

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 317

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

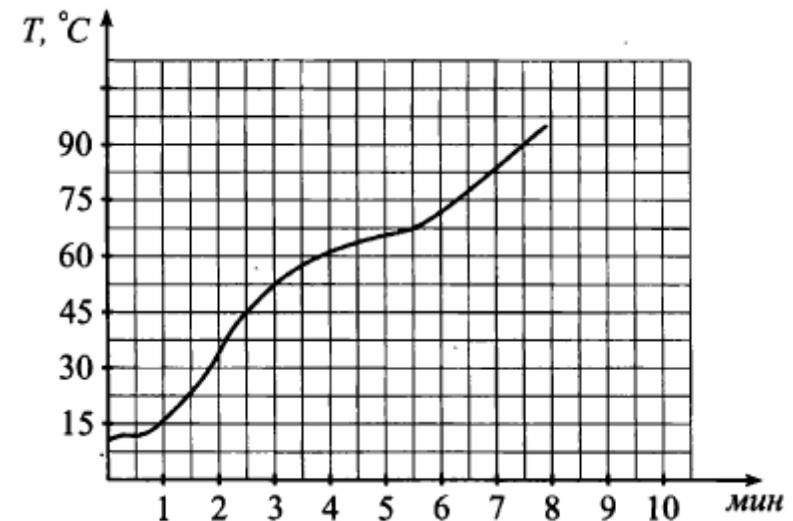
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Полвека назад валовой внутренний продукт (ВВП) страны А был на 20% больше, чем у страны В. С тех пор страна А увеличила ВВП на 55%, а страна В - увеличила на 50%. Найдите на сколько процентов ВВП страны А стал больше, чем у страны В.

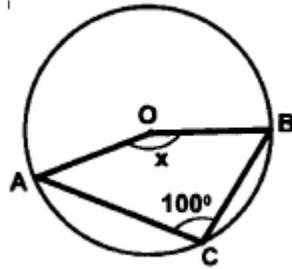
Ответ: _____.

2. На графике показан процесс нагревания чайника. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента включения чайника, на оси ординат – температура чайника в градусах Цельсия. Определите по рисунку, за сколько минут чайник нагреется от 45° до 90°С



Ответ: _____.

3. Найдите градусную меру угла $\angle AOB$, изображенного на рисунке



Ответ: _____.

4. Две команды проводят три встречи. Изначально вероятности их побед одинаковые. Однако, после каждой победы вероятность выигрыша повышается на 0,1 (и уменьшается в случае проигрыша). Какова вероятность, что команда Б выиграет хотя бы одну встречу? Ничьей быть не может.

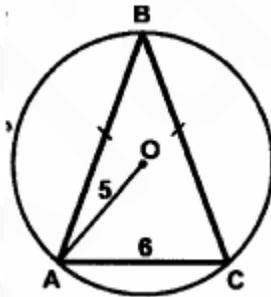
(Автор задачи Николай Журавлев)

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $(x^2 - x - 12) \cdot \log_{0,2}(2 - x) = 0$. В ответе запишите корень уравнения или сумму его корней, если их несколько.

Ответ: _____.

6. Найдите площадь треугольника ABC , изображенного на рисунке

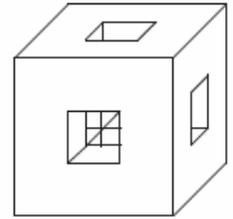


Ответ: _____.

7. Найдите координату x точки, в которой касательная к графику функции $y = \frac{x^2}{2}$ в точке $x_0 = 4$ пересекает ось абсцисс.

Ответ: _____.

8. Для каждой грани куба с ребром 6 проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2. Найдите объем оставшейся части.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}} 27^{\cos \frac{\pi}{3}} + \log_{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} 9^{\sin \frac{\pi}{6}}$

Ответ: _____.

10. На рельсах стоит платформа. Скейтбордист прыгает на нее со скоростью $v = 6$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m + M} v \cos \alpha$, где $m = 75$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 375$ кг – масса платформы. Под каким наибольшим углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу до скорости не менее чем 0,5 м/с?

Ответ: _____.

11. Имеются два раствора с разным процентным содержанием соли. Если смешать 1 кг первого раствора и 3 кг второго, то полученный раствор будет содержать 32,5% соли. Если смешать 3,5 кг первого раствора и 4 кг второго, то полученный раствор будет содержать 26% соли. Каким будет процентное содержание соли в растворе, если смешать равные массы первого и второго растворов?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt[5]{-\frac{5x^4}{4} + 4x^5}$ на интервале $(0; \frac{1}{2})$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x \cos 8x - \cos 10x}{\cos x + 1} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$

14. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ через середину D ребра CC_1 проведено сечение ADB_1 .

а) Найдите, в каком отношении сечение делит объем призмы.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 , если боковые ребра равны 2, а стороны основания равны 5.

15. Решите неравенство $\frac{5^{2x^2+2x}}{125} - 5^{2x^2} + 25 \leq \frac{5^{2x}}{5}$

16. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точка E – точка пересечения диагоналей. Известно, что площадь каждого из треугольников ABE и DCE равна 1.

а) Докажите, что $ABCD$ – трапеция

б) Найдите BC , если площадь всего четырехугольника не превосходит 4, и $AD=3$.

17. В декабре 2020 года планируется взять кредит в банке в размере S млн рублей сроком на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца, начиная с января 2021 года, долг возрастает на 0,8 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца, начиная с января 2021 года, необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца, начиная с января 2021 года, долг должен уменьшиться на одну и ту же величину. Известно, что в период с 02.12.2021 по 14.08.2022 включительно, нужно выплатить банку 1,752 млн рублей.

Найдите S . Какая сумма будет выплачена банку в период по 14.12.2021 включительно?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(x+2) + y = 3a \\ a + 2x^3 = y^3 + (a+2)x^3 \end{cases}$$

имеет не более двух решений.

19. Натуральное число A таково, что, если его первую цифру переставить на последнее место, получится число, в $n > 1$ раз меньше числа A .

а) Существует ли двухзначное число A , удовлетворяющее указанным условиям?

б) Найдите наименьшее число A , удовлетворяющее указанным условиям, если $n=5$, а число A начинается с цифры 7.

в) Приведите пример числа, которое при перестановке его первой цифры на последнее место увеличивается в 3 раза.