

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 90****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

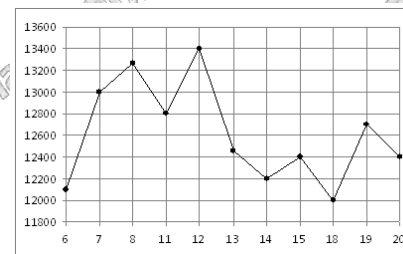
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

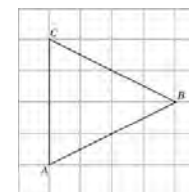
Часть 1

1. В общежитии института в каждой комнате можно поселить пятерых человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 78 иногородних студентов?

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



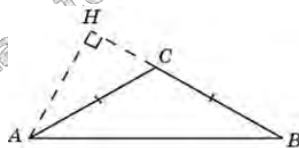
3. Найдите биссектрису треугольника ABC , проведенную из вершины B , если стороны квадратных клеток равны 1.



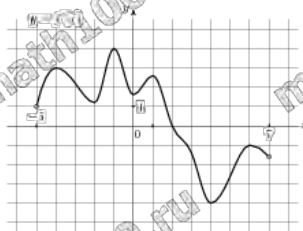
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение $2^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2^{\sqrt{x}}} = \frac{5}{2}$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите меньший.

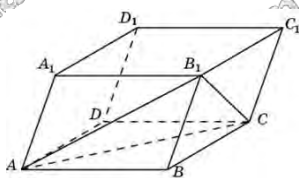
6. В треугольнике ABC $AC = BC = 2\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите высоту AH .



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 12. Найдите объем треугольной пирамиды $B_1 ABC$.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}$, если $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$.

10. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

11. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 2)^2 e^{x-2}$ на отрезке $[1; 4]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{|\sin x|}{\sin x} = 1 - \cos 2x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 0]$.

14. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ со стороной основания $\sqrt{3}$ и боковым ребром 1.

а) Докажите, что плоскости ACA_1 и B_1CE_1 перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями B_1CE_1 и ABC .

15. Решите неравенство:

$$3^{\log_2 x^2} + 2 \cdot |x|^{\log_2 9} \leq 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{0,5}(2x+3)}$$

16. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны: $AC = 15$, $BC = 8$. Окружность радиуса 2,5 с центром на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность с центром O касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC .

б) Найдите радиус второй окружности.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 68 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1,5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа последние три месяца долг должен уменьшиться на 300 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите S , если всего было выплачено банку 3748 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых ровно одно решение неравенства

$$x^2 + (5a + 3)x + 4a^2 \leq 4$$

удовлетворяет неравенству $ax(x - 4 - a) \leq 0$.

19. На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?