

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 94****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

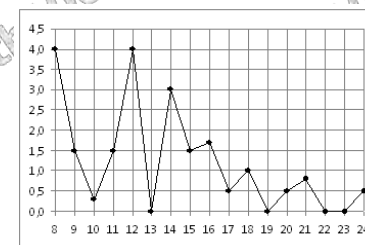
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

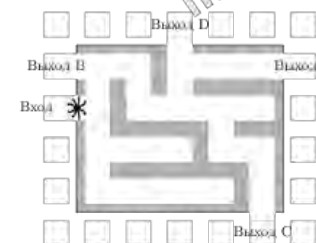
1. Диагональ экрана телевизора равна 64 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



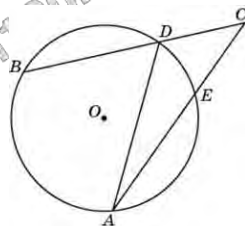
3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2, 2), (8, 10), (8, 8).

4. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.

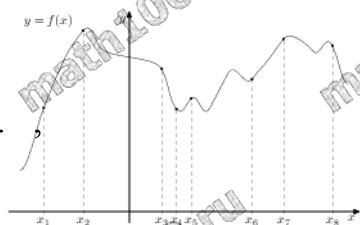


5. Найдите корень уравнения $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{x} + 1 + \sqrt{2}\right) = 2$.

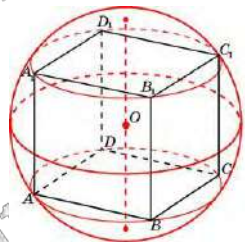
6. Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



8. Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}$

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{48}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

11. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^2 - 13x + 7 \ln x + 5$ на отрезке $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_2(x+2)^2 + \log_2(x+10)^2 = 4 \log_2 3$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-8; 0]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B – точка Q , причем $AP = BQ = SA$.

а) Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0.$$

16. Сторона BC треугольника ABC равна 48. Около треугольника описана окружность радиуса 25. Известно, что радиус OA делит сторону BC на два равных отрезка.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите его боковые стороны.

17. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят $10t$ тыс. рублей в конце года t ($t = 1, 2, 3, \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1 + r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце одиннадцатого года. При каких положительных значениях r это возможно?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$x^2 - (a^2 + a)x + a^3 \leq 0$$

содержит не менее пяти целых чисел.

19. На каждой из 28 костей домино написаны два целых числа, не меньших 0 и не больших 6 так, что они образуют все возможные пары по одному разу (0-0, 0-1, 0-2 и так далее до 6-6).

Все кости домино разложили на несколько кучек и для каждой кучки подсчитали сумму всех чисел на костях, находящихся в этой кучке. Оказалось, что полученные суммы образуют возрастающую арифметическую прогрессию.

а) Могло ли быть 7 кучек?

б) Могло ли быть 9 кучек?

в) Какое наибольшее количество кучек могло быть?