

Стереометрия

Ответами к заданиям являются слово, словосочетание, число или последовательность слов, чисел. Запишите ответ без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- 1 Сосуд в форме цилиндра заполнен водой до отметки 36 см. Найдите, на какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд в форме цилиндра, радиус основания которого в 2 раза больше радиуса основания первого цилиндра. Ответ дайте в сантиметрах.

1

- 2 В конус объёмом 32 до середины высоты налили воды. Чему равен объём воды?

2



- 3 В прямоугольном параллелепипеде находится конус, основание которого вписано в основание параллелепипеда, радиус основания равен 5, а высота равна высоте параллелепипеда. Высота конуса равна 7. Найдите объём параллелепипеда.

3

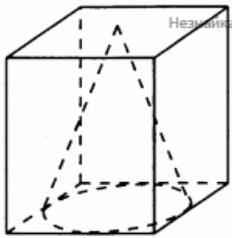


Рис. 22.

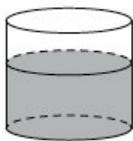
- 4 Конус, радиус основания которого равен 6 см, оклеили блестящей бумагой со всех сторон. Найдите площадь этой бумаги S (в см^2), если образующая конуса равна 13 см. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

4



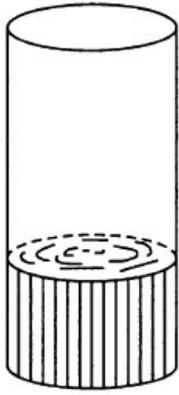
- 5 В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.

5



- 6 В цилиндр высотой 24 см налили жидкость объёмом 5000 см^3 до уровня 8 см. Чему равен объём (в см^3) оставшейся части цилиндра?

6



- 7 Объем первого конуса равен 18 м^3 . У второго конуса высота в четыре раза меньше, а радиус основания в два раза больше, чем у первого. Найдите объем второго конуса. Ответ дайте в кубических метрах.

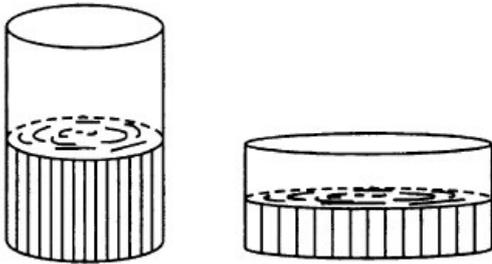
7

- 8 Объем первого цилиндра равен 12 см^3 . У второго цилиндра высота в два раза меньше, а радиус основания в два раза больше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра в см^3 .

8

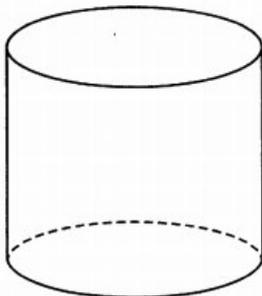
- 9 В сосуд цилиндрической формы налили жидкость до уровня 27 см. Какого уровня достигнет жидкость в другом сосуде этой же формы, если его радиус основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.

9



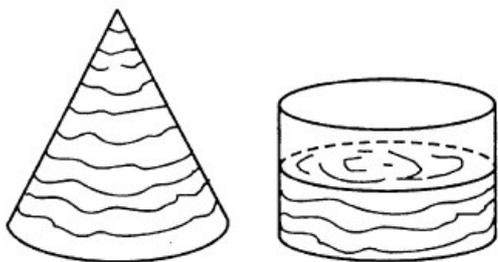
- 10 В сосуд цилиндрической формы налили жидкость до уровня 6. Какого уровня достигнет жидкость в другом сосуде этой же формы, если его радиус основания в 2 раза больше, чем у первого?

10



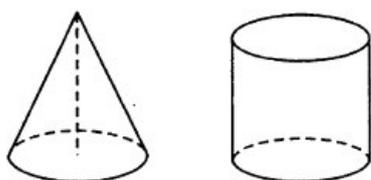
- 11 Сосуд конической формы высотой 21 см наполнили водой. На какой высоте (в см) будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд, только цилиндрической формы, при условии, что радиус основания конуса равен радиусу основания цилиндра?

11



- 12 Сосуд конической формы высотой 18 наполнили водой. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд цилиндрической формы, при условии, что радиус основания конуса равен радиусу основания цилиндра?

12

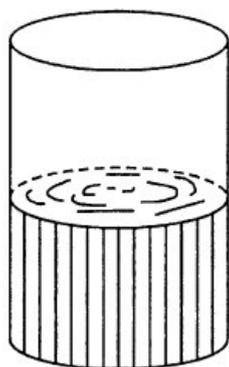


- 13 Конус объёмом 5,3 вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Найдите объём шара.

13

- 14 Цилиндр объёмом 40 см^3 и высотой 10 см наполнили жидкостью до уровня 7 см. Чему равен объём этой жидкости (в см^3)?

14



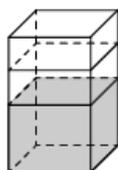
- 15 В конус объёмом 24 см^3 до середины высоты налили воду. Чему равен объём воды (в см^3)?

15



- 16 В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,4 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.

16



1	<p>9</p> <p>Объём цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объём: $V = \pi R^2 \times h = 36 \pi R^2$.</p> <p>Речь идет о жидкости, у которой объём постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 2 раза больше и с неизвестным уровнем жидкости: $V = \pi (2R)^2 \times H = 4\pi R^2 \times H$</p> <p>$36 \pi R^2 = 4 \pi R^2 \times H$ $H = \frac{36}{4} = 9$</p> <p>Т.е. уровень воды будет находиться на уровне $H = 9$</p>
2	<p>28</p> <p>Объём конуса $V = \frac{1}{3} H \times \pi R^2$, где H - высота конуса и R - радиус основания.</p> <p>Объём усеченного конуса $V_y = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi (R^2 + Rr + r^2)$, где r - радиус окружности в середине конуса.</p> <p>$\frac{H}{0,5H} = \frac{R}{r}$</p> <p>$r = \frac{R}{2}$</p> <p>Из подобия треугольников в сечении:</p> <p>$V_y = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi (R^2 + R \frac{R}{2} + (\frac{R}{2})^2) = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi \frac{7}{4} R^2 = \frac{7}{24} H \times \pi R^2$</p> <p>Выделим теперь объём конуса: $V_y = \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} H \times \pi R^2 = \frac{7}{8} V$</p> <p>Объём воды в этом случае и есть объём усеченного конуса: $V_b = \frac{7}{8} \times 32 = 28$</p>
3	<p>700</p> <p>Если в прямоугольном параллелепипеде находится конус, основание которого вписано в основание параллелепипеда, то в основании параллелепипеда квадрат, сторона которого является диаметром основания конуса. Высоты у конуса и параллелепипеда совпадают, так что можно посчитать объём: $V = H \times D \times D = 7 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 700$</p>
4	<p>114</p> <p>Площадь поверхности конуса складывается из площади основания и площади боковой поверхности, которая представляет из себя площадь сектора круга с радиусом равным образующей конуса. Не мудрствуя лукаво, $S_{поверхности} = \pi \times l \times r + \pi \times r^2 = \pi \times 13 \text{ см} \times 6 \text{ см} + \pi \times (6 \text{ см})^2 = 78\pi + 36\pi = 114\pi$</p>
5	<p>5</p>
6	<p>10000</p> <p>Формула объема цилиндра: $V = H_{высота} \times \pi R^2$ радиус основания. Можно составить пропорцию из объемов и высот для верхнего белого цилиндра и нижнего с водой, так как основания у них одинаковые:</p>

	$V = 24 \text{ см} - 8 \text{ см}$ $5000 \text{ см}^3 - 8 \text{ см}$ $\frac{V}{5000 \text{ см}^3} = \frac{24 \text{ см} - 8 \text{ см}}{8 \text{ см}} = \frac{16 \text{ см}}{8 \text{ см}} = 2$
7	$16 = 2 \times 5000 \text{ см}^3 = 10000 \text{ см}^3$ <p>Есть хитрый метод для таких задач</p> <p>Объем конуса прямо пропорционален высоте и квадрату радиуса основания. Тем самым уменьшая высоту конуса в 4 раза, уменьшается и объем в 4 раза; увеличивая радиус основания в 2 раза, объем конуса увеличивается в 2×2 раза, т.е. в 4 раза. Видно, что из-за высоты объем конуса уменьшится в 4 раза и увеличится в 4 раза из-за радиуса. Короче говоря, никуда объем не изменится.</p>
8	<p>24</p> <p>Есть хитрый метод для таких задач. Для начала нужно повтыкать в формулу объема цилиндра: $V = H_{\text{высота}} \times \pi R^2_{\text{радиус основания}}$.</p> <p>Объем цилиндра прямо пропорционален высоте и квадрату радиуса основания. Тем самым уменьшая высоту цилиндра в 2 раза, уменьшается и объем в 2 раза; увеличивая радиус основания в 2 раза, объем цилиндра увеличивается в 2×2 раза, т.е. в 4 раза. Видно, что из-за высоты объем конуса уменьшится в 2 раза и увеличится в 4 раза из-за радиуса. Тогда получается $(V/2) \times 4 = (12/2) \times 4 = 24$</p>
9	<p>3</p> <p>Объем цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объем:</p> $V = \pi R^2 \times h = 27 \pi R^2$ <p>Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 3 раза больше и с неизвестным уровнем жидкости: $V = \pi (3R)^2 \times H = 9\pi R^2 \times H$</p> $27 \pi R^2 = 9 \pi R^2 \times H$ $H = \frac{27}{9} = 3$ <p>Т.е. уровень воды будет находиться на уровне $H = 3$</p>
10	<p>1,5</p> <p>Объем цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объем:</p> $V = \pi R^2 \times h = 6 \pi R^2$ <p>Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 2 раза больше и с неизвестным уровнем жидкости: $V = \pi (2R)^2 \times H = 4\pi R^2 \times H$</p> $6 \pi R^2 = 4 \pi R^2 \times H$ $H = \frac{6}{4} = 1,5$ <p>Т.е. уровень воды будет находиться на уровне $H = 1,5$</p>
11	<p>7</p> <p>Объем конуса равен одной третьей произведения высоты на площадь основания, а объем цилиндра - произведение высоты на площадь основания. Если же объемы равны, как в нашем случае из-за жидкости ($(1/3) \times H_{\text{конуса}} \times S_{\text{основания}} = h_{\text{цилиндра}} \times S_{\text{основания}}$), то высоты отличаются в 3 раза, потому что основания тоже равны из-за одинаковых радиусов, т.е.</p>

	<p>$(1/3) \times H_{\text{конуса}} = h_{\text{цилиндра}}$, тем самым уровень воды в цилиндре будет находиться на уровне $h_{\text{цилиндра}} = 21/3 = 7$</p>
12	<p>6</p> <p>Объем конуса равен одной третьей произведения высоты на площадь основания, а объем цилиндра - произведение высоты на площадь основания. Если же объемы равны, как в нашем случае из-за жидкости, $((1/3) \times H_{\text{конуса}} \times S_{\text{основания}} = h_{\text{цилиндра}} \times S_{\text{основания}})$, то высоты отличаются в 3 раза, потому что основания тоже равны из-за одинаковых радиусов, т.е. $(1/3) \times H_{\text{конуса}} = h_{\text{цилиндра}}$, тем самым уровень воды в цилиндре будет находиться на уровне $h_{\text{цилиндра}} = 18/3 = 6$</p>
13	<p>21,2</p> <p>По условию получается, что высота конуса это радиус шара. Тогда объем конуса</p> $V_k = \frac{1}{3} \pi R^2 \times R = \frac{1}{3} \pi R^3$ <p>Выразим куб радиуса: $R^3 = V_k \frac{3}{\pi}$</p> <p>Объем шара: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p> $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{3}{\pi} V_k = 4 V_k$ $V = 4 \times 5,3 = 21,2$
14	<p>28</p> <p>Формула объема цилиндра: $V = H_{\text{высота}} \times \pi R^2$ радиус основания. Можно составить пропорцию из объемов и высот для цилиндра целиком и цилиндра с водой, так как основания у них одинаковые:</p> $\frac{x}{40 \text{ см}^3} = \frac{7 \text{ см}}{10 \text{ см}} = \frac{7}{10}$ $x = \frac{7}{10} \times 40 \text{ см}^3 = 28 \text{ см}^3$
15	<p>21</p> <p>Объем конуса $V = \frac{1}{3} H \times \pi R^2$, где H - высота конуса и R - радиус основания.</p> <p>Объем усеченного конуса $V_y = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi (R^2 + Rr + r^2)$, где r - радиус окружности в середине конуса.</p> $\frac{H}{0,5H} = \frac{R}{r}$ $r = \frac{R}{2}$ <p>Из подобия треугольников в сечении:</p> $V_y = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi \left(R^2 + R \frac{R}{2} + \left(\frac{R}{2} \right)^2 \right) = \frac{1}{3} \times \frac{H}{2} \times \pi \frac{7}{4} R^2 = \frac{7}{24} H \times \pi R^2$ <p>Выделим теперь объем конуса: $V_y = \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} H \times \pi R^2 = \frac{7}{8} V$</p>

		$V_B = \frac{7}{8} \times 24 = 21$
16	Объем воды в этом случае и есть объем усеченного конуса: 2000	
17	6 Объем такого параллелепипеда равен $V=h \times a^2=24a^2$. Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается параллелепипед, но уже со стороной основания в 2 раза больше и с неизвестным уровнем жидкости: $V=H \times (ax2)^2=4H \times a^2$. Тогда из выражения $24a^2=4H \times a^2$ получается $H=24/4=6$.	
18	48 Объем цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга: $V= h \times \pi R^2$ Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 2 раза меньше и с неизвестной высотой: $V= H \times \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$ $h \times \pi R^2 = H \times \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$ $h \times R^2 = H \times \frac{R^2}{4}$ $H=4 \times h=4 \times 16=48$ Т.е. уровень воды будет находиться на высоте $H= 48 \text{ см}$	
19	20 Объем цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объем: $V= \pi R^2 \times h = \pi (6 \text{ см})^2 \times 5 \text{ см} = 180 \pi$ Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 2 раза меньше и с неизвестной высотой: $V= \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 H$ $180 \pi = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \times H$ $180 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times H = \frac{36}{4} \times H$ $H = 180 \times \frac{4}{36} = 20$ Т.е. уровень воды будет находиться на высоте $H= 20 \text{ см}$	
20	405 Объем цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объем: $V= \pi R^2 \times h = 45 \pi R^2$ Речь идет о жидкости, у которой объем постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 3 раза меньше и с неизвестным уровнем жидкости: $V= H \times \pi \left(\frac{R}{3}\right)^3 = \frac{1}{9} H \times \pi R^2$	

$$45 \pi R^2 = \frac{1}{9} H \times \pi R^2$$

$$H = 45 \times 9 = 405$$

21 ~~24~~ Т.е. уровень воды будет находиться на уровне $H = 405$

Объём такой призмы рассчитывается так: высота призмы помножить на площадь основания, т.е. площадь правильного треугольника. Пусть сторона треугольника a , при этом условно можно посчитать объём:

$$V = 16 \text{ см} \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Речь идет о жидкости, у которой объём постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается призма, но уже со стороной основания в 3 раза меньше и с

$$V = h \times \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4}$$

неизвестной высотой:

$$16 \text{ см} \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = h \times \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{В результате и получается: } 16 \text{ см} = h \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Т.е. уровень воды будет находиться на высоте $h = 16 \text{ см} \times 9 = 144 \text{ см}$

22 125

Объём цилиндра рассчитывается так: высота цилиндра помножить на площадь основания, т.е. площадь круга. Пока условно посчитаем объём:

$$V = \pi R^2 \times h = 5 \pi R^2$$

Речь идет о жидкости, у которой объём постоянен. Т.е. для того же объема рассчитывается цилиндр, но уже с радиусом основания в 5 раз меньше и с

$$\text{неизвестным уровнем жидкости: } V = H \times \pi \left(\frac{R}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} H \times \pi R^2$$

$$5 \pi R^2 = \frac{1}{25} H \times \pi R^2$$

$$5 = \frac{1}{25} H$$

$$H = 5 \times 25 = 125$$

Т.е. уровень воды будет находиться на уровне $H = 125$

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	

68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием темы и формулировки задания):
dasha@neznaika.pro

Источник: <http://neznaika.pro/test/math/b/125>