

Задание №16.1. Треугольники (часть 1).

1) (ЕГЭ-2014)

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
- Найдите BC , если $AH = 21$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

2) (ЕГЭ-2018)

Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H , $\angle AHC = 60^\circ$.

- Докажите, что угол $\angle ABC = 120^\circ$.
- Найдите BH , если $AB = 6$, $BC = 10$.

3) (ЕГЭ-2018)

Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , а BH — высота этого треугольника.

- Докажите, что углы ABH и CBO равны.
- Найдите BH , если $AB = 16$, $BC = 18$, $BH = BO$.

4) (ЕГЭ-2014)

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

- Докажите, что $FH = 2DH$.
- Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.

5) (ЕГЭ-2014)

В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N . Известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
- Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

6) (ЕГЭ-2017)

Точка M — середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC . Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет BC в точке N .

- Докажите, что точки $\angle CAN = \angle CMN$.
- Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ANB и CBM , если $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4}{3}$.

7) (ЕГЭ-2017)

В треугольник ABC , в котором длина стороны AC меньше длины стороны BC , вписана окружность с центром O . Точка B_1 симметрична точке B относительно CO .

- Докажите, что точки A , B , O и B_1 лежат на одной окружности.
- Найдите площадь четырехугольника $AOBB_1$, если $AB = 10$, $AC = 6$ и $BC = 8$.

8) (ЕГЭ-2018)

На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки AP и CQ , соответственно.

- Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, проходит через середину отрезка PQ .
- Найдите длину отрезка прямой PQ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $AB = AC = BC = 3\sqrt{2}$, $CQ = AP = \sqrt{2}$.

9) (ЕГЭ-2019)

В треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . На отрезках AH и HV как на диаметрах построены окружности.

- а) Докажите, что отношение площадей кругов, построенных на этих диаметрах, равно $(\operatorname{tg} \angle ABC)^4$.
- б) Окружность с центром O_1 , лежащим на AH , пересекает AC второй раз в точке P . Окружность с центром O_2 , лежащим на HV , пересекает BC второй раз в точке Q . Найдите площадь четырехугольника PO_1O_2Q , если $AC = 12$, $BC = 10$.

Ягубов.РФ