

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 сентября 2016 года

Вариант МА10109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

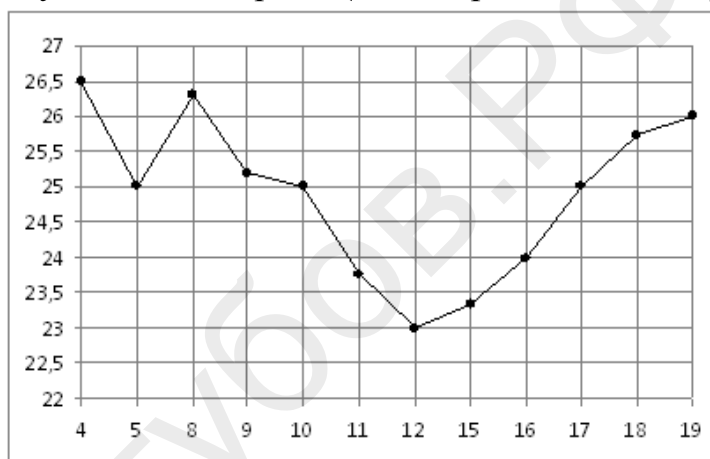
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

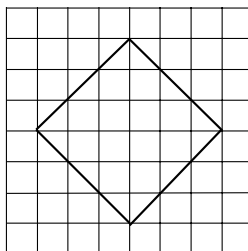
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

- 4** В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даня случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».

Ответ: _____.

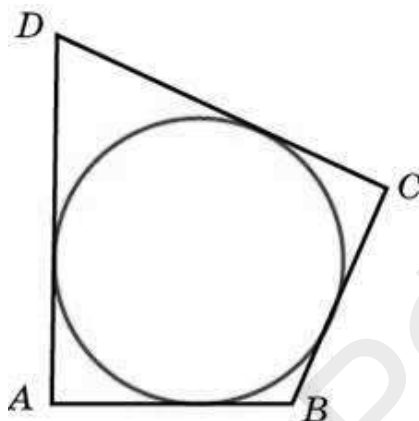
5

Найдите корень уравнения $(3x + 4)^2 = (3x + 8)^2$.

Ответ: _____.

6

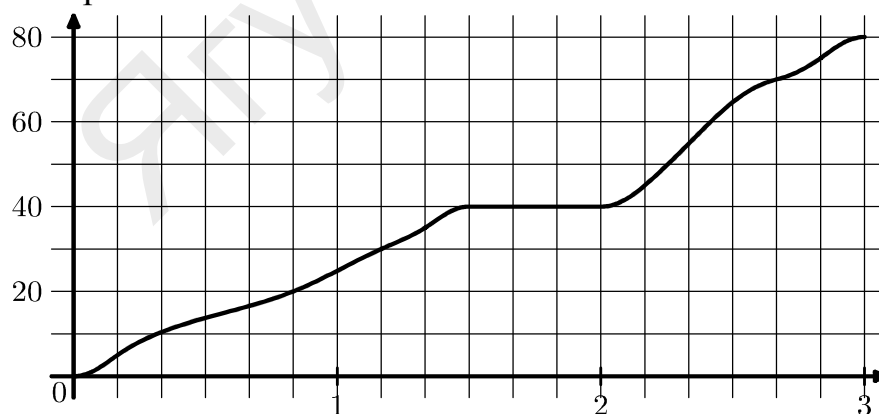
В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 48, вписана окружность, $CD = 22$. Найдите AB .



Ответ: _____.

7

На рисунке показан график движения автобуса. На горизонтальной оси отмечено время в часах, на вертикальной оси — пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость автобуса за последний час пути. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ: _____.

8

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна $\sqrt{39}$. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите $-49\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,2$.

Ответ: _____.

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 340 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоцикл. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоцикла, если она больше скорости автомобиля на 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x - \frac{1}{x} + 6$ на отрезке $[0,5; 13]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(3\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{-5\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точки K и M — середины рёбер A_1B_1 и AC соответственно.

а) Докажите, что $KM = KB$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 8$, $AC = 6$ и $AA_1 = 3$.

15 Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 45^\circ$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение 12 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в конце первого и второго года, а также целое число m млн рублей в конце третьего и четвёртого года. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года, как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение m , что при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 3111.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна 221.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 2001?

в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 сентября 2016 года

Вариант МА10110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

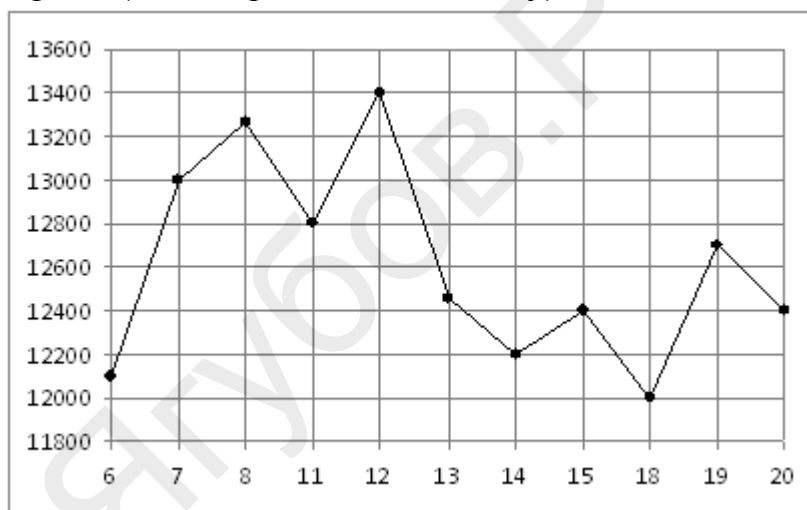
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Флакон шампуня стоит 140 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35 %?

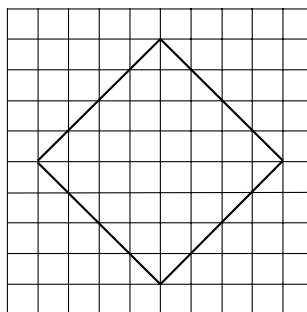
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

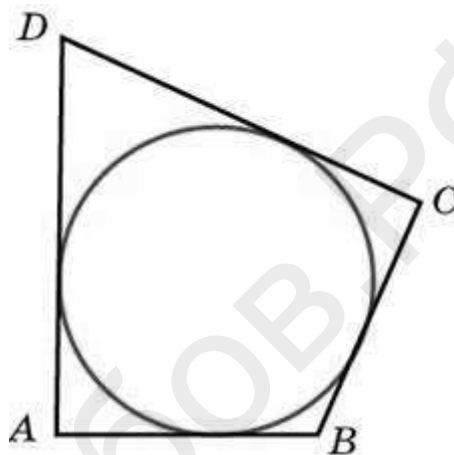
- 4 В кармане у Саши было четыре конфеты — «Мишка», «Взлётная», «Белочка» и «Грильяж», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Взлётная».

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(3x - 11)^2 = (3x + 2)^2$.

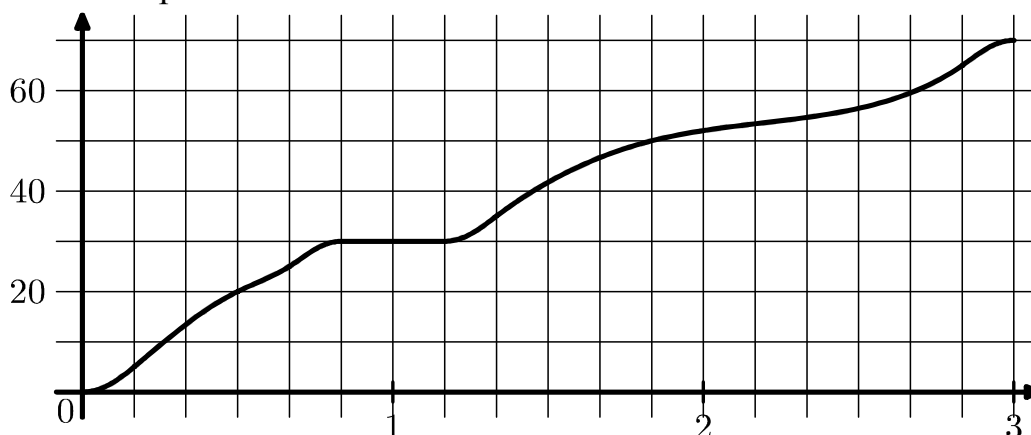
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 48, вписана окружность, $CD = 15$. Найдите AB .



Ответ: _____.

- 7 На рисунке показан график движения автобуса. На горизонтальной оси отмечено время в часах, на вертикальной оси — пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость автобуса за первые 50 минут пути. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ: _____.

- 8 В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна $6\sqrt{2}$. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите $-25\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,8$.

Ответ: _____.

- 10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 357 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 351 км, с постоянной скоростью выехал мотоцикл. По дороге он сделал остановку на 30 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоцикла, если она больше скорости автомобиля на 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = x - \frac{6}{x} + 14$ на отрезке $[0,5; 19]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(1 - 3\operatorname{tg}^2 x) \sqrt{7 \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что $KM \perp AC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

15 Решите неравенство

$$\frac{10^x - 25 \cdot 2^x - 2 \cdot 5^x + 50}{5x - x^2 - 4} \geq 0.$$

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 135^\circ$, $B_1C_1 = 10$ и площадь треугольника AB_1C_1 в семь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение 25 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 12 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в конце первого и второго года, а также целое число m млн рублей в конце третьего и четвёртого года. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение m , что при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a + 150x - 10ax}{100x^2 + 20ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 3111.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна 17.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 109?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 сентября 2016 года

Вариант МА10111

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

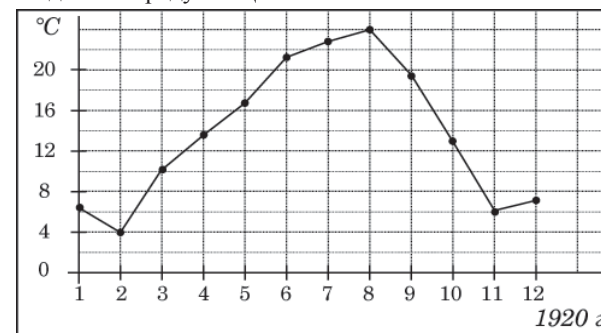
1

На счету Жениного мобильного телефона было 74 рубля, а после разговора с Вовой остался 41 рубль. Сколько минут длился разговор с Вовой, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек?

Ответ: _____.

2

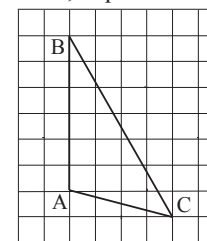
На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

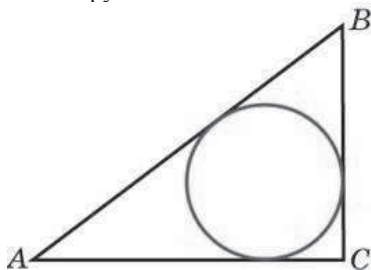
- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 136 качественных сумок приходится 14 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{10x+6} = 1$.

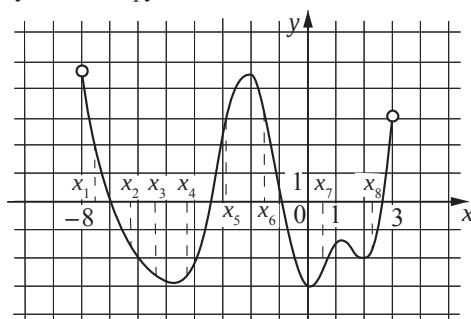
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = 36$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



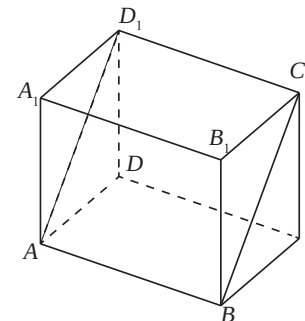
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. Сколько из отмеченных точек $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ принадлежат промежуткам убывания функции?



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 3$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{2}})^{8\sqrt{2}}}{b^{14}}$ при $b = 0,5$.

Ответ: _____.

- 10 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$,

где $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,56.

Ответ: _____.

- 11 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 50 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 30 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 12 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $-3x^5 - 5x^3 + 7$ на отрезке $[-2; 0]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\frac{5\cos x + 3}{5\sin x - 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 2 : 5$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 6$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 5$, $AD = 6$, $AA_1 = 14$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $AA_1 B_1$.

- 15 Решите неравенство

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} - \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x + 2} \leq 1.$$

- 16 Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 1 : 4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW , равен 10, $PQ = 16$, $QW = 12$.

- а) Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

- 17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y+a)^2} = |a\sqrt{2}|, \\ x^2 + y^2 \leq 8 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19 Будем называть четырёхзначное число *очень счастливым*, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли одиннадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых ровно два очень счастливых?
б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2017?
в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

22 сентября 2016 года

Вариант МА10112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

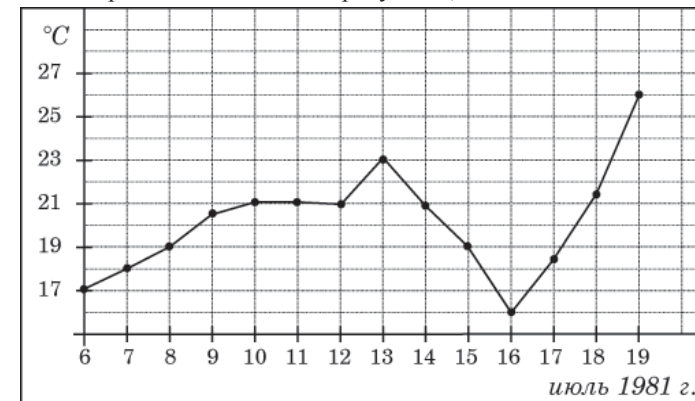
1

На счету Олиного мобильного телефона был 61 рубль, а после разговора с Игорем осталось 46 рублей. Сколько минут длился разговор с Игорем, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: _____.

2

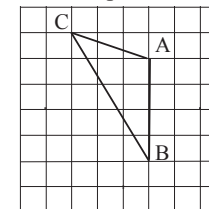
На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

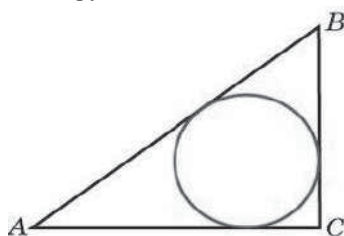
- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 118 качественных сумок приходится 2 сумки, имеющие скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{8x+3} = 5$.

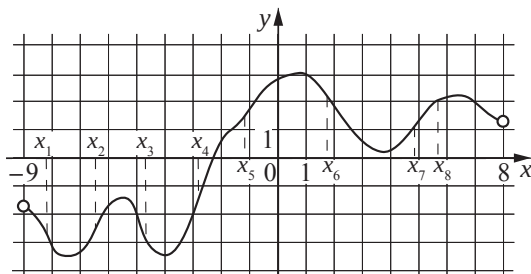
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = 24$, $BC = 10$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



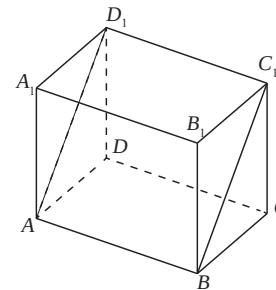
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Сколько из отмеченных точек $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ принадлежат промежуткам убывания функции?



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 2$, $AD = 24$, $AA_1 = 32$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{2}})^{9\sqrt{2}}}{b^{16}}$ при $b = 8$.

Ответ: _____.

10

Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$,

где $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ —

оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,42.

Ответ: _____.

11

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 5 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 30 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 10 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $-3x^5 - 20x^3 + 12$ на отрезке $[-4; 0]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{5 \sin x - 3}{5 \cos x - 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14** На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью $AA_1 B_1$.

- 15** Решите неравенство

$$\frac{4x^4 - 4x^3 + x^2}{-2x^2 + 5x - 2} + \frac{2x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{x - 2} \leq 0.$$

- 16** Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 3 : 4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW , равен 10, $PQ = 16$, $QW = 12$.

- а) Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

- 17** По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 9 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = |a\sqrt{2}| \\ x^2 + y^2 \leq 18 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых нет ни одного очень счастливого числа?
б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?
в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.