

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

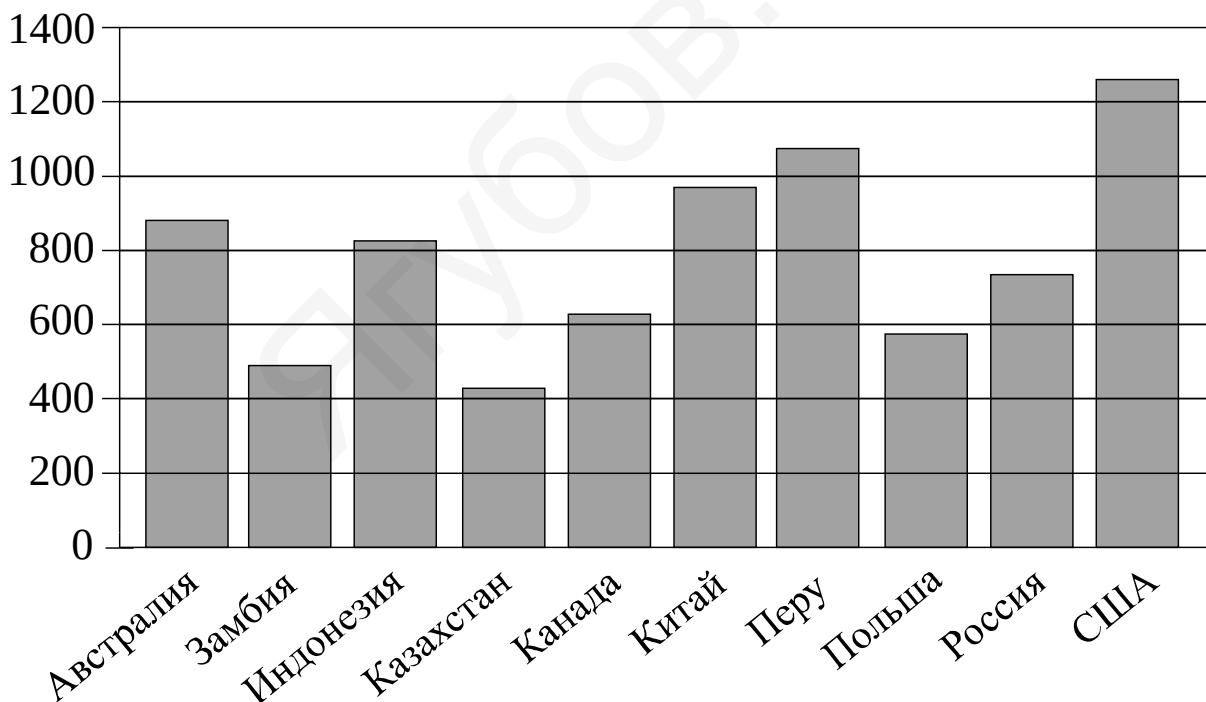
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка счётчиков холодной и горячей воды стоит 2300 рублей. До установки счётчиков за водоснабжение платили 1200 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата стала 600 рублей. Через сколько месяцев экономия впервые превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

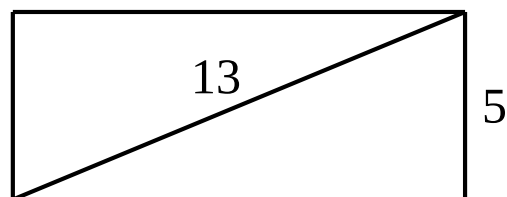
- 2** На диаграмме показано количество выплавляемой меди в 10 странах мира в 2006 году. По горизонтали указываются страны, по вертикали – количество выплавляемой меди (в тысячах тонн). Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимает Польша?



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.

Ответ: _____.



- 4 Чтобы выйти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____.

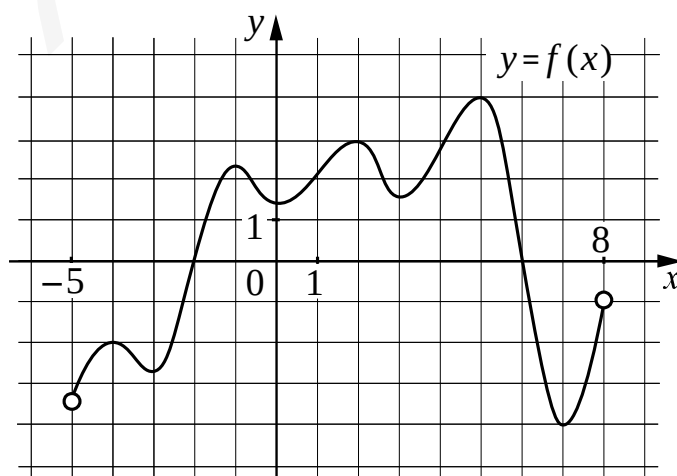
- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{52 - 6x} = 4$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 13, а одна из сторон равна 5.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 8)$. Найдите наибольшее значение функции на отрезке $[-2; 3]$.

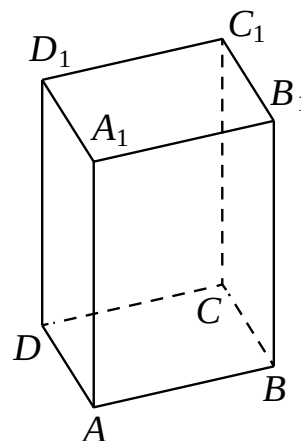


Ответ: _____.

8

Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 .

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{\sqrt{149}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

10

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 160$ Гц и равна: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 16$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота f сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц?

Ответ: _____.

11

Завод получил заказ на партию штампованных деталей. Один автомат может отштамповать все детали за 16 часов. Через 2 часа после того, как первый автомат начал штамповать детали, начал работу второй такой же автомат, и оставшиеся детали были распределены между двумя автоматами поровну. Сколько всего часов потребовалось на выполнение этого заказа?

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7\sin x}} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$.

14

Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 4.

15

Решите неравенство $3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}$.

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

- 17** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$ имеет ровно 3 решения.

- 19** Конечная возрастающая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $4a_{k+2} = 7a_{k+1} - 3a_k$.
- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.
 - б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $a_n = 4a_2 - 3a_1$?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 527$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

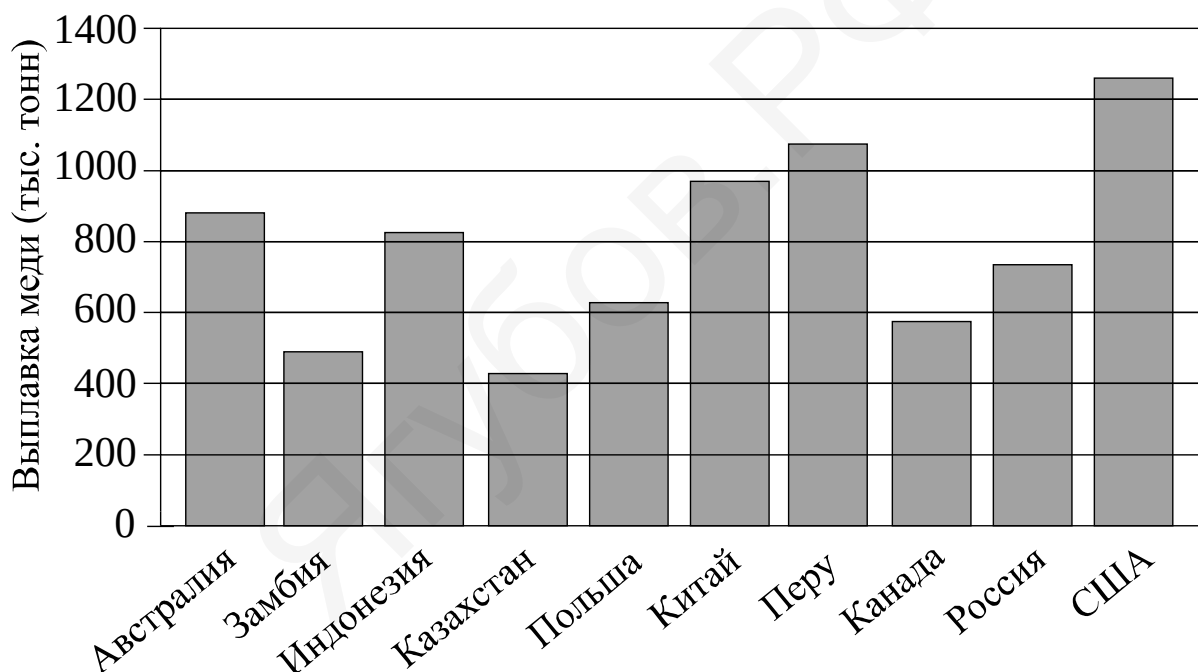
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка счётчиков холодной и горячей воды стоит 2100 рублей. До установки счётчиков за водоснабжение платили 1100 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата стала 700 рублей. Через сколько месяцев экономия впервые превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

- 2** Какое место по выплавке меди занимает Канада?



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 5, а одна из сторон равна 4.

Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы, а вероятность ничьей равна 0,4.

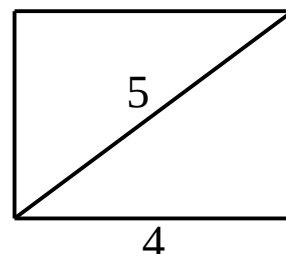
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{53 - 4x} = 7$.

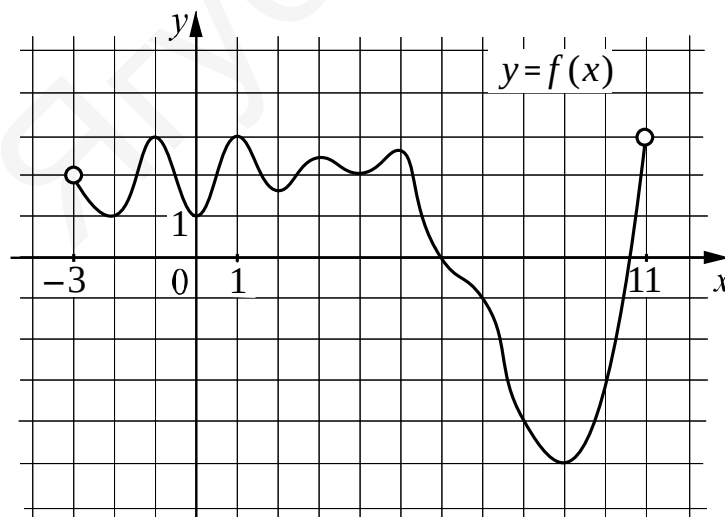
Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.

Ответ: _____.



- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите наименьшее значение функции на отрезке $[-1; 5]$.

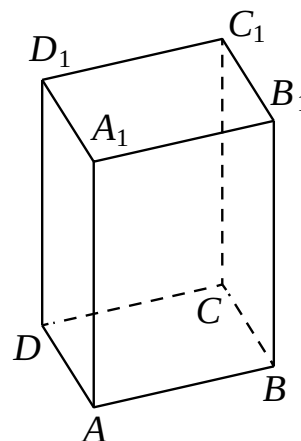


Ответ: _____.

8

Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 .

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Ответ: _____.

10

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 120$ Гц и равна: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 5$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота f сигнала в приёмнике будет равна 125 Гц?

Ответ: _____.

11

Завод получил заказ на партию штампованных деталей. Один автомат может отштамповать все детали за 19 часов. Через 1 час после того, как первый автомат начал штамповать детали, начал работу второй такой же автомат, и оставшиеся детали были распределены между двумя автоматами поровну. Сколько всего часов потребовалось на выполнение этого заказа?

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 12x + 55}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

14 Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 10.

15 Решите неравенство $2^{|x|} - 6 - \frac{9 \cdot 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \cdot 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$.

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.

- 17** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$ имеет ровно 3 решения.

- 19** Конечная возрастающая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $3a_{k+2} = 4a_{k+1} - a_k$.
- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.
 - б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $2a_n = 3a_2 - a_1$?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 315$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

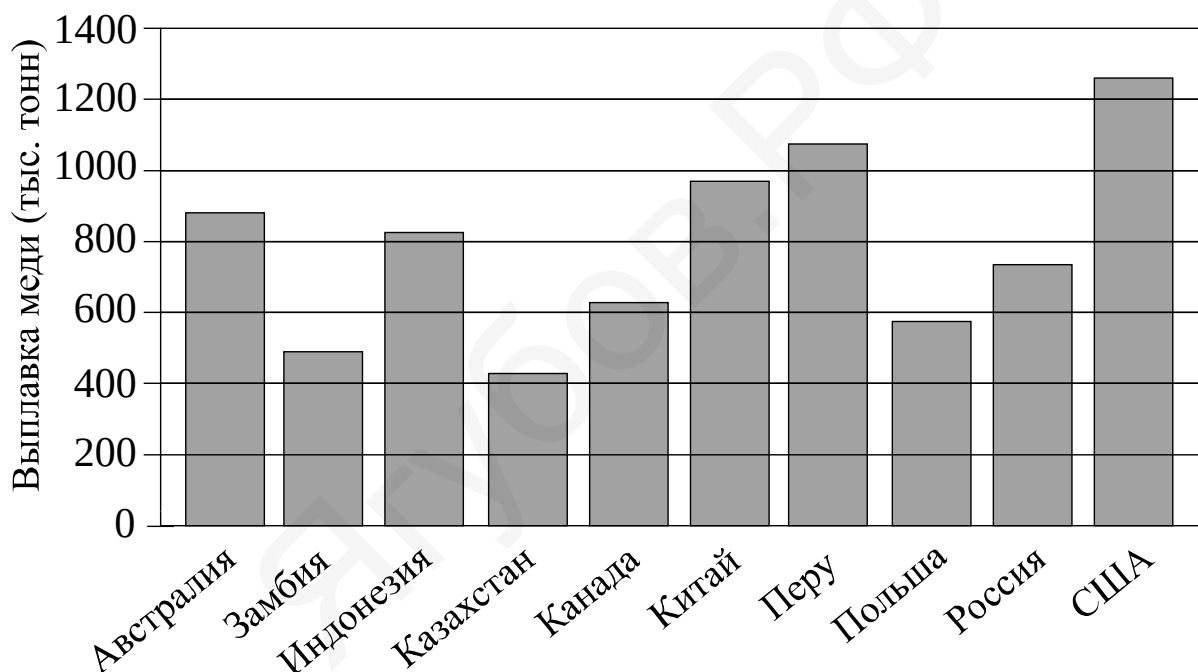
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 450 рублей, а стоимость одного номера журнала — 21 рубль. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

Ответ: _____.

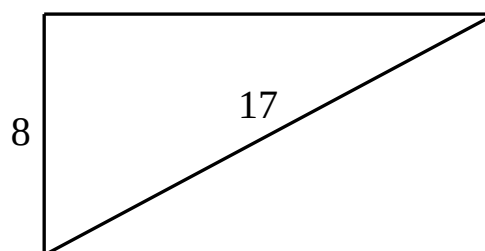
- 2** Какое место по выплавке меди занимает Польша?



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.

Ответ: _____.



- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

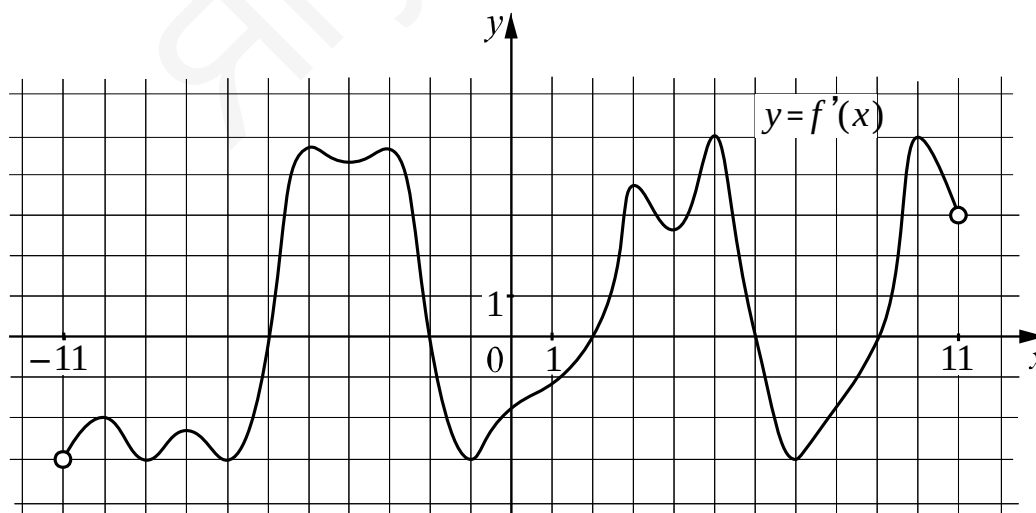
- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{x-23}{x-2}} = 2$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 17, а одна из сторон равна 8.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 8]$.

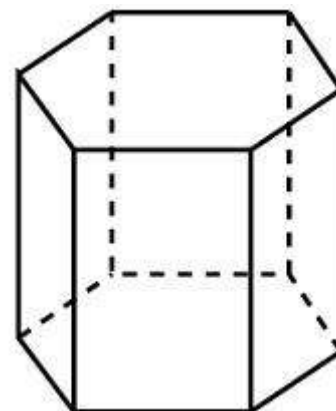


Ответ: _____.

8

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 3, а высота — 7.

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите значение выражения $4^{0,03} \cdot 8^{0,98}$.

Ответ: _____.

10

Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 60 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

11

Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 238 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объёмом 187 литров?

Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 24x^2 + 19$ на отрезке $[-4; 4]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x}{\sqrt{-5 \cos x}} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14** Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и $Q B$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 2.

- 15** Решите неравенство $\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0$.

- 16** Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $AB_1 C_1$

б) Вычислите длину стороны $B_1 C_1$ и радиус данной окружности, если $\angle A = 120^\circ$, $BC = 10\sqrt{7}$ и площадь треугольника $AB_1 C_1$ в три раза меньше площади четырёхугольника $BCB_1 C_1$.

17 По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение — 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей и в первый, и во второй годы, а также **целое** число m млн рублей и в третий, и в четвёртый годы. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение m , что при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все неотрицательные значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 - 4 \log_{0,5}(a^2 - 2a + 4)}{3\sqrt{7x^4 + x^2 + a + 4 + (\log_{0,5}(a^2 - 2a + 4))^2}}$$
 состоит из одной точки, и найдите это решение.

19 Конечная последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n \geq 3$ не обязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 2$.

- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 6$, в которой $a_6 = 6$.
б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?
в) При каком наибольшем n такая последовательность может состоять только из чётных двузначных чисел?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

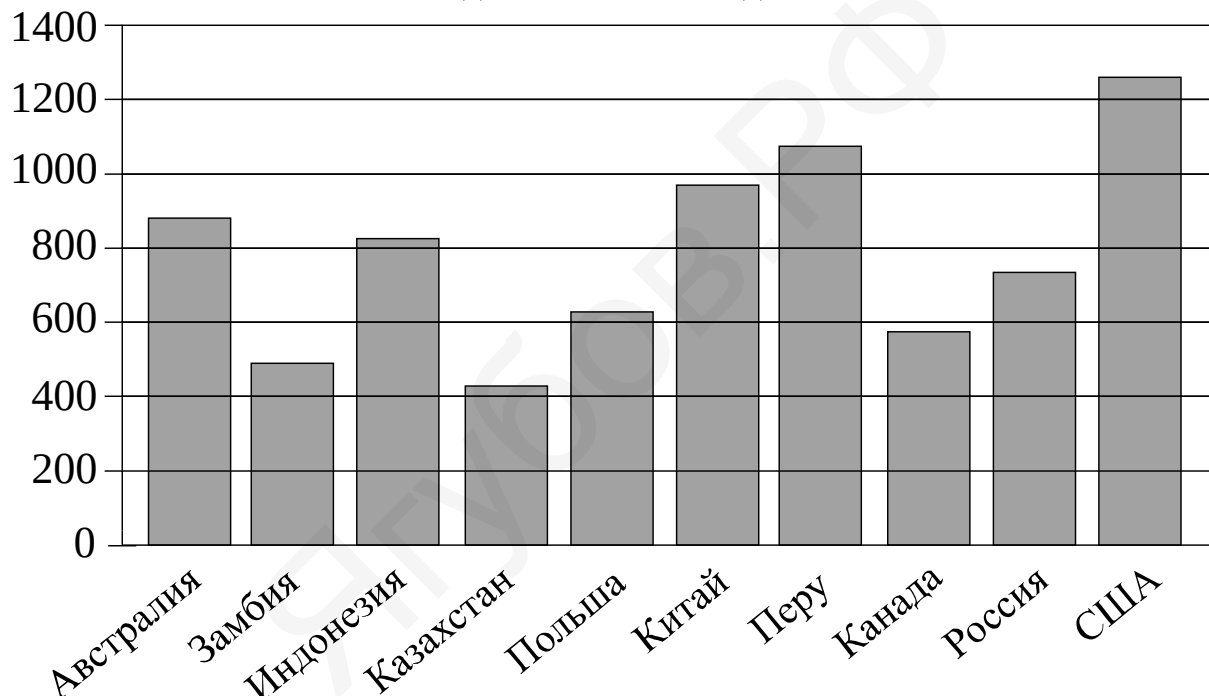
1

Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 810 рублей, а стоимость одного номера журнала — 39 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

Ответ: _____.

2

Какое место по выплавке меди занимает Канада?



На диаграмме показано количество выплавляемой меди в 10 странах мира в 2006 году. По горизонтали указываются страны, по вертикали — количество выплавляемой меди (в тысячах тонн). Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан.

Ответ: _____.

3

Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 25, а одна из сторон равна 24.

Ответ: _____.

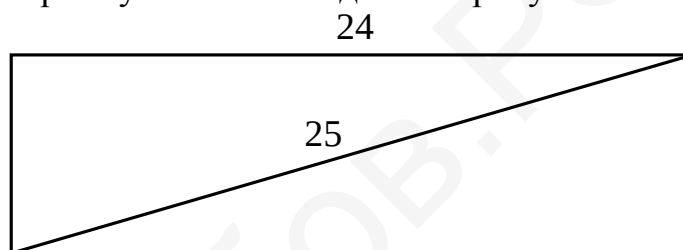
- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{x+31}{x+7}} = 3$.

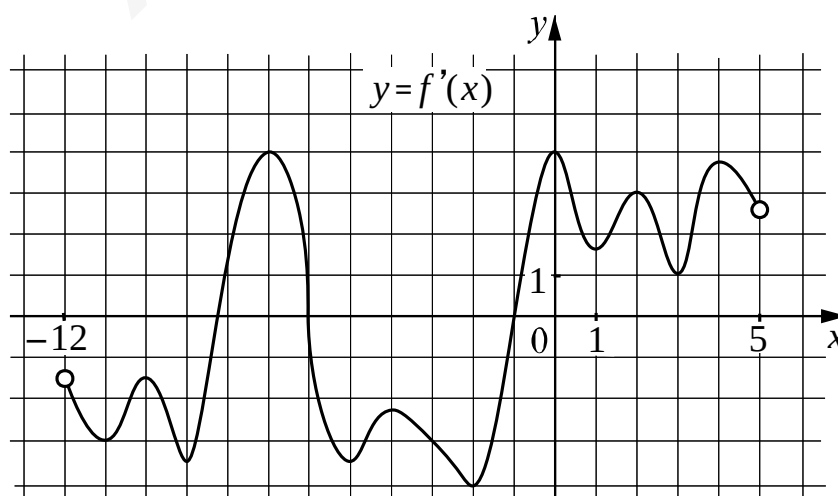
Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 0]$.

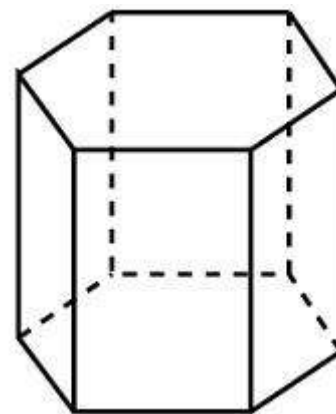


Ответ: _____.

8

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 3, а высота — 10.

Ответ: _____.



Часть 2

9

Найдите значение выражения $8^{0,24} \cdot 16^{0,32}$.

Ответ: _____.

10

Груз массой 0,02 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 1$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 5 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

11

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 420 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объёмом 399 литров?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 12x^2 + 11$ на отрезке $[-2; 2]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x}{\sqrt{6 \cos x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и $Q B$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 6.

- 15 Решите неравенство $\frac{x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x^2 - 3x + 16}{x^2 - 3x} \geq 0$.

- 16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $AB_1 C_1$

б) Вычислите длину стороны $B_1 C_1$ и радиус данной окружности, если $\angle A = 150^\circ$, $BC = 5\sqrt{5}$ и площадь треугольника $AB_1 C_1$ в четыре раза меньше площади четырёхугольника $BCB_1 C_1$.

17 По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение — 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей и в первый, и во второй годы, а также **целое** число m млн и в третий, и в четвёртый годы. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение m что при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все неотрицательные значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4\log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2 + 2a + 4 + (\log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9))^2}}$$
 состоит из одной точки, и найдите это решение.

19 Конечная последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n \geq 3$ не обязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$, в которой $a_5 = 4$.

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем n такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?