*, – искомая оценка в п. *в*, – пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13 а) Решите уравнение $2\cos(\pi - x)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

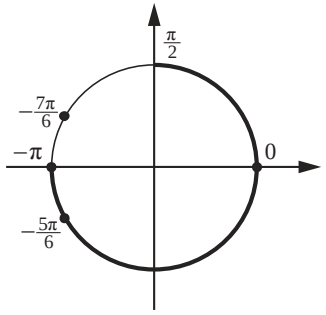
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$-2\cos x\cdot\sin x = \sqrt{3}\sin x;\ \left[\begin{array}{l}\sin x = 0,\\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2},\end{array}\right.$$

откуда $x = \pi k$ или $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем $-\pi$, $-\frac{5\pi}{6}$, 0.

Ответ: а) πk, $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi$, $-\frac{5\pi}{6}$, 0.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

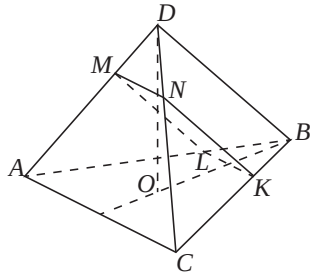
© СтатГрад 2015–2016 уч г

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB = 6$. Боковое ребро AD пирамиды равно 4. Через такую точку M ребра AD, что $AM : MD = 3:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

Решение.



а) Плоскость сечения пересекает грани ADC и ABC по отрезкам MN и KL, параллельным AC, а грани ADB и CDB — по отрезкам ML и NK, параллельным DB, а значит, $MNKL$ — параллелограмм. Прямые AC и DB перпендикулярны, следовательно, у параллелограмма $MNKL$ углы прямые, то есть он является прямоугольником.

б) Искомый угол равен углу OBD, где O — центр основания ABC, поскольку прямые OB и BD перпендикулярны прямой LK и прямая BD параллельна плоскости $MNKL$. Рассмотрим прямоугольный треугольник OBD:

$$OB = \frac{2}{3}\cdot\frac{6\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\cos\angle OBD = \frac{OB}{DB} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Значит, искомый угол равен $30°$.

Ответ: б) $30°$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* или обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2015–2016 уч г

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2+20x+25}{x+1}+\frac{4x^2+20x+25}{x+3}\le\frac{4x^2+20x+25}{x+2}+\frac{4x^2+20x+25}{x+4}.$$

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{(2x+5)^2}{x+1}-\frac{(2x+5)^2}{x+2}\le\frac{(2x+5)^2}{x+4}-\frac{(2x+5)^2}{x+3};$$

$$\frac{(2x+5)^2}{(x+1)(x+2)}\le\frac{-(2x+5)^2}{(x+4)(x+3)};$$

$$\frac{(2x+5)^2\left(2x^2+10x+14\right)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}\le 0,$$

откуда $x\in(-4;-3)\cup\{-2{,}5\}\cup(-2;-1)$.

Ответ: $(-4;-3)\cup\{-2{,}5\}\cup(-2;-1)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/исключением граничных точек. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

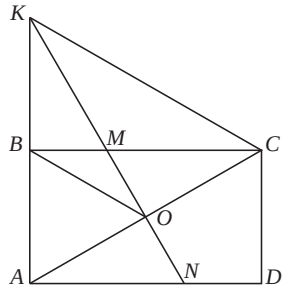
16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.

а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.

б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC=3$ и $CK=2BK$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Решение.



а) Из равнобедренного треугольника BOC находим, что $\angle BOC=120°$. Поэтому

$$\angle BOC+\angle BKC=120°+60°=180°.$$

Значит, точки B, K, C и O лежат на одной окружности. Вписанные в эту окружность углы BKO и CKO опираются на равные хорды, поэтому $\angle BKO=\angle CKO$, то есть KO — биссектриса угла BKC.

б) В треугольнике BKC сторона CK вдвое больше стороны BK, а угол между этими сторонами равен $60°$, поэтому треугольник BKC прямоугольный с прямым углом при вершине B. Значит, точка B лежит на отрезке AK.

Так как $\angle CAB=90°-\angle ACB=60°$ и $\angle AKC=60°$, треугольник AKC равносторонний, а высота CB треугольника является его медианой. Точка O — середина AC, значит, отрезок KO также является медианой.

Пусть прямая KO пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках M и N соответственно. Поскольку прямая CM параллельна прямой DN, а O — середина AC, O — середина MN, значит,

$$MN=2MO=2\cdot\frac{1}{3}KO=2\cdot\frac{1}{3}CB=2\cdot\frac{1}{3}\cdot 3=2.$$

Ответ: б) 2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2015–2016 уч г

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

Решение.
Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

5; 4,5; …; 1; 0,5; 0.

По условию каждый январь долг возрастает на 20 %, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

6; 5,4; …; 1,2; 0,6.

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

1,5; 1,4; …; 0,7; 0,6.

Значит, всего следует выплатить

$$1,5+1,4+\ldots+0,7+0,6=\frac{10\cdot(1,5+0,6)}{2}=10,5 \text{ млн рублей.}$$

Ответ: 10,5 млн рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, и получен: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2015–2016 уч г

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$x-x^2+2a\ge|x-1|+a^2$$

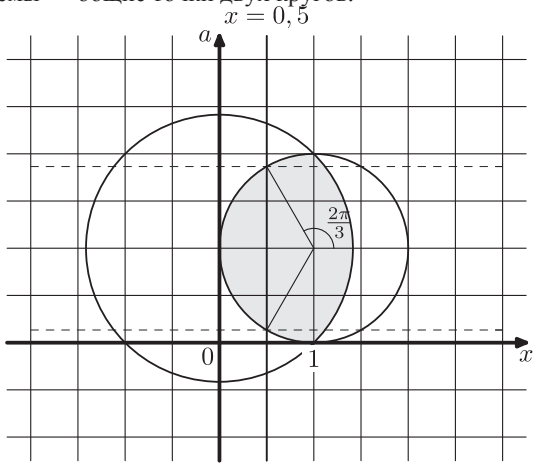
имеет решения и каждое его решение больше 0,5.

Решение.
Преобразуем неравенство:

$$|x-1|\le -x^2+x-a^2+2a;$$

$$\begin{cases} x-1\le -x^2+x-a^2+2a, \\ x-1\ge x^2-x+a^2-2a; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+(a-1)^2\le 2, \\ (x-1)^2+(a-1)^2\le 1. \end{cases}$$

Построим решения системы в системе координат xOa. Решениями первого неравенства являются все точки круга радиусом $\sqrt{2}$ с центром в точке $(0;1)$, а второго — все точки круга радиусом 1 с центром в точке $(1;1)$. Поэтому решения системы — общие точки двух кругов.



Теперь видно, что все удовлетворяющие неравенству x больше 0,5 тогда и только тогда, когда $0\le a<1-\sin\frac{2\pi}{3}$ или $1+\sin\frac{2\pi}{3}<a\le 2$. Отсюда получаем

$$a\in\left[0;1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2};2\right].$$

Ответ: $\left[0;1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2};2\right].$

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЯГУБОВ.РФ

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3
С помощью верного рассуждения получены не все значения a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения двух кругов (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 264, ровно 4 являются делителями числа 286 и ровно 4 являются делителями числа 312.

б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1120, ровно 4 являются делителями числа 3168 и ровно 4 являются делителями числа 5775?

в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 21 или 35. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

Решение.

а) Подходящим примером являются числа $11, 12, 13, 22, 24, 26$.

б) Если среди шести различных двузначных чисел ровно 4 являются делителями числа 1120 и ровно 4 являются делителями числа 5775, то среди них не менее двух являются делителями и числа 1120, и числа 5775. Значит, такие два числа являются делителями наибольшего общего делителя чисел $1120 = 2^5 \cdot 5 \cdot 7$ и $5775 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$. Этот наибольший общий делитель равен $35 = 5 \cdot 7$, и, следовательно, существует всего одно двузначное число, которое является его делителем. Пришли к противоречию.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

в) Имеем $15 = 3 \cdot 5$, $21 = 3 \cdot 7$ и $35 = 5 \cdot 7$. Если среди шести данных чисел есть такое, которое не делится ни на 3, ни на 5, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 3, или на 5. Если среди этих шести чисел есть такое, которое не делится ни на 3, ни на 7, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 3, или на 7. Наконец, если среди этих шести чисел есть такое, которое не делится ни на 5, ни на 7, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 5, или на 7. Значит, среди этих шести чисел по крайней мере три числа делятся хотя бы на два из чисел 3, 5 и 7, или, что то же самое, делятся хотя бы на одно из чисел $15 = 3 \cdot 5$, $21 = 3 \cdot 7$ или $35 = 5 \cdot 7$. Три наименьших двузначных числа, делящихся на 15, 21 или 35, — это 15, 21 и 30. Следовательно, наибольшее из шести данных чисел не меньше 30.

Числа $10, 12, 14, 15, 21, 30$ удовлетворяют условию задачи. Значит, наименьшее возможное значение наибольшего из шести данных чисел равно 30.

Ответы: а) Например, $11, 12, 13, 22, 24, 26$; б) нет; в) 30.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — пример в п. *а*, — обоснованное решение в п. *б*, — искомая оценка в п. *в*, — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13

а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sqrt{2}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

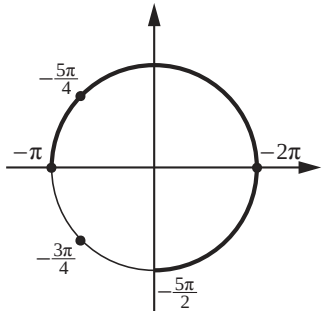
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$-2\cos x\cdot\sin x=\sqrt{2}\sin x;\ \left[\begin{array}{l}\sin x=0,\\ \cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2},\end{array}\right.$$

откуда $x=\pi k$ или $x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем -2π, $-\frac{5\pi}{4}$, $-\pi$.

Ответ: а) πk, $\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) -2π, $-\frac{5\pi}{4}$, $-\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2015–2016 уч г

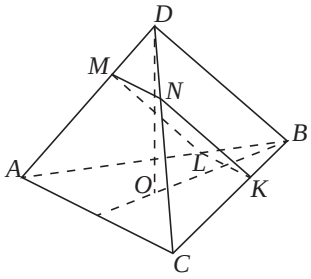
14

В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC, в котором $AB=3\sqrt{3}$. Боковое ребро AD пирамиды равно 6. Через такую точку M ребра AD, что $AM:MD=2:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

Решение.



а) Плоскость сечения пересекает грани ADC и ABC по отрезкам MN и KL, параллельным AC, а грани ADB и CDB — по отрезкам ML и NK, параллельным DB, значит, $MNKL$ — параллелограмм. Прямые AC и DB перпендикулярны, следовательно, у параллелограмма $MNKL$ углы прямые, то есть он является прямоугольником.

б) Искомый угол равен углу OBD, где O — центр основания ABC, поскольку прямые OB и BD перпендикулярны прямой LK и прямая BD параллельна плоскости $MNKL$. Рассмотрим прямоугольный треугольник OBD:

$$OB=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{2}=3,$$

$$\cos\angle OBD=\frac{OB}{DB}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

Значит, искомый угол равен 60°.

Ответ: б) 60°.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* или обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2015–2016 уч г

15 Решите неравенство

$$\frac{4x^2+28x+49}{x+2}+\frac{4x^2+28x+49}{x+4}\le\frac{4x^2+28x+49}{x+3}+\frac{4x^2+28x+49}{x+5}.$$

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{(2x+7)^2}{x+2}-\frac{(2x+7)^2}{x+3}\le\frac{(2x+7)^2}{x+5}-\frac{(2x+7)^2}{x+4};$$

$$\frac{(2x+7)^2}{(x+2)(x+3)}\le\frac{-(2x+7)^2}{(x+5)(x+4)};$$

$$\frac{(2x+7)^2\left(2x^2+14x+26\right)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}\le 0,$$

откуда $x\in(-5;-4)\cup\{-3{,}5\}\cup(-3;-2)$.

Ответ: $(-5;-4)\cup\{-3{,}5\}\cup(-3;-2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/исключением граничных точек. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

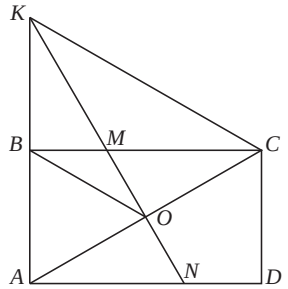
16 Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной BC угол $30°$. На стороне BC построен треугольник BKC с углом $60°$ при вершине K так, что точки A и K лежат по разные стороны от прямой BC.

а) Докажите, что KO — биссектриса угла BKC.

б) Найдите длину отрезка прямой KO, заключённого внутри прямоугольника $ABCD$, если известно, что $BC = 6$ и $CK = 2BK$.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Решение.



а) Из равнобедренного треугольника BOC находим, что $\angle BOC = 120°$. Поэтому

$$\angle BOC + \angle BKC = 120° + 60° = 180°.$$

Значит, точки B, K, C и O лежат на одной окружности. Вписанные в эту окружность углы BKO и CKO опираются на равные хорды, поэтому $\angle BKO = \angle CKO$, то есть KO — биссектриса угла BKC.

б) В треугольнике BKC сторона CK вдвое больше стороны BK, а угол между этими сторонами равен $60°$, поэтому треугольник BKC прямоугольный с прямым углом при вершине B. Значит, точка B лежит на отрезке AK.

Так как $\angle CAB = 90° - \angle ACB = 60°$ и $\angle AKC = 60°$, треугольник AKC равносторонний, а высота CB треугольника является его медианой. Точка O — середина AC, значит, отрезок KO также является медианой.

Пусть прямая KO пересекает стороны BC и AD прямоугольника $ABCD$ в точках M и N соответственно. Поскольку прямая CM параллельна прямой DN, а O — середина AC, O — середина MN, значит,

$$MN = 2MO = 2\cdot\frac{1}{3}KO = 2\cdot\frac{1}{3}CB = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot 6 = 4.$$

Ответ: б) 4.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2015–2016 уч г

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на срок 20 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

Решение.
Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$20;\ 19;\ \ldots;\ 2;\ 1;\ 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 25 %, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$25;\ 23{,}75;\ \ldots;\ 2{,}5;\ 1{,}25.$$

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$6;\ 5{,}75;\ \ldots;\ 1{,}5;\ 1{,}25.$$

Значит, всего следует выплатить

$$6+5{,}75+\ldots+1{,}5+1{,}25=\frac{20\cdot(6+1{,}25)}{2}=72{,}5 \text{ млн рублей.}$$

Ответ: 72,5 млн рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, и получен: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$2x-x^2+4a\ge|2x-4|+a^2$$

имеет решения и каждое его решение больше 1.

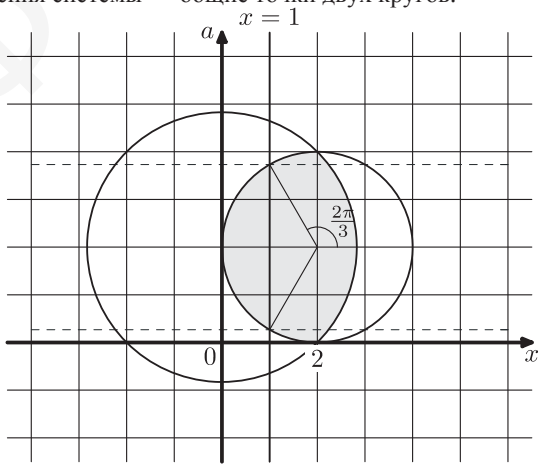
© СтатГрад 2015–2016 уч г

Решение.
Преобразуем неравенство:

$$|2x-4|\le-x^2+2x-a^2+4a;$$

$$\begin{cases}2x-4\le-x^2+2x-a^2+4a,\\2x-4\ge x^2-2x+a^2-4a;\end{cases}\quad\begin{cases}x^2+(a-2)^2\le 8,\\(x-2)^2+(a-2)^2\le 4.\end{cases}$$

Построим решения системы в системе координат xOa. Решениями первого неравенства являются все точки круга радиусом $2\sqrt{2}$ с центром в точке $(0;\,2)$, а второго — все точки круга радиусом 2 с центром в точке $(2;\,2)$. Поэтому решения системы — общие точки двух кругов.



Теперь видно, что все удовлетворяющие неравенству x больше 1 тогда и только тогда, когда $0\le a<2-2\sin\frac{2\pi}{3}$ или $2+2\sin\frac{2\pi}{3}<a\le 4$. Отсюда получаем $a\in\left[0;\,2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};\,4\right]$.

Ответ: $\left[0;\,2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};\,4\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3
С помощью верного рассуждения получены не все значения a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения двух кругов (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© СтатГрад 2015–2016 уч г

ЛУЗОВ.РФ

19 а) Приведите пример шести таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 429, ровно 4 являются делителями числа 95, и ровно 4 являются делителями числа 585.

б) Существуют ли такие шесть различных двузначных чисел, среди которых ровно 4 являются делителями числа 1056, ровно 4 являются делителями числа 1120 и ровно 4 являются делителями числа 1155?

в) Про шесть различных двузначных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 33 или 55. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

Решение.

а) Подходящим примером являются числа $11, 13, 15, 33, 39, 45$.

б) Если среди шести различных двузначных чисел ровно 4 являются делителями числа 1120, и ровно 4 являются делителями числа 1155, то среди них не менее двух являются делителями и числа 1120, и числа 1155. Значит, такие два числа являются делителями наибольшего общего делителя чисел $1120 = 2^5 \cdot 5 \cdot 7$ и $1155 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Этот наибольший общий делитель равен $35 = 5 \cdot 7$, и, следовательно, существует всего одно двузначное число, которое является его делителем. Пришли к противоречию.

в) Имеем $15 = 3 \cdot 5$, $33 = 3 \cdot 11$ и $55 = 5 \cdot 11$. Если среди шести данных чисел есть такое, которое не делится ни на 3, ни на 5, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 3, или на 5. Если среди этих шести чисел есть такое, которое не делится ни на 3, ни на 11, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 3, или на 11. Наконец, если среди этих шести чисел есть такое, которое не делится ни на 5, ни на 11, то каждое из пяти оставшихся чисел должно делиться или на 5, или на 11. Значит, среди этих шести чисел по крайней мере три числа делятся хотя бы на два из чисел 3, 5 и 11, или, что то же самое, делятся хотя бы на одно из чисел $15 = 3 \cdot 5$, $33 = 3 \cdot 11$ или $55 = 5 \cdot 11$. Три наименьших двузначных числа, делящихся на 15, 33 или 55, — это 15, 30 и 33. Следовательно, наибольшее из шести данных чисел не меньше 33.

Числа $10, 11, 12, 15, 30, 33$ удовлетворяют условию задачи. Значит, наименьшее возможное значение наибольшего из шести данных чисел равно 33.

Ответы: а) Например, $11, 13, 15, 33, 39, 45$; б) нет; в) 33.

© СтатГрад 2015–2016 уч г

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — пример в п. *а*, — обоснованное решение в п. *б*, — искомая оценка в п. *в*, — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© СтатГрад 2015–2016 уч г