

Планиметрия: задачи, связанные с углами

Ответами к заданиям являются слово, словосочетание, число или последовательность слов, чисел. Запишите ответ без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- 1 В тупоугольном треугольнике KLM $KL = LM = 18$, KH — высота, $LH = 9$. Найдите $\cos \angle KLM$.

1

- 2 Сторона MP тупоугольного треугольника MPQ с тупым углом Q равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол Q . Ответ дайте в градусах.

2

- 3 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 8$, $\sin A = 1/4$. Найдите AH .

3

- 4 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} BAC = \frac{7\sqrt{15}}{15}$. Найдите синус внешнего угла при вершине A .

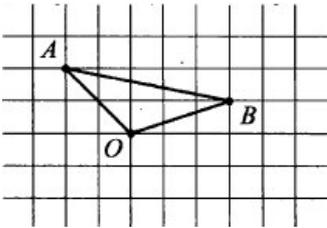
4

- 5 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{5\sqrt{34}}{34}$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

5

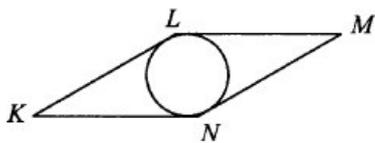
- 6 Найдите $\cos \angle AOB$. В ответе укажите $3\sqrt{5} \cos \angle AOB$

6



- 7 Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 3,5. Найдите сторону ромба.

7

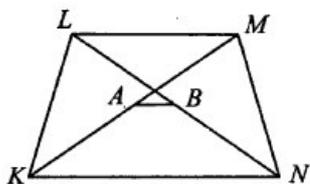


- 8 Основания равнобедренной трапеции равны 19 и 75. Тангенс острого угла равен $3/14$. Найдите высоту трапеции.

8

- 9 Основания трапеции равны 14 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

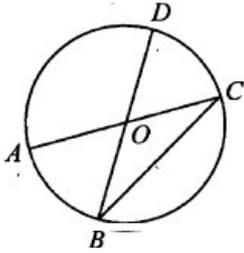
9



- 10 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32 . Ответ дайте в градусах.

10

- 11 AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 27° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

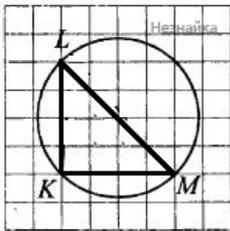


11

- 12 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 144$, $\sin A = \frac{5}{6}$. Найдите BH.

12

- 13 Найдите угол KLM. Ответ дайте в градусах.



13

- 14 В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 6, $BH = 12\sqrt{6}$. Найдите $\cos A$.

14

- 15 В треугольнике ABC дано: $AB = BC = 10$, $AC = 2\sqrt{19}$. Найдите $\sin A$.

15

- 16 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Боковая сторона треугольника равна 12. Найдите площадь этого треугольника.

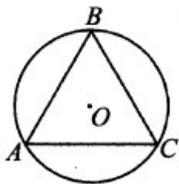
16

- 17 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = 0,3$. Найдите $\cos B$.

17

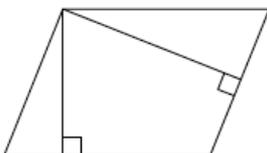
- 18 Сторона правильного треугольника равна $73\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

18



- 19 Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

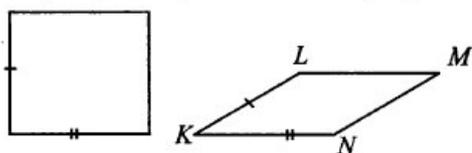
19



- 20 Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите тупой угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ

20

дайте в градусах.

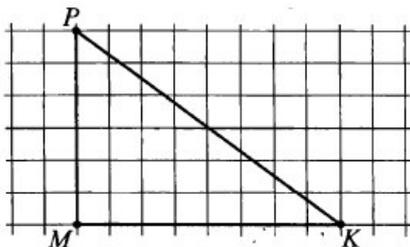


- 21 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, а основание равно 8. Найдите радиус r вписанной окружности. В ответ запишите $r\sqrt{21}$.

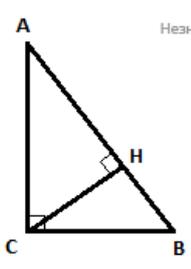
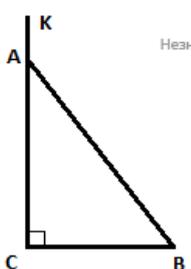
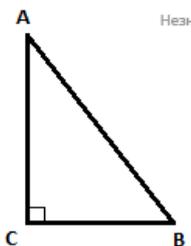
21

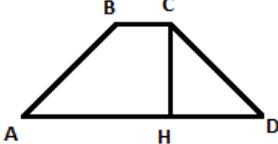
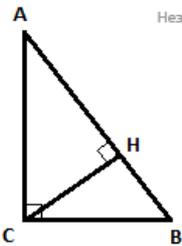
- 22 Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MPK , считая стороны квадратных клеток равными 1

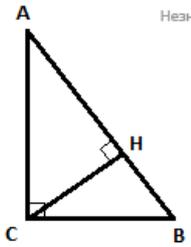
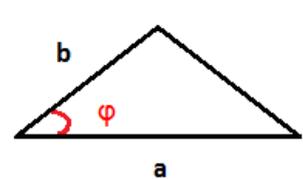
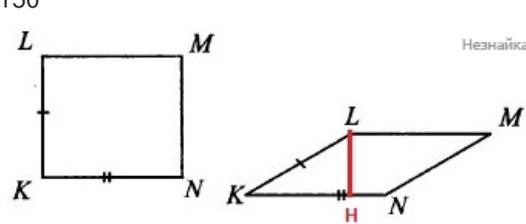
22



ОТВЕТЫ

1	-0,5
2	150
3	<p>30</p> <p>$BC = 8$ Незнайка</p> $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{CH}{AC} = \frac{1}{4}$ $\frac{8}{AB} = \frac{1}{4} \quad AB = 32$ $AC = \sqrt{32 * 32 - 8 * 8} =$ $= \sqrt{8 * 8(4 * 4 - 1)} = 8\sqrt{15}$  <p>$\frac{CH}{8\sqrt{15}} = \frac{1}{4} \quad CH = 2\sqrt{15}$</p> $AH = \sqrt{AC^2 - CH^2}$ $= \sqrt{8 * 8 * 15 - 2 * 2 * 15} =$ $= \sqrt{15 * 4(4 * 4 - 1)} = \sqrt{60 * 15} = 30$
4	<p>0,875</p> <p>$tg \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{7\sqrt{15}}{15}$ Незнайка</p> <p>$BC = 7\sqrt{15}$</p> <p>$AC = 15$</p>  <p>$AB = \sqrt{225 + 49 * 15} =$</p> $= \sqrt{15(15 + 49)} = \sqrt{15 * 64} = 8\sqrt{15}$ $\sin \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{7\sqrt{15}}{8\sqrt{15}} = \frac{7}{8}$ $\sin \angle KAB = \sin(180 - \angle BAC) = \sin \angle BAC =$ $= 0.875$
5	<p>0,6</p> <p>$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5 * \sqrt{34}}{34}$ Незнайка</p> <p>$BC = 5 * \sqrt{34} \quad AB = 34$</p> <p>$AC = \sqrt{1156 - 850} = \sqrt{306} =$</p> $= \sqrt{9 * 34} = 3\sqrt{34}$  <p>$tg B = \frac{3\sqrt{34}}{5\sqrt{34}} = 0,6$</p>
6	<p>-3</p> <p>$AO = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$</p> <p>$AB = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$</p> <p>$OB = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$ по теореме косинусов</p>

	$(\sqrt{26})^2 = (\sqrt{8})^2 + (\sqrt{10})^2 - 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos \angle AOB$ $\cos \angle AOB = \frac{26 - 8 - 10}{-2 \cdot \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 5}} = \frac{8}{-8\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ $-\frac{\sqrt{5}}{5} \cdot 3\sqrt{5} = -3$
7	14
8	6
	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p style="margin-left: 20px;">Незнайка</p> $AB = CD \quad \text{Незнайка}$ $BC = 19 \quad AD = 75$ $DH = \frac{75 - 19}{2} = 28$ $\operatorname{tg} D = \frac{CH}{28} = \frac{3}{14}$ $14 \cdot CH = 28 \cdot 3 \quad CH = 6$ </div> </div>
9	2,5 Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции равен половине разности оснований $(14-9)/2=2,5$
10	64
11	126 Угол ACB вписан в окружность, следовательно дуга AB = $27^\circ \cdot 2 = 54^\circ$ угол AOB = 54° (центральный угол равен градусной мере дуги) Углы AOB и AOD смежные углы \Rightarrow угол AOD = $180^\circ - \text{угол AOB} = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$
12	100
	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p style="margin-left: 20px;">Незнайка</p> $\sin A = \frac{BC}{144} = \frac{5}{6} \quad \text{Незнайка}$ $6 \cdot BC = 144 \cdot 5$ $BC = 120$ $AC = \sqrt{144 \cdot 144 - 120 \cdot 120} =$ $= \sqrt{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 - 12 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 10} =$ $= \sqrt{144(144 - 10 \cdot 10)} = 12 \cdot \sqrt{44}$ $\sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{5}{6}$ $5 \cdot 12 \cdot \sqrt{44} = 6 \cdot CH$ $CH = 10\sqrt{44}$ $BH = \sqrt{120 \cdot 120 - 10 \cdot 10 \cdot 44} =$ $= \sqrt{10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 12 - 10 \cdot 10 \cdot 44} =$ $= \sqrt{100(144 - 44)} = \sqrt{100 \cdot 100} = 100$ </div> </div>
13	45 LM- диаметр, вписанный в окружность треугольник, у которого одна из сторон является диаметром - прямоугольный равнобедренный $\Rightarrow \angle L = 45$
14	0,2

	 <p>Незнайка</p> $BC = \sqrt{12 * 12 * 6 + 6 * 6} = \sqrt{900} = 30$ $\sin B = \cos A = \frac{CH}{CB} = \frac{6}{30} = 0.2$
15	<p>0,9</p>  <p>Незнайка</p> <p>$ab=bc=10$ высота делит AC пополам по теореме Пифагора в получившимся треугольнике высота будет равна: $\sqrt{100-19}=\sqrt{81}=9$ $\sin A = BH/AB=9/10=0.9$</p>
16	<p>36</p>  <p>$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \phi$</p> $S_{\Delta} = 12 \times 12 \times \sin 30 = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 12 \times 3 = 36$
17	<p>0,3</p> <p>Есть прекрасная теорема:</p> <p>В прямоугольном треугольнике синус одного острого угла равен косинусу другого и наоборот</p> <p>$\Rightarrow \sin A = \cos B = 0,3$</p>
18	<p>73</p> <p>R окружности описанной около правильного треугольника = $a / \sqrt{3}$, где a - длина стороны треугольника</p> <p>$a = 73 \sqrt{3} \Rightarrow R = 73\sqrt{3} / \sqrt{3} = 73$</p> <p>R = 73</p>
19	<p>6</p>
20	<p>150</p>  <p>Незнайка</p> <p>$S_{\text{KLMN(прямоугольник)}} = LK * KN$</p> <p>$S_{\text{параллелограмм}} = LH * KN = (LK * KN) / 2$ Следовательно $LH = LK / 2$ в треугольнике KLN $LH = LK / 2$, угол H = 90, против угла в 30 лежит половина гипотенузы, следовательно угол K = 30 сумма односторонних углов в параллелограмме 180 \Rightarrow угол KLM = 180 - 30 = 150 тупой угол в параллелограмме = 150</p>
21	<p>12</p>

	$\sqrt{\frac{(14-10)(14-10)(14-8)}{14}} * \sqrt{21} =$
22	$= \sqrt{\frac{4 * 4 * 6 * 3 * 7}{2 * 7}} = 4 * 3 = 12$ $PK = \sqrt{64 + 36} = 10 \quad \text{Незнайка}$ $p = \frac{6 + 8 + 10}{2} = 12$ $r = \sqrt{\frac{(12-6)(12-8)(12-10)}{12}} =$ $= \sqrt{\frac{6 * 4 * 2}{12}} = \sqrt{4} = 2$
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	

50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	

86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием темы и формулировки задания):
dasha@neznaika.pro

Источник: <http://neznaika.pro/test/math/p/139>