Математика ЕГЭ 2014
(система задач из открытого банка заданий)

Задания В12

Задачи прикладного содержания

Материалы подготовили:
Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: akoryanov@mail.ru
Надежкина Н. В. (г. Иркутск); e-mail: nadezhkina@yahoo.com

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Линейные уравнения	2
2. Линейные неравенства	3
3. Квадратичная функция	3
4. Квадратные уравнения	4
5. Квадратные неравенства	6
6. Степенные неравенства	9
7. Дробно-рациональные неравенства	11
8. Иррациональные уравнения	18
9. Иррациональные неравенства	18
10. Показательные уравнения	20
11. Показательные неравенства	20
12. Логарифмические уравнения	22
13. Логарифмические неравенства	23
14. Тригонометрические неравенства	24
15. Формулы с дискретными значениями переменных	31
Решения задач-прототипов	34
Ответы	47
Список и источники литературы	49

Элементы содержания, проверяемые заданиями В12 по кодификатору:

2.1. Уравнения.

2.2. Неравенства.

Проверяемые требования (умения) в заданиях В12 по кодификатору:

6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами.

6.3. Решать прикладные задачи физического характера.

Введение

Данное пособие является двенадцатым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению задания В12 Единого государственного экзамена по математике, или решению так называемой «задачи прикладного содержания»

Для успешного решения этого задания необходимо уметь построить несложную математическую модель некоторого физического процесса, описанного математической формулой, решить несложное уравнение или неравенство и верно интерпретировать полученный результат. В 2012 (2011) году на ЕГЭ по математике аналогичное задание верно решили 56,3% (55,2%) выпускников. То есть почти половина выпускников с данным заданием не справилась – процент верных решений этого задания один из самых низких среди всех 14 заданий части В.

Таким образом, к решению задания В12 учащихся необходимо подготовить. В качестве материала для подготовки к решению данного задания, на наш взгляд, логично и эффективно использование стройной и репрезентативной системы заданий на основе «открытого банка заданий» [2]. Данное пособие предлагает, на наш взгляд, именно такую систему заданий.

Структура пособия такова, что все задания, наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собственную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы заданий систематизированы и разделены на пятнадцать разделов. Каждый тип заданий представлен тремя аналогичными заданиями (первое из этих трех заданий и есть прототип данного типа заданий), что позволит учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю - использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых трех вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число в тройной нумерации каждого задания означает номер раздела, второе число – номер типа задания внутри этого раздела, третье число – номер задания внутри типа (или номер варианта). Для первых заданий каждого типа (прототипов) представлены решения, для всех заданий есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения заданий-прототипов представлены в конце пособия отдельно для того, чтобы в конкретном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения заданий-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем заданий для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

1. Линейные уравнения

***

1.1.1.(прототип 27953) При температуре 0 °С рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,({}^\circ C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

1.1.2.(28015) При температуре 0 °С рельс имеет длину $l_0 = 12{,}5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,({}^\circ C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

1.1.3.(41109) При температуре 0 °С рельс имеет длину $l_0 = 14$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,({}^\circ C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 2,1 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

***

1.2.1. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2 и через некоторое время достигает скорости $\upsilon = 10$ м/с. Какое расстояние к этому моменту прошел автомобиль? Ответ выразите в метрах.

Скорость υ, пройденный путь *l*, время разгона *t* и ускорение *a* связаны соотношениями: $\upsilon = at$, $l = \dfrac{at^2}{2}$.

1.2.2. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением $a = 0,2$ м/с^2 и через некоторое время достигает скорости $\upsilon = 7$ м/с. Какое расстояние к этому моменту прошел автомобиль? Ответ выразите в метрах.

Скорость υ, пройденный путь *l*, время разгона *t* и ускорение *a* связаны соотношениями: $\upsilon = at$, $l = \dfrac{at^2}{2}$.

2. Линейные неравенства

***

2.1.1.(прототип 27954) Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $\nu = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f =$ 700 000 руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - \nu) - f$. Определите наименьший месячный объем производства *q* (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

2.1.2.(28027) Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $\nu = 400$ руб., постоянные расходы предприятия $f =$ 600 000 руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - \nu) - f$. Определите наименьший месячный объем производства *q* (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500000 руб.

2.1.3.(41177) Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 400$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $\nu = 200$ руб., постоянные расходы предприятия $f =$ 500 000 руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - \nu) - f$. Определите наименьший месячный объем производства *q* (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 1000000 руб.

3. Квадратичная функция

***

3.1.1.(прототип 27955) После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время *t* падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где *h* – расстояние в метрах, *t* – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

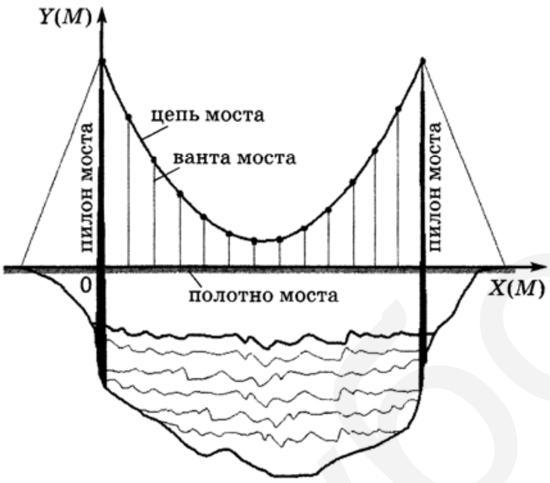
3.1.2.(28039) После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время *t* падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где *h* – расстояние в метрах, *t* – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

3.1.3.(41197) После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время *t* падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где *h* – расстояние в метрах, *t* – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

***

3.2.1. Самые красивые мосты – вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.

На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введем систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат цепь моста имеет уравнение $y = 0,0056x^2 - 0,672x + 24$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



3.2.2. Самые красивые мосты – вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.

На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введем систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат цепь моста имеет уравнение $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 50 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

3.2.3. Самые красивые мосты – вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.

На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введем систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат цепь моста имеет уравнение $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

4. Квадратные уравнения

***

4.1.1.(прототип 27959) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ $м/с^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

4.1.2.(28081) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{200}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10\ м/с^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

4.1.3.(41369) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{500}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10\ м/с^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

***

4.2.1.(прототип 27960) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин^2, и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

4.2.2.(28097) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 2$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{5000}$ м/мин^2, и $b = -\frac{1}{25}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

4.2.3.(41421) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 9$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{196}$ м/мин^2, и $b = -\frac{3}{7}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

***

4.3.1.(прототип 27965) Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $\upsilon_0 = 20\ м/с$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5\ м/с^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

4.3.2.(28147) Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $\upsilon_0 = 24\ м/с$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3\ м/с^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ выразите в секундах.

4.3.3.(41635) Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $\upsilon_0 = 30\ м/с$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4\ м/с^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S=\upsilon_0 t-\frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 112 метров. Ответ выразите в секундах.

5. Квадратные неравенства

***

5.1.1.(прототип 27956) Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q=100-10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p)=q\cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

5.1.2.(28049) Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q=170-10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p)=q\cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 700 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

5.1.3.(41311) Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q=85-5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p)=q\cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 360 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

***

5.2.1.(прототип 27957) Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1{,}6+8t-5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

5.2.2.(28065) Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1+12t-5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров?

5.2.3.(41341) Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1{,}4+14t-5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

***

5.3.1.(прототип 27958) Если достаточно быстро вращать ведерко с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P=m\left(\frac{\upsilon^2}{L}-g\right)$, где m – масса воды в килограммах, υ — скорость движения ведерка в м/с, L – длина веревки в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g=10$ $м/с^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

5.3.2.(28071) Если достаточно быстро вращать ведерко с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$P = m\left(\frac{\upsilon^2}{L} - g\right)$, где m – масса воды в килограммах, υ – скорость движения ведерка в м/с, L – длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ $м/с^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 62,5 см? Ответ выразите в м/с.

5.3.3.(41361) Если достаточно быстро вращать ведерко с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\frac{\upsilon^2}{L} - g\right)$, где m – масса воды в килограммах, υ – скорость движения ведерка в м/с, L – длина веревки в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ $м/с^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 230,4 см? Ответ выразите в м/с.

***

5.4.1.(прототип 27961) Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ $м^{-1}$, $b = 1$ – постоянные параметры, x (м) – смещение камня по горизонтали, y (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

5.4.2.(28105) Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{60}$ $м^{-1}$, $b = \frac{7}{6}$ – постоянные параметры, x (м) – смещение камня по горизонтали, y (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

5.4.3.(41471) Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{110}$ $м^{-1}$, $b = \frac{13}{11}$ – постоянные параметры, x (м) – смещение камня по горизонтали, y (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 19 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

***

5.5.1.(прототип 27962) Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин^2, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

5.5.2.(28113) Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1350$ К, $a = -7{,}5$ К/мин^2, $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

5.5.3.(41497) Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1320$ К, $a = -20$ К/мин^2, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

***

5.6.1.(прототип 27963) Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \dfrac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

5.6.2.(28125) Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \dfrac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 75^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 10^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 2250°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

5.6.3.(41525) Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \dfrac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 45^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 4050°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

***

5.7.1.(прототип 27964) Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $\upsilon_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ $км/ч^2$. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

5.7.2.(28137) Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $\upsilon_0 = 40$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 64$ $км/ч^2$. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением

$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ выразите в минутах.

5.7.3.(41567) Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $\upsilon_0 = 86$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16\ км/ч^2$. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 22 км от города. Ответ выразите в минутах.

***

5.8.1.(прототип 27966) Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см^2, дается формулой $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг·см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

5.8.2.(41461) Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 18$ кг и радиуса $R = 5$ см, и двух боковых с массами $M = 7$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см^2, дается формулой $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 925 кг·см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

5.8.3.(41691) Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 13$ кг и радиуса $R = 4$ см, и двух боковых с массами $M = 9$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см^2, дается формулой $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 545 кг·см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

6. Степенные неравенства

***

6.1.1.(прототип 27987) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $\upsilon^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 1 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 5000 км/ч^2. Ответ выразите в км/ч.

6.1.2.(28385) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $\upsilon^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 0,4 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 32000 км/ч^2. Ответ выразите в км/ч.

6.1.3.(28391) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $\upsilon^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 0,8 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 6250 км/ч^2. Ответ выразите в км/ч.

***

6.2.1.(прототип 27967) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ $кг/м^3$ — плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

6.2.2.(28173) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ $кг/м^3$ — плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 153125 Н? Ответ выразите в метрах.

6.2.3.(41741) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ $кг/м^3$ — плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 321126,4 Н? Ответ выразите в метрах.

***

6.3.1.(прототип 27968) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4{,}2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ $кг/м^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

6.3.2.(28183) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4{,}2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ $кг/м^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 42000 Н? Ответ выразите в метрах.

6.3.3.(41791) На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:

$F_A = \alpha\rho gr^3$, где $\alpha = 4{,}2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ *кг / м*^{3} – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 2491398 Н? Ответ выразите в метрах.

***

6.4.1.(прототип 27969) Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5{,}7\cdot10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16}\cdot10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $9{,}12\cdot10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

6.4.2.(28193) Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5{,}7\cdot10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{125}\cdot10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $4{,}56\cdot10^{26}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

6.4.3.(41843) Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5{,}7\cdot10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{27}\cdot10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $1{,}71\cdot10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

7. Дробно-рациональные неравенства

***

7.1.1.(прототип 27970) Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

7.1.2.(28205) Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 50$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 55 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 260 до 300 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

7.1.3.(41895) Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 80$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 330 до 350 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 80 до 105 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

***

7.2.1.(прототип 27971) Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(\upsilon)=\frac{f_0}{1-\frac{\upsilon}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

7.2.2.(41921) Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 195$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(\upsilon)=\frac{f_0}{1-\frac{\upsilon}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются более чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 320$ м/с. Ответ выразите в м/с.

7.2.3.(41995) Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 593$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(\upsilon)=\frac{f_0}{1-\frac{\upsilon}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются более чем на 7 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

***

7.3.1.(прототип 27972) По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

7.3.2.(28227) По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 4$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

7.3.3.(41987) По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 3$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 25% от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

***

7.4.1.(прототип 27973) Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I=\frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

7.4.2.(28237) Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I=\frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 25 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

7.4.3.(41997) Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I=\frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 3,2 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

***

7.5.1.(прототип 27974) Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2-\omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p=360c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в c^{-1}.

7.5.2.(28245) Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2-\omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p=300c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 80%. Ответ выразите в c^{-1}.

7.5.3.(42049) Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2-\omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p=338c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 5,625%. Ответ выразите в c^{-1}.

***

7.6.1.(прототип 27975) В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1=90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

7.6.2.(28257) В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 72$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 8 Ом. Ответ выразите в омах.

7.6.3.(42109) В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 32$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ выразите в омах.

***

7.7.1.(прототип 27976) Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

7.7.2.(28267) Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 25%, если температура холодильника $T_2 = 276$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

7.7.3.(54797) Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 40%, если температура холодильника $T_2 = 360$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

***

7.8.1.(прототип 27977) Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_в$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) – теплоёмкость воды, $q_{др} = 8{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 83$ кг воды от $10^\circ C$ до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

7.8.2.(28277) Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_в$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды, $q_{др} = 8{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 80$ кг воды от $17^\circ C$ до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 14%. Ответ выразите в килограммах.

7.8.3.(42207) Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_в$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды, $q_{др} = 8{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 249$ кг воды от $30^\circ C$ до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 18%. Ответ выразите в килограммах.

***

7.9.1.(прототип 27978) Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

7.9.2.(28289) Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1500$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 15$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 200 кПа. Ответ выразите в метрах.

7.9.3.(42255) Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1400$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 14$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 250 кПа. Ответ выразите в метрах.

***

7.10.1.(прототип 27979) К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \dfrac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в омах.

7.10.2.(28299) К источнику с ЭДС $\varepsilon = 180$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \dfrac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 170 В? Ответ выразите в омах.

7.10.3.(42311) К источнику с ЭДС $\varepsilon = 75$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}4$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \dfrac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 60 В? Ответ выразите в омах.

***

7.11.1.(прототип 27980) При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \dfrac{c+u}{c-\upsilon}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $\upsilon = 15$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике f будет не менее 160 Гц?

7.11.2.(28313) При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 120$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \dfrac{c+u}{c-\upsilon}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 17$ м/с и $\upsilon = 12$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике f будет не менее 130 Гц?

7.11.3.(42379) При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \dfrac{c+u}{c-\upsilon}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 5$ м/с и $\upsilon = 9$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике f будет не менее 180 Гц?

***

7.12.1.(прототип 27981) Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $\upsilon = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов (в МГц), f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

7.12.2.(28321) Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 187 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $\upsilon = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов (в МГц), f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 4 м/с. Ответ выразите в МГц.

7.12.3.(42437) Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 396 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $\upsilon = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов (в МГц), f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 15 м/с. Ответ выразите в МГц.

***

7.13.1.(прототип 27988) Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \dfrac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

7.13.2(28401) Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \dfrac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 300$ кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 25000 Па. Ответ выразите в метрах.

7.13.3.(42689) Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \dfrac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1350$ кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 200000 Па. Ответ выразите в метрах.

***

7.14.1.(прототип 27989) Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \dfrac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

7.14.2.(28409) Автомобиль, масса которого равна $m = 2000$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \dfrac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 1500 Н. Ответ выразите в секундах.

7.14.3.(42739) Автомобиль, масса которого равна $m = 1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 300$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 1440 Н. Ответ выразите в секундах.

8. Иррациональные уравнения

***

8.1.1.(прототип 263802) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах.

8.1.2.(263807) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 6,4 километра? Ответ выразите в километрах.

8.1.3.(263861) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 28 километров? Ответ выразите в километрах.

***

8.2.1.(прототип 27985) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

8.2.2.(28365) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

8.2.3.(42635) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 48 километров?

9. Иррациональные неравенства

***

9.1.1.(прототип 27986) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

9.1.2.(28377) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 3,2 километров. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 10 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 9,6 километров?

9.1.3.(42665) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 12 километров. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 44 километров?

***

9.2.1.(прототип 27984) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах.

9.2.2.(28355) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 16 километров? Ответ выразите в метрах.

9.2.3.(42565) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 192 километров? Ответ выразите в метрах.

***

9.3.1.(прототип 27982) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a *км/ч*^{2}, вычисляется по формуле $\upsilon=\sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

9.3.2.(28333) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a *км/ч*^{2}, вычисляется по формуле $\upsilon=\sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

9.3.3.(42483) Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a *км/ч*^{2}, вычисляется по формуле $\upsilon=\sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,7 километра, приобрести скорость не менее 105 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

***

9.4.1.(прототип 27983) При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м – длина покоящейся ракеты, $c = 3\cdot 10^5$ км/с – скорость света, а υ – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

9.4.2.(28343) При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$, где $l_0 = 75$ м – длина покоящейся ракеты, $c = 3\cdot 10^5$ км/с – скорость света, а υ – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 21 м? Ответ выразите в км/с.

9.4.3.(42519) При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$, где $l_0 = 85$ м – длина покоящейся ракеты, $c = 3\cdot 10^5$ км/с – скорость света, а υ – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 68 м? Ответ выразите в км/с.

10. Показательные уравнения

***

10.1.1.(прототип 27991) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин.) – время, прошедшее от начального момента, T (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 40$ мг. Период его полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

10.1.2.(28433) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин.) – время, прошедшее от начального момента, T (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 20$ мг. Период его полураспада $T = 2$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 2,5 мг?

10.1.3.(42837) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин.) – время, прошедшее от начального момента, T (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 188$ мг. Период его полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 47 мг?

11. Показательные неравенства

***

11.1.1. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа натрия-24, период полураспада которого $T = 15$ ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

11.1.2. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

11.1.3. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа *Z*, период полураспада которого $T = 3$ мин. Через какое время после начала распада масса изотопа станет меньше 3 мг?

***

11.2.1.(прототип 27990) При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = const$, где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $const = 10^5$ $Па \cdot м^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3{,}2 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

11.2.2.(28419) При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = const$, где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $const = 2{,}56 \cdot 10^6$ $Па \cdot м^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $6{,}25 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

11.2.3.(42787) При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = const$, где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $const = 1{,}2 \cdot 10^8$ $Па \cdot м^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3{,}75 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

***

11.3.1.(прототип 27992) Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) – давление в газе, V – объем газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

11.3.2.(28443) Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) – давление в газе, V – объем газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вчетверо объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 8 раз?

11.3.3.(42869) Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) – давление в газе, V – объем газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение в 3 раза объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 27 раз?

***

11.4.1.(прототип 27993) Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = const$, где p (атм.) – давление в газе, V – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

11.4.2.(28455) Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = const$, где p (атм.) – давление в газе, V – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 11,2 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

11.4.3.(42963) Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = const$, где p (атм.) – давление в газе, V – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 243,2 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

12. Логарифмические уравнения

***

12.1.1.(прототип 27995) Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20^\circ C$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 60^\circ C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(^\circ C)$, причем $x = \alpha \dfrac{cm}{\gamma} \log_2 \dfrac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200\ \dfrac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 21\ \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

12.1.2.(28481) Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20^\circ C$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 100^\circ C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,2$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(^\circ C)$, причем $x = \alpha \dfrac{cm}{\gamma} \log_2 \dfrac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200\ \dfrac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 42\ \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ – постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м?

12.1.3.(43049) Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 15^\circ C$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 91^\circ C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,6$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(^\circ C)$, причем $x = \alpha \dfrac{cm}{\gamma} \log_2 \dfrac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200\ \dfrac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 28\ \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,8$ – постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 144 м?

***

12.2.1.(прототип 27996) Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\upsilon = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \upsilon T \log_2 \dfrac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

12.2.2.(28489) Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\upsilon = 2$ моля воздуха объемом $V_1 = 18$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T\log_2\frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 9{,}15$ постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10980 Дж?

12.2.3.(43097) Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\upsilon = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 14$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T\log_2\frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 11{,}6$ постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 27840 Дж?

13. Логарифмические неравенства

***

13.1.1.(прототип 27994) Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5\cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

13.1.2.(28463) Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 4\cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 28 с?

13.1.3.(42999) Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 8\cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 14$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}3$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 83,2 с?

***

13.2.1.(прототип 27997) Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T\log_2\frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 5{,}75$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2 (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

13.2.2.(28503) Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 5$ молей воздуха при давлении $p_1 = 1{,}1$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 11{,}5$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2 (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 34500 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

13.2.3.(43143) Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 3$ молей воздуха при давлении $p_1 = 2{,}1$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 12{,}9$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2 (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 34830 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

14. Тригонометрические неравенства

***

14.1.1.(прототип 27998) Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $\upsilon_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

14.1.2.(28519) Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 1,9 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $\upsilon_0 = 19$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

14.1.3.(43175) Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 2,6 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $\upsilon_0 = 13$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

***

14.2.1.(прототип 27999) Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н · м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 2A$ – сила тока в рамке, $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл – значение индукции магнитного поля, $l = 0{,}5$ м – размер рамки, $N = 1000$ – число витков провода в рамке, α – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 0,75 Н $\cdot$ м?

14.2.2.(28531) Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н $\cdot$ м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 3A$ – сила тока в рамке, $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл – значение индукции магнитного поля, $l = 0,5$ м – размер рамки, $N = 600$ – число витков провода в рамке, α – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 0,9 Н $\cdot$ м?

14.2.3.(43231) Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н $\cdot$ м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 8A$ – сила тока в рамке, $B = 7 \cdot 10^{-3}$ Тл – значение индукции магнитного поля, $l = 0,3$ м – размер рамки, $N = 250$ – число витков провода в рамке, α – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 0,63 Н $\cdot$ м?

***

14.3.1.(прототип 28000) Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / c$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

14.3.2.(28543) Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ / c$, фаза $\varphi = 45^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

14.3.3.(28565) Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 240^\circ / c$, фаза $\varphi = -120^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

***

14.4.1.(прототип 28002) Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $\upsilon = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля

$B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_л = q\upsilon B \sin\alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_л$ была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

14.4.2.(28567) Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $\upsilon = 6$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 6 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_л = q\upsilon B \sin\alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_л$ была не менее, чем $9 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

14.4.3.(43273) Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $\upsilon = 3$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_л = q\upsilon B \sin\alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_л$ была не менее, чем $6 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

***

14.5.1.(прототип 28003) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{\upsilon_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $\upsilon_0 = 20$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

14.5.2.(28577) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{\upsilon_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $\upsilon_0 = 16$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 2,2 м на расстоянии 1 м?

14.5.3.(43297) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{\upsilon_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $\upsilon_0 = 8$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 0,6 м на расстоянии 1 м?

***

14.6.1.(прототип 28004) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле

$L = \frac{\upsilon_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $\upsilon_0 = 20$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

14.6.2.(28589) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{\upsilon_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $\upsilon_0 = 13$ м/с – начальная скорость мяча, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мяч перелетит реку шириной 8,45 м?

14.6.3.(43333) Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{\upsilon_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $\upsilon_0 = 12$ м/с – начальная скорость мяча, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мяч перелетит реку шириной 14,4 м?

***

14.7.1.(прототип 28005) Плоский замкнутый контур площадью $S = 0{,}5$ м^2 находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS\cos\alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл/с – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В?

14.7.2.(28599) Плоский замкнутый контур площадью $S = 4$ м^2 находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS\cos\alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 3 \cdot 10^{-4}$ Тл/с – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $6 \cdot 10^{-4}$ В?

14.7.3.(43355) Плоский замкнутый контур площадью $S = 0{,}625$ м^2 находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS\cos\alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 16 \cdot 10^{-4}$ Тл/с – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $5 \cdot 10^{-4}$ В?

***

14.8.1.(прототип 28006) Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

14.8.2.(28617) Трактор тащит сани с силой $F = 70$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 100$ м вычисляется по формуле $A = FS\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 3500 кДж?

14.8.3.(43473) Трактор тащит сани с силой $F = 30$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 160$ м вычисляется по формуле $A = FS\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2400 кДж?

***

14.9.1.(прототип 28007) Трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $\upsilon = 3$ м/с равна $N = F\upsilon\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?

14.9.2.(28627) Трактор тащит сани с силой $F = 32$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $\upsilon = 5$ м/с равна $N = F\upsilon\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 80 кВт?

14.9.3.(43493) Трактор тащит сани с силой $F = 90$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $\upsilon = 4$ м/с равна $N = F\upsilon\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 180 кВт?

***

14.10.1.(прототип 28008) При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d\sin\varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

14.10.2.(43523) При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d\sin\varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать 2-й максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1000 нм?

14.10.3.(43497) При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 750$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d\sin\varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать 3-й максимум на решетке с периодом, не превосходящим 4500 нм?

***

14.11.1.(прототип 28009) Два тела массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $\upsilon = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = m\upsilon^2\sin^2\alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

14.11.2.(28643) Два тела массой $m = 3$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $\upsilon = 12$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = m\upsilon^2\sin^2\alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 108 джоулей?

14.11.3.(43737) Два тела массой $m = 10$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $\upsilon = 5$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = m\upsilon^2\sin^2\alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 250 джоулей?

***

14.12.1.(прототип 28010) Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0{,}5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctg\alpha$, где α – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

14.12.2.(28657) Катер должен пересечь реку шириной $L = 90$ м и со скоростью течения $u = 1{,}5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctg\alpha$, где α – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 60 с?

14.12.3.(43795) Катер должен пересечь реку шириной $L = 49$ м и со скоростью течения $u = 0{,}7$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctg\alpha$, где α – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 70 с?

***

14.13.1.(прототип 28011) Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $\upsilon = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M}\upsilon\cos\alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг – масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

14.13.2.(28665) Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $\upsilon = 4$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M}\upsilon\cos\alpha \text{ (м/с)},$$

где $m = 75$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 300$ кг – масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,4 м/с?

14.13.3.(43825) Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $\upsilon = 3{,}6$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M}\upsilon\cos\alpha \text{ (м/с)},$$

где $m = 70$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 350$ кг – масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,3 м/с?

***

14.14.1.(прототип 28012) Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t) = 0{,}5\sin\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.14.2.(28675) Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t)=1,5\sin\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E=\frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $9\cdot10^{-2}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.14.3.(43873) Груз массой 0,8 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t)=0,9\sin\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E=\frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $1,62\cdot10^{-1}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

***

14.15.1.(прототип 28013) Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t)=0,5\cos\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E=\frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.15.2.(28691) Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t)=1,5\cos\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E=\frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $9\cdot10^{-2}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.15.3.(43921) Груз массой 0,25 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $\upsilon(t)=1,6\cos\pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E=\frac{m\upsilon^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), υ – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $2,4\cdot10^{-1}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

***

14.16.1.(прототип 28014) Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $\upsilon(t)=5\sin\pi t$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.16.2.(28697) Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $\upsilon(t)=7\sin\frac{\pi t}{4}$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 3,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

14.16.3.(43971) Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $\upsilon(t)=6\sin\frac{\pi t}{3}$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 3 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

15. Формулы с дискретными значениями переменных

15.1.1.(прототип 317096) Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от –2 до 2.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность – вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 30?

15.1.2.(317099) Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от -3 до 3.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность – вчетверо дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{2In + Op + 4Tr}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 10?

15.1.3.(317185) Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от 1 до 6.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность – вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 1?

***

15.2.1.(прототип 319859) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

15.2.2.(319861) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от –2 до 2.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 9?

15.2.3.(319955) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R=\frac{2In+Op+3Tr+Q}{A}.$$

Каким должно быть число *A*, чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 5?

***

15.3.1.(прототип 319860) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности *In*, оперативности *Op*, объективности публикаций *Tr*, а также качества сайта *Q*. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от –2 до 2.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R=\frac{5In+Op+3Tr+Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число *A*, при котором это условие будет выполняться.

15.3.2.(319961) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности *In*, оперативности *Op*, объективности публикаций *Tr*, а также качества сайта *Q*. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций – впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R=\frac{5In+Op+4Tr+Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число *A*, при котором это условие будет выполняться.

15.3.3.(319995) Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности *In*, оперативности *Op*, объективности публикаций *Tr*, а также качества сайта *Q*. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций – втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R=\frac{3In+Op+4Tr+Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число *A*, при котором это условие будет выполняться.

***

15.4.1.(прототип 317097) Рейтинг *R* интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R=r_{\text{пок}}-\frac{r_{\text{пок}}-r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,9, а оценка экспертов равна 0,35.

15.4.2.(317199) Рейтинг *R* интернет-магазинов вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 20, их средняя оценка равна 0,2, а оценка экспертов равна 0,48.

15.4.3.(317263) Рейтинг R интернет-магазинов вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,8, а оценка экспертов равна 0,47.

***

15.5.1.(прототип 317098) Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 20, их средняя оценка равна 0,65, а оценка экспертов равна 0,37.

15.5.2.(317323) Рейтинг R интернет-магазинов вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 30, их средняя оценка равна 0,8, а оценка экспертов равна 0,18.

15.5.3.(317333) Рейтинг R интернет-магазинов вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)\dfrac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,45, а оценка экспертов равна 0,27.

Решения задач-прототипов

1. Линейные уравнения

1.1.1. *Решение.* По условию задачи рельс удлинится на $3\,\text{мм} = 0{,}003\,\text{м}$, поэтому выполняется равенство

$$10{,}003 = 10\left(1 + 1{,}2\cdot 10^{-5}\cdot t^\circ\right).$$

Найдем t° как корень уравнения:

$$10{,}003 = 10 + 1{,}2\cdot 10^{-4}\cdot t^\circ;$$

$$3\cdot 10^{-3} = 1{,}2\cdot 10^{-4}\cdot t^\circ;$$

$$t^\circ = \frac{30\cdot 10^{-4}}{1{,}2\cdot 10^{-4}};\quad t^\circ = 25.$$

Ответ: 25.

1.2.1. *Решение.* Найдем время из уравнения $10 = 0{,}2t$, $t = 50$. Пройденный путь равен $l = \dfrac{0{,}2\cdot 50^2}{2} = 250$.

Ответ: 250.

2. Линейные неравенства

2.1.1. *Решение.* По условию задачи месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб., поэтому выполняется неравенство $\pi(q) \ge 300000$ или $q(p - \nu) - f \ge 300000$. С учетом того, что $p = 500$ руб., $\nu = 300$ руб., $f =$ 700 000 руб., получаем

$$q(500 - 300) - 700000 \ge 300000;$$

$$200q \ge 1000000;\quad q \ge 5000.$$

Наименьшее решение неравенства $q = 5000$.

Ответ: 5000.

3. Квадратичная функция

3.1.1. *Решение.* Если уровень воды в колодце поднимется, то время падения камешков уменьшится на 0,2 с и станет равным $0{,}6 - 0{,}2 = 0{,}4$ (с). Расстояние до воды до дождя составляет $h = 5\cdot 0{,}6^2 = 5\cdot 0{,}36 = 1{,}8$ (м), расстояние до воды после дождя составит $h = 5\cdot 0{,}4^2 = 5\cdot 0{,}16 = 0{,}8$ (м). Следовательно, уровень воды должен подняться на $1{,}8 - 0{,}8 = 1$ (м).

Ответ: 1.

3.2.1. *Решение.* Найдем значение данной функции при $x = 100$:

$$y(100) = 0{,}0056\cdot 100^2 - 0{,}672\cdot 100 + 24 =$$
$$= 56 - 67{,}2 + 24 = 12{,}8.$$

Ответ: 12,8.

4. Квадратные уравнения

4.1.1. *Решение.* Если в баке останется четверть первоначального объема воды, то высота столба воды составит $H(t) = \dfrac{1}{4}\cdot 20 = 5$ (м). Найдем t из уравнения $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}\,kt + \dfrac{g}{2}k^2t^2$. Подставляя числовые значения $H_0 = 20$ м, $k = \dfrac{1}{50}$, $g = 10\ м/с^2$ в уравнение, получим $20 - \sqrt{2\cdot 10\cdot 20}\cdot\dfrac{1}{50}t + \dfrac{10}{2}\left(\dfrac{1}{50}\right)^2 t^2 = 5$ или $\left(\dfrac{t}{50}\right)^2 - 4\cdot\left(\dfrac{t}{50}\right) + 3 = 0$. Сделаем замену переменной $x = \dfrac{t}{50}$, уравнение примет вид $x^2 - 4\cdot x + 3 = 0$. Корни данного уравнения $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$, тогда, возвращаясь к переменной t, получим $\left[\begin{array}{l} t = 50 \\ t = 150 \end{array}\right.$. Возвращаясь к физическому смыслу задачи, делаем вывод, что четверть первоначального объема воды в баке останется через 50 секунд после открытия крана.

Ответ: 50.

4.2.1. *Решение.* Если вся вода вытечет из бака, то высота столба воды составит $H(t) = 0$ м. Найдем t из уравнения $at^2 + bt + H_0 = 0$. Подставляя числовые значения $H_0 = 4$ м, $a = \dfrac{1}{100}$ м/мин^2 и $b = -\dfrac{2}{5}$ м/мин в уравнение, получим:

$$\frac{1}{100}t^2 - \frac{2}{5}t + 4 = 0;$$

$$t^2 - 40t + 400 = 0;$$

$$(t-20)^2=0;\quad t=20.$$

Таким образом, вода будет вытекать из бака в течение 20 минут.
Ответ: 20.

4.3.1. *Решение.* По условию задачи от момента начала торможения автомобиль проехал 30 метров, поэтому выполняется равенство $S=30$ или $\upsilon_0 t-\frac{at^2}{2}=30$. Подставляя числовые значения $\upsilon_0=20\ м/с$ и $a=5\ м/с^2$ в уравнение, получим $20t-\frac{5t^2}{2}=30$, или $t^2-8t+12=0$. Корни данного уравнения $\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=6 \end{array}\right.$. Возвращаясь к физическому смыслу задачи, делаем вывод, что время, прошедшее от момента начала торможения, с учетом того, что за это время автомобиль проехал 30 метров, составило 2 с.
Ответ: 2.

5. Квадратные неравенства

5.1.1. *Решение.* По условию задачи месячная выручка составит не менее 240 тыс. руб., поэтому выполняется неравенство $r(p)\ge 240$, $q\cdot p\ge 240$ или $(100-10p)\cdot p\ge 240$. Решим это неравенство:

$$p^2-10p+24\le 0;$$
$$(p-6)(p-4)\le 0;$$
$$4\le p\le 6.$$

Итак, наибольшая цена 6 тыс. руб.
Ответ: 6.

5.2.1. *Решение.* По условию задачи мяч будет находиться на высоте не менее трех метров, поэтому выполняется неравенство $h(t)\ge 3$ или $1,6+8t-5t^2\ge 3$. Решим это неравенство:

$$5t^2-8t+1,4\le 0;$$
$$5(t-1,4)(t-0,2)\le 0;$$
$$0,2\le t\le 1,4..$$

Таким образом, мяч находился на высоте не менее трех метров с момента времени $t=0,2$ с до момента времени $t=1,4$ с, или в течение $1,4-0,2=1,2$ (с).
Ответ: 1,2.

5.3.1. *Решение.* Согласно условию задачи выполняется неравенство $P\ge 0$ или $m\left(\frac{\upsilon^2}{L}-g\right)\ge 0$. С учетом того, что $g=10\ м/с^2$, $L=0,4$ м и $m>0$ неравенство примет вид $\frac{\upsilon^2}{0,4}-10\ge 0$ или $\upsilon^2\ge 4$. Так как из физического смысла задачи следует условие $\upsilon>0$, то неравенство примет вид $\upsilon\ge 2$. Наименьшее решение неравенства $\upsilon=2$ (м/с).
Ответ: 2.

5.4.1. *Решение.* По условию задачи высота камня над землей y будет составлять не менее 9 метров, поэтому выполняется неравенство $y\ge 9$ или $ax^2+bx\ge 9$. С учетом того, что $a=-\frac{1}{100}\ м^{-1}$ и $b=1$, неравенство примет вид $-\frac{1}{100}x^2+x\ge 9$ или $x^2-100x+900\le 0$. Отсюда $10\le x\le 90$. Наибольшее решение $x=90$. Таким образом, камнеметательную машину нужно расположить на расстоянии 90 метров от крепостной стены.
Ответ: 90.

5.5.1. *Решение.* Очевидно, прибор будет работать при $T(t)\le 1760$ (К) или $T_0+bt+at^2\le 1760$. С учетом того, что $T_0=1400$ К, $a=-10$ К/мин^2, $b=200$ К/мин неравенство примет вид $1400+200t-10t^2\le 1760$ или $t^2-20t+36\ge 0$. По смыслу задачи множество решений этого неравенства: $[0;2]\cup[18;+\infty)$. Нагреватель нужно отключить в момент времени $t=2$ мин.
Ответ: 2.

5.6.1. *Решение.* Рабочий может не проверять ход намотки кабеля до того момента, когда угол намотки $\varphi \le 1200°$ или $\omega t + \frac{\beta t^2}{2} \le 1200$. С учетом того, что $\omega = 20^{\circ}/\text{мин}$, $\beta = 4^{\circ}/\text{мин}^2$, неравенство примет вид $20t + \frac{4t^2}{2} \le 1200$ или $t^2 + 10t - 600 \le 0$. По смыслу задачи множество решений этого неравенства: $[0; 20]$. Рабочий должен проверить работу лебедки не позже, чем через 20 минут после начала ее работы.
Ответ: 20.

5.7.1. *Решение.* Мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи пока $S \le 30$ или $\upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} \le 30$. С учетом того, что $\upsilon_0 = 57$ км/ч, $a = 12\ \text{км}/\text{ч}^2$, неравенство примет вид $57t + \frac{12t^2}{2} \le 30$ или $2t^2 + 19t - 10 \le 0$. По смыслу задачи множество решений этого неравенства: $[0; 0,5]$. Мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи в течение 0,5 часа или 30 минут.
Ответ: 30.

5.8.1. *Решение.* По условию задачи момент инерции катушки относительно оси вращения не превышает предельного значения 625 кг·см^2, поэтому выполняется неравенство $I \le 625$ или $\frac{(m+2M)R^2}{2} + M\left(2Rh + h^2\right) \le 625$. С учетом того, что $m = 8$ кг, $R = 10$ см, $M = 1$ кг, неравенство примет вид $\frac{(8+2\cdot 1)10^2}{2} + 1\cdot\left(2\cdot 10\cdot h + h^2\right) \le 625$ или $h^2 + 20h - 125 \le 0$. По смыслу задачи множество решений этого неравенства: $[0; 5]$. Момент инерции катушки относительно оси вращения не превышает предельного значения 625 кг·см^2 при максимальном $h = 5$ см.
Ответ: 5.

6. Степенные неравенства

6.1.1. *Решение.* По условию задачи ускорение автомобиля не меньше 5000 км/ч^2, поэтому выполняется неравенство $a \ge 5000$. Используя формулу $\upsilon^2 = 2la$, получаем $\upsilon^2 = 2la \ge 2\cdot 1\cdot 5000$ или $\upsilon^2 \ge 10000$. Учитывая условие $\upsilon \ge 0$, получаем $\upsilon \ge 100$. Таким образом, наименьшая скорость, с которой будет двигаться автомобиль, равна 100 км/ч.
Ответ: 100.

6.2.1. *Решение.* По условию задачи выталкивающая сила при погружении аппарата не больше, чем 78400 Н, поэтому выполняется неравенство $F_A \le 78400$ или $\rho g l^3 \le 78400$. С учетом того, что $\rho = 1000\ \text{кг}/\text{м}^3$ и $g = 9,8$ Н/кг, неравенство примет вид $1000\cdot 9,8\cdot l^3 \le 78400$; $l^3 \le 8$; $l \le 2$. Таким образом, максимальная длина ребра куба равна 2 м.
Ответ: 2.

6.3.1. *Решение.* По условию задачи выталкивающая сила при погружении аппарата не больше, чем 336000 Н, поэтому выполняется неравенство $F_A \le 336000$ или $\alpha\rho g r^3 \le 336000$. С учетом того, что $\alpha = 4,2$, $\rho = 1000\ \text{кг}/\text{м}^3$, $g = 10$ Н/кг, неравенство примет вид $4,2\cdot 1000\cdot 10\cdot r^3 \le 336000$, $r^3 \le 8$, $r \le 2$. Таким образом, максимальный радиус аппарата равен 2 м.
Ответ: 2.

6.4.1. *Решение.* По условию задачи излучаемая звездой мощность не менее $9,12\cdot 10^{25}$ Вт, поэтому выполняется неравенство $P \ge 9,12\cdot 10^{25}$ или $\sigma S T^4 \ge 9,12\cdot 10^{25}$. С учетом того, что $\sigma = 5,7\cdot 10^{-8}$ и $S = \frac{1}{16}\cdot 10^{20}$ м^2, неравенство примет вид

$$5,7\cdot 10^{-8}\cdot \frac{1}{16}\cdot 10^{20}\cdot T^4 \ge 9,12\cdot 10^{25}.$$

Преобразуем это неравенство:

$$T^4 \ge \frac{9,12\cdot 10^{25}\cdot 16}{5,7\cdot 10^{-8}\cdot 10^{20}};\ T^4 \ge 16\cdot 16\cdot 10^{12};$$

$$T^4 \ge \left(4\cdot 10^3\right)^4.$$

Учитывая условие $T>0$, получаем $T\ge 4\cdot 10^3$. Таким образом, наименьшая возможная температура звезды равна 4000 К.

Ответ: 4000.

7. Дробно-рациональные неравенства

7.1.1. *Решение.* Из формулы $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$ при $f=30$ выразим d_1:

$$\frac{1}{d_1}=\frac{1}{30}-\frac{1}{d_2};\ d_1=1:\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{d_2}\right).$$

Теперь оценим величину d_1. Наименьшее расстояние d_1 будет достигаться при наибольшем значении разности $\frac{1}{30}-\frac{1}{d_2}$. Разность $\frac{1}{30}-\frac{1}{d_2}$ достигает наибольшего значения при наименьшем значении дроби $\frac{1}{d_2}$. Дробь $\frac{1}{d_2}$ достигает наименьшего значения при наибольшем значении d_2, то есть при $d_2=180$.

Найдем искомое значение $d_1=1:\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{180}\right)=1:\frac{1}{36}=36\,(\text{см})$.

Ответ: 36.

7.2.1. *Решение.* По условию задачи выполняется неравенство $f(\upsilon)\ge 450$ или $\frac{f_0}{1-\frac{\upsilon}{c}}\ge 450$. С учетом того, что $f_0=440$ Гц и $c=315$ м/с, неравенство примет вид $\frac{440}{1-\frac{\upsilon}{315}}\ge 450$. Так как $1-\frac{\upsilon}{315}>0$, то имеем

$$440\ge 450\left(1-\frac{\upsilon}{315}\right);\ 1-\frac{\upsilon}{315}\le\frac{44}{45};$$

$$\frac{\upsilon}{315}\le\frac{1}{45};\quad \upsilon\le 7.$$

Наименьшее решение данного неравенства $\upsilon=7$. Таким образом, тепловоз приближался к платформе с минимальной скоростью 7 м/с.

Ответ: 7.

7.3.1. *Решение.* По условию задачи сила тока I будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз}$, поэтому выполняется неравенство $I\le\frac{20}{100}I_{кз}$ или $\frac{\varepsilon}{R+r}\le\frac{\varepsilon}{5r}$. С учетом того, что $r=1$ Ом и $\varepsilon>0$, получим неравенство $\frac{1}{R+1}\le\frac{1}{5}$. Так как $R+1>0$, то имеем $R+1\ge 5$ или $R\ge 4$. Наименьшее решение неравенства $R=4$.
Следовательно, сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания при наименьшем сопротивлении цепи $R=4$ Ом.

Ответ: 4.

7.4.1. *Решение.* Чтобы предохранитель не расплавился, сила тока в цепи I не должна превышать 4 А. Поэтому выполняется неравенство $I\le 4$ или $\frac{U}{R}\le 4$. С учетом того, что $U=220$ В, неравенство примет вид $\frac{220}{R}\le 4$. Так как $R>0$, то имеем $R\ge\frac{220}{4}$ или $R\ge 55$. Следовательно, минимальное сопротивление электроприбора 55 Ом.

Ответ: 55.

7.5.1. *Решение.* По условию задачи амплитуда колебаний должна превосходить величину A_0 не более чем на 12,5%, поэтому выполняется неравенство

$$A_0 \le A(\omega) \le 1{,}125A_0 \text{ или}$$

$$A_0 \le \frac{A_0\omega_p^2}{\omega_p^2-\omega^2} \le 1{,}125A_0.$$

С учетом того, что $\omega_p = 360c^{-1}$ и $A_0 > 0$, неравенство примет вид $1 \le \frac{360^2}{360^2-\omega^2} \le 1{,}125$. Решим это неравенство при условиях $360^2-\omega^2>0$ и $\omega>0$.

$$360^2-\omega^2 \ge \frac{360^2}{1{,}125};\ \omega^2 \le 360^2-\frac{360^2}{1{,}125};$$

$$\omega^2 \le 360^2\left(1-\frac{1}{1{,}125}\right);\ \omega^2 \le \left(\frac{360}{3}\right)^2;$$

$$\omega^2 \le (120)^2; \qquad \omega \le 120.$$

Наибольшее решение неравенства $\omega=120$. Следовательно, максимальная частота $\omega=120\ c^{-1}$.

Ответ: 120.

7.6.1. *Решение.* По условию задачи для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом, поэтому выполняется неравенство $R \ge 9$ или $\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2} \ge 9$.

Так как $R_1>0$, $R_2>0$ и $R_1=90$ Ом, то имеем:

$$\frac{90R_2}{90+R_2} \ge 9;\ 90R_2 \ge 9\cdot(90+R_2);$$

$$81R_2 \ge 810;\ R_2 \ge 10.$$

Наименьшее решение неравенства $R_2=10$. Следовательно, наименьшее возможное сопротивление 10 Ом.

Ответ: 10.

7.7.1. *Решение.* По условию задачи КПД двигателя должен быть не меньше 15%, поэтому выполняется неравенство $\eta \ge 15$ или $\frac{T_1-T_2}{T_1}\cdot 100 \ge 15$. Так как $T_1>0$ и $T_2=340$ К, то имеем:

$$\frac{T_1-340}{T_1}\cdot 100 \ge 15;\ 100T_1-34000 \ge 15T_1;$$

$$T_1 \ge 400.$$

Наименьшее решение неравенства $T_1=400$. Следовательно, минимальная температура нагревателя $T_1=400$ К.

Ответ: 400.

7.8.1. *Решение.* По условию задачи КПД кормозапарника не больше 21%, поэтому выполняется неравенство $\eta \le 21\%$ или $\frac{c_в m_в (t_2-t_1)}{q_{др}m_{др}}\cdot 100\% \le 21\%$. Так как $m_{др}>0$, $c_в = 4{,}2\cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $q_{др}=8{,}3\cdot 10^6$ Дж/кг, $m_в=83$ кг, $t_1=10°C$, $t_2=100°C$, то имеем

$$\frac{4{,}2\cdot 10^3\cdot 83\cdot(100-10)}{8{,}3\cdot 10^6 m_{др}} \le \frac{21}{100};$$

$$m_{др} \ge \frac{4{,}2\cdot 10^3\cdot 83\cdot 90\cdot 100}{8{,}3\cdot 10^6\cdot 21};\ m_{др} \ge 18.$$

Наименьшее решение неравенства $m_{др}=18$. Следовательно, наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, составляет 18 кг.

Ответ: 18.

7.9.1. *Решение.* По условию задачи давление p не должно превышать 140 кПа, поэтому выполняется неравенство $p \le 140$ или $\frac{mg}{2ls} \le 140$. С учетом того, что $m=1260$ т, $l=18$ м, $g=10$ м/с^2, неравенство примет вид $\frac{1260\cdot 10}{2\cdot 18\cdot s} \le 140$. Так как $s>0$, то имеем:

$$s \ge \frac{1260\cdot 10}{2\cdot 18\cdot 140};\ s \ge 2{,}5.$$

Наименьшее решение неравенства $s=2{,}5$. Следовательно, наименьшую возможную ширину опорных балок равна 2,5 м.

Ответ: 2,5.

7.10.1. *Решение.* По условию задачи напряжение на нагрузке не менее 50 В, поэтому выполняется неравенство

$U \geq 50$ или $\dfrac{\varepsilon R}{R+r} \geq 50$. С учетом того, что $\varepsilon = 55$ В и $r = 0{,}5$ Ом, неравенство примет вид $\dfrac{55R}{R+0{,}5} \geq 50$. Так как $R > 0$, то имеем: $55R \geq 50(R+0{,}5)$; $R \geq 5$.

Наименьшее решение неравенства $R = 5$. Следовательно, наименьшее значение сопротивления нагрузки 5 Ом.
Ответ: 5.

7.11.1. *Решение.* По условию задачи в среде частота сигнала в приемнике f не менее 160 Гц, поэтому выполняется неравенство $f \geq 160$ или $f_0 \dfrac{c+u}{c-\upsilon} \geq 160$. С учетом того, что $f_0 = 150$ Гц, $u = 10$ м/с и $\upsilon = 15$ м/с, неравенство примет вид $150 \cdot \dfrac{c+10}{c-15} \geq 160$. Так как $c - 15 > 0$, то имеем: $15(c+10) \geq 16(c-15)$; $c \leq 390$.

Наибольшее решение неравенства $c = 390$. Следовательно, максимальная скорость распространения сигнала в среде 390 м/с.
Ответ: 390.

7.12.1. *Решение.* По условию задачи скорость погружения батискафа не превышает 2 м/с, поэтому выполняется неравенство $\upsilon \leq 2$ или $c \cdot \dfrac{f - f_0}{f + f_0} \leq 2$. С учетом того, что $c = 1500$ м/с и $f_0 = 749$ МГц, неравенство примет вид $1500 \cdot \dfrac{f-749}{f+749} \leq 2$.

Так как $f + 749 > 0$, то имеем:

$$750(f-749) \leq f + 749; \ f \leq 750.$$

Наибольшее решение неравенства $f = 750$. Следовательно, наибольшая возможная частота отраженного сигнала 750 МГц.
Ответ: 750.

7.13.1. *Решение.* По условию задачи давление, оказываемое на опору, не больше 400000 Па, поэтому выполняется неравенство $P \leq 400000$ или $\dfrac{4mg}{\pi D^2} \leq 400000$. С учетом того, что $m = 1200$ кг, $g = 10$ м/с^2, $\pi = 3$, неравенство примет вид $\dfrac{4 \cdot 1200 \cdot 10}{3D^2} \leq 400000$. Так как $D > 0$, то имеем:

$$D^2 \geq \frac{48000}{3 \cdot 400000}; \ D^2 \geq 0{,}04; \ D \geq 0{,}2.$$

Наименьшее решение неравенства $D = 0{,}2$. Следовательно, наименьший возможный диаметр колонны 0,2 м.
Ответ: 0,2.

7.14.1. *Решение.* По условию задачи сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н, поэтому выполняется неравенство $f \geq 2400$ или $\dfrac{2mS}{t^2} \geq 2400$. С учетом того, что $m = 2160$ кг и $S = 500$ м, неравенство примет вид $\dfrac{2 \cdot 2160 \cdot 500}{t^2} \geq 2400$. Так как $t > 0$, то имеем $t^2 \leq 900$ или $t \leq 30$. Наибольшее решение неравенства $t = 30$. Следовательно, наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, составляет 30 с.
Ответ: 30.

8. Иррациональные уравнения

8.1.1. *Решение.* Если горизонт виден на расстоянии 4 км, то выполняется равенство $l = 4$ или $\sqrt{2Rh} = 4$. С учетом того, что $R = 6400$ км, получаем:

$$\sqrt{2 \cdot 6400 \cdot h} = 4; \ 2 \cdot 6400 \cdot h = 16;$$
$$h = 0{,}00125.$$

Итак, если наблюдатель видит горизонт на расстоянии 4 км, то он находится на высоте 0,00125 км над землей.
Ответ: 0,00125.

8.2.1. *Решение.* Если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км, то выполняется равенство $l = 4{,}8$ или $\sqrt{\dfrac{Rh}{500}} = 4{,}8$. Так как, $R = 6400$ км, то имеем:

$$\sqrt{\frac{6400\cdot h}{500}}=4,8;\ \sqrt{\frac{64\cdot h}{5}}=\frac{24}{5};$$

$$\frac{64\cdot h}{5}=\frac{24^2}{5^2};\ h=1,8.$$

Итак, если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км, то он находится на высоте 1,8 м над землей.

Если же человек, стоящий на пляже, будет видеть горизонт на расстоянии 6,4 км, то выполняется равенство $l=6,4$ или $\sqrt{\frac{Rh}{500}}=6,4$. Так как, $R=6400$ км, то имеем:

$$\sqrt{\frac{6400\cdot h}{500}}=6,4;\ \sqrt{\frac{64\cdot h}{5}}=\frac{64}{10};$$

$$\frac{64\cdot h}{5}=\frac{64^2}{10^2};\ h=3,2.$$

Итак, если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 6,4 км, то он находится на высоте 3,2 м над землей.

Следовательно, человеку нужно подняться на $3,2-1,8=1,4$ (м).

Ответ: 1,4.

9. Иррациональные неравенства

9.1.1. *Решение.* Если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км, то выполняется равенство $l=4,8$ или $\sqrt{\frac{Rh}{500}}=4,8$. С учетом того, что $R=6400$ км, получаем уравнение:

$$\sqrt{\frac{6400\cdot h}{500}}=4,8;\ \sqrt{\frac{64\cdot h}{5}}=\frac{24}{5};$$

$$\frac{64\cdot h}{5}=\frac{24^2}{5^2};\ h=1,8.$$

Итак, если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км, то он находится на высоте 1,8 м над землей.

Если же человек, стоящий на пляже, будет видеть горизонт на расстоянии не менее 6,4 км, то выполняется неравенство $l\geq 6,4$ или $\sqrt{\frac{Rh}{500}}\geq 6,4$. С учетом того, что $R=6400$ км, получаем неравенство:

$$\sqrt{\frac{6400\cdot h}{500}}\geq 6,4;\ \sqrt{\frac{64\cdot h}{5}}\geq\frac{64}{10};$$

$$\frac{64\cdot h}{5}\geq\frac{64^2}{10^2};\ h\geq 3,2.$$

Итак, если человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии не менее 6,4 км, то он находится на высоте не менее 3,2 м над землей.

Следовательно, человеку нужно подняться не менее чем на $3,2-1,8=1,4$ м. С учетом того, что каждая ступенька имеет высоту 0,2 м, наименьшее количество ступенек равно $\frac{1,4}{0,2}=7$.

Ответ: 7.

9.2.1. *Решение.* По условию задачи наблюдатель видит горизонт на расстоянии не менее 4 километров, поэтому выполняется неравенство $l\geq 4$ или $\sqrt{\frac{Rh}{500}}\geq 4$. С учетом того, что $R=6400$ км, неравенство примет вид $\sqrt{\frac{6400\cdot h}{500}}\geq 4$. Получим равносильное неравенство:

$$\frac{6400\cdot h}{500}\geq 16;\ h\geq\frac{16\cdot 5}{64};\ h\geq 1,25.$$

Наименьшее решение неравенства $h=1,25$. Следовательно, наименьшая высота, на которой следует располагаться наблюдателю, составляет 1,25 м.

Ответ: 1,25.

9.3.1. *Решение.* По условию задачи автомобиль приобретает скорость не менее 100 км/ч, поэтому выполняется неравенство $\upsilon\geq 100$ или $\sqrt{2la}\geq 100$. С учетом того, что $l=1$ км, неравенство примет вид $\sqrt{2\cdot 1\cdot a}\geq 100$. Возводя в квадрат обе части неравенства, получим $2a\geq 10000$ или $a\geq 5000$. Наименьшее решение неравенства $a=5000$. Следовательно, наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, 5000 км/ч^2.

Ответ: 5000.

9.4.1. *Решение.* По условию задачи наблюдаемая длина ракеты не более 4 м, поэтому выполняется неравенство $l \le 4$ или $l_0\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \le 4$. С учетом того, что $l_0 = 5$ м, а $c = 3\cdot 10^5$ км/с, неравенство примет вид $5\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{\left(3\cdot 10^5\right)^2}} \le 4$. Так как $\upsilon > 0$, то имеем:

$$0 \le 1-\frac{\upsilon^2}{\left(3\cdot 10^5\right)^2} \le \frac{16}{25};\quad \frac{9}{25} \le \frac{\upsilon^2}{\left(3\cdot 10^5\right)^2} \le 1;$$

$$\frac{3}{5} \le \frac{\upsilon}{3\cdot 10^5} \le 1;\ 180000 \le \upsilon \le 300000.$$

Наименьшее решение неравенства $v = 180000$. Следовательно, минимальная скорость ракеты 180000 км/с.
Ответ: 180000.

10. Показательные уравнения

10.1.1. *Решение.* По условию задачи масса изотопа равна 5 мг, поэтому выполняется равенство $m(t) = 5$ или $m_0\cdot 2^{-\frac{t}{T}} = 5$. С учетом того, что $m_0 = 40$ мг и $T = 10$ мин, уравнение примет вид $40\cdot 2^{-\frac{t}{10}} = 5$. Решая это уравнение, получим:

$$2^{-\frac{t}{10}} = \frac{1}{8};\ 2^{-\frac{t}{10}} = 2^{-3};\ -\frac{t}{10} = -3;\ t = 30.$$

Таким образом, масса изотопа будет равна 5 мг через 30 мин.
Ответ: 30.

11. Показательные неравенства

11.1.1. *Решение.* Рассмотрим неравенство

$$12\cdot 2^{-\frac{t}{15}} > 3;\ 2^{-\frac{t}{15}} > 2^{-2};\ -\frac{t}{15} > -2;\ t < 30.$$

В течение 30 часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг.
Ответ: 30.

11.2.1. *Решение.* Из соотношения $pV^k = const$ выразим давление $p = \frac{const}{V^k}$. По условию задачи давление p не ниже $3{,}2\cdot 10^6$ Па, поэтому выполняется неравенство $p \ge 3{,}2\cdot 10^6$ или $\frac{const}{V^k} \ge 3{,}2\cdot 10^6$. С учетом того, что $k = \frac{5}{3}$ и $const = 10^5\ Па\cdot м^5$, неравенство примет вид $\frac{10^5}{V^{\frac{5}{3}}} \ge 3{,}2\cdot 10^6$. Так как $V > 0$, то имеем:

$$V^{\frac{5}{3}} \le \frac{10^5}{3{,}2\cdot 10^6};\ V^{\frac{5}{3}} \le \frac{1}{32};\ V^{\frac{5}{3}} \le 2^{-5};$$

$$V^5 \le \left(2^{-3}\right)^5;\ V \le 2^{-3};\ V \le 0{,}125.$$

Наибольшее решение неравенства $V = 0{,}125$. Следовательно, наибольший объем, который может занимать газ, составляет $0{,}125\ м^3$.
Ответ: 0,125.

11.3.1. *Решение.* Пусть начальный объем газа равен V_1, начальное давление в газе равно p_1. Из соотношения $p_1V_1^a = const$ выразим давление $p_1 = \frac{const}{V_1^a}$. Пусть новый объем газа равен V_2, новое давление в газе равно p_2. Из соотношения $p_2V_2^a = const$ выразим давление $p_2 = \frac{const}{V_2^a}$.

По условию задачи давление газа увеличится не менее, чем в четыре раза, поэтому выполняется неравенство $\frac{p_2}{p_1} \ge 4$ или $\frac{const}{V_2^a}:\frac{const}{V_1^a} \ge 4$ и $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^a \ge 4$. Так как объем газа уменьшается вдвое, то получаем неравенство $2^a \ge 4$ или $a \ge 2$. Наименьшее значение константы a равно 2.
Ответ: 2.

11.4.1. *Решение.* Так как начальный объем газа равен 1,6 л, начальное давление в газе равно одной атмосфере, то находим $const = 1{,}6^{1{,}4}$. Из соотношения $pV^{1{,}4} = const$ выразим давление

$p=\dfrac{const}{V^{1,4}}$. По условию задачи поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер, поэтому выполняется неравенство $p\le 128$ или $\dfrac{const}{V^{1,4}}\le 128$. С учетом того, что $const=1,6^{1,4}$, неравенство примет вид $\dfrac{1,6^{1,4}}{V^{1,4}}\le 128$. Так как $V>0$, то имеем:

$$\left(\frac{1,6}{V}\right)^{\frac{7}{5}}\le 2^7;\ \left(\frac{1,6}{V}\right)^7\le\left(2^5\right)^7;\ \frac{1,6}{V}\le 32;$$

$$V\ge\frac{1,6}{32};\ V\ge 0,05.$$

Наименьшее решение неравенства $V=0,05$. Таким образом, газ можно сжать до минимального объема 0,05 л.
Ответ: 0,05.

12. Логарифмические уравнения

12.1.1. *Решение.* По условию задачи длина трубы равна 84 м, поэтому выполняется равенство $x=84$ или $\alpha\dfrac{cm}{\gamma}\log_2\dfrac{T_в-T_п}{T-T_п}=84$. С учетом того, что $T_п=20^\circ C$, $T_в=60^\circ C$, $m=0,3$ кг/с, $c=4200\,\dfrac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}$, $\alpha=0,7$, $\gamma=21\,\dfrac{Вт}{м\cdot{}^\circ C}$, уравнение примет вид

$0,7\dfrac{4200\cdot 0,3}{21}\log_2\dfrac{60-20}{T-20}=84$. Решая это уравнение, получим:

$$\log_2\frac{40}{T-20}=2;\ \frac{40}{T-20}=4;\ T=30.$$

Значит, вода охладится до $30^\circ C$.
Ответ: 30.

12.2.1. *Решение.* По условию задачи при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж, поэтому выполняется равенство $A=10350$ или $\alpha\upsilon T\log_2\dfrac{V_1}{V_2}=10350$.

С учетом того, что $\upsilon=3$ моля, $V_1=8$ л, $\alpha=5,75$, $T=300$ К, уравнение примет вид $5,75\cdot 3\cdot 300\cdot\log_2\dfrac{8}{V_2}=10350$. Решим уравнение. Получим

$$5,75\cdot 3\cdot 300\cdot\log_2\frac{8}{V_2}=10350;\ \log_2\frac{8}{V_2}=2;$$

$$\frac{8}{V_2}=4;\ V_2=2.$$

Значит, воздух будет занимать объем 2 л.
Ответ: 2.

13. Логарифмические неравенства

13.1.1. *Решение.* По условию задачи после выключения телевизора прошло не менее 21 с, поэтому выполняется неравенство $t\ge 21$ или $\alpha RC\log_2\dfrac{U_0}{U}\ge 21$. С учетом того, что $C=2\cdot 10^{-6}$ Ф, $R=5\cdot 10^6$ Ом, $U_0=16$ кВ, $\alpha=0,7$, неравенство примет вид

$$0,7\cdot 5\cdot 10^6\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot\log_2\frac{16}{U}\ge 21;$$

$$\log_2\frac{16}{U}\ge 3;\ \frac{16}{U}\ge 8;\ U\le 2.$$

Наибольшее решение неравенства $U=2$. Следовательно, наибольшее возможное напряжение на конденсаторе $U=2$ кВ.
Ответ: 2.

13.2.1. *Решение.* По условию задачи при сжатии воздуха была совершена работа не более чем 6900 Дж, поэтому выполняется неравенство $A\le 6900$ или $\alpha\upsilon T\log_2\dfrac{p_2}{p_1}\le 6900$. С учетом того, что $\upsilon=2$ моля, $p_1=1{,}5$ атмосферы, $\alpha=5{,}75$, $T=300$ К, неравенство примет вид

$$5,75\cdot 2\cdot 300\cdot\log_2\frac{p_2}{1,5}\le 6900.$$

Решая неравенство, получим

$$\log_2\frac{p_2}{1,5}\le 2;\ \frac{p_2}{1,5}\le 4;\ p_2\le 6.$$

Наибольшее решение данного неравенства $p_2=6$. Значит, воздух в колоколе можно сжать до наибольшего давления $p_2=6$ атмосфер.

Ответ: 6.

14. Тригонометрические неравенства

14.1.1. *Решение.* По условию задачи время полета мяча не меньше 3 секунд, поэтому выполняется неравенство $t \ge 3$ или $\frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} \ge 3$. С учетом того, что $\upsilon_0 = 30$ м/с и $g = 10$ м/с^2, неравенство примет вид $\frac{2\cdot 30\cdot \sin\alpha}{10} \ge 3$ или $\sin\alpha \ge \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$30^\circ + 360^\circ \cdot n \le \alpha \le 150^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $30^\circ \le \alpha < 90^\circ$, из которых наименьшее $\alpha = 30°$.
Ответ: 30.

14.2.1. *Решение.* По условию задачи раскручивающий момент M не меньше 0,75 Н · м, поэтому выполняется неравенство $M \ge 0{,}75$ или $NIBl^2 \sin\alpha \ge 0{,}75$. С учетом того, что $I = 2A$, $B = 3\cdot 10^{-3}$ Тл, $l = 0{,}5$ м и $N = 1000$, неравенство примет вид $1000\cdot 2\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot (0{,}5)^2 \sin\alpha \ge 0{,}75$ или $\sin\alpha \ge \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$30^\circ + 360^\circ \cdot n \le \alpha \le 150^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $30^\circ \le \alpha < 90^\circ$, из которых наименьшее $\alpha = 30°$.
Ответ: 30.

14.3.1. *Решение.* Лампочка горит, если напряжение на датчике не ниже чем 1В. В этом случае должно быть выполнено неравенство $U \ge 1$ или $U_0 \sin(\omega t + \varphi) \ge 1$. С учетом того, что $U_0 = 2$ В, $\omega = 120^\circ / c$, $\varphi = -30^\circ$, неравенство примет вид $2\sin(120^\circ t - 30^\circ) \ge 1$. Решая данное неравенство, получим:

$$\sin(120^\circ t - 30^\circ) \ge 0{,}5;$$
$$30^\circ + 360^\circ n \le 120^\circ t - 30^\circ \le 150^\circ + 360^\circ n, n \in Z;$$
$$60^\circ + 360^\circ n \le 120^\circ t \le 180^\circ + 360^\circ n,\ n \in Z;$$
$$0{,}5 + 3n \le t \le 1{,}5 + 3n,\ n \in Z.$$

Так как $0 \le t \le 1$, то при $n = 0$ имеем $\frac{1}{2} \le t \le 1$. Значит, лампочка будет гореть в течение $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$(c), что составляет 50% первой секунды после начала работы.
Ответ: 50.

14.4.1. *Решение.* По условию задачи шарик оторвется от поверхности, если сила $F_л$ не менее чем $2\cdot 10^{-8}$ Н, поэтому выполняется неравенство $F_л \ge 2\cdot 10^{-8}$ или $q\upsilon B \sin\alpha \ge 2\cdot 10^{-8}$. С учетом того, что $q = 2\cdot 10^{-6}$ Кл, $\upsilon = 5$ м/с, $B = 4\cdot 10^{-3}$ Тл, неравенство примет вид $2\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 4\cdot 10^{-3} \sin\alpha \ge 2\cdot 10^{-8}$ или $\sin\alpha \ge \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$30^\circ + 360^\circ \cdot n \le \alpha \le 150^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $30^\circ \le \alpha \le 150^\circ$, из которых наименьшее $\alpha = 30°$.
Ответ: 30.

14.5.1. *Решение.* Мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м, если будет выполнено неравенство $H \ge 5$ или $\frac{\upsilon_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha) \ge 5$. С учетом того, что $\upsilon_0 = 20$ м/с и $g = 10$ м/с^2, неравенство примет вид $\frac{20^2}{4\cdot 10}(1 - \cos 2\alpha) \ge 5$ или $\cos 2\alpha \le \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$60^\circ + 360^\circ \cdot n \le 2\alpha < 300^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < 2\alpha < 180^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $60^\circ \le 2\alpha < 180^\circ$, из которых наименьшее $2\alpha = 60°$ и $\alpha = 30°$.
Ответ: 30.

14.6.1. *Решение.* Мячик перелетит реку шириной 20 м, если будет выполнено неравенство $L \ge 20$ или $\frac{\upsilon_0^2}{g}\sin 2\alpha \ge 20$. С учетом того, что $\upsilon_0 = 20$ м/с и $g = 10$ м/с^2, неравенство примет вид $\frac{20^2}{10}\sin 2\alpha \geq 20$ или $\sin 2\alpha \geq \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$30^\circ + 360^\circ \cdot n \leq 2\alpha \leq 150^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < 2\alpha < 180^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $30^\circ \leq 2\alpha \leq 150^\circ$, из которых наименьшее $2\alpha = 30°$ и $\alpha = 15°$.
Ответ: 15.

14.7.1. *Решение.* ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В, если будет выполнено неравенство $\varepsilon_i \leq 10^{-4}$ или $aS\cos\alpha \leq 10^{-4}$. С учетом того, что $S = 0{,}5$ м^2 и $a = 4\cdot 10^{-4}$ Тл/с, неравенство примет вид $4\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}5\cdot\cos\alpha \leq 10^{-4}$ или $\cos\alpha \leq \frac{1}{2}$.
Решаем неравенство:

$$60^\circ + 360^\circ \cdot n \leq \alpha < 300^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$, из которых наименьшее $\alpha = 60°$.
Ответ: 60.

14.8.1. *Решение.* Совершенная работа будет не менее 2000 кДж, если будет выполнено неравенство $A \geq 2000$ или $FS\cos\alpha \geq 2000$. С учетом того, что $F = 80$ кН и $S = 50$ м, неравенство примет вид $80\cdot 50\cdot\cos\alpha \geq 2000$ или $\cos\alpha \geq \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$-60^\circ + 360^\circ \cdot n \leq \alpha \leq 60^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $0^\circ < \alpha \leq 60^\circ$, из которых наибольшее $\alpha = 60°$.
Ответ: 60.

14.9.1. *Решение.* Мощность будет не менее 75 кВт, если будет выполнено неравенство $N \geq 75$ или $F\upsilon\cos\alpha \geq 75$. С учетом того, что $F = 50$ кН и $\upsilon = 3$ м/с, неравенство примет вид $50\cdot 3\cdot\cos\alpha \geq 75$ или $\cos\alpha \geq \frac{1}{2}$. Решаем неравенство:

$$-60^\circ + 360^\circ \cdot n \leq \alpha \leq 60^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $0^\circ < \alpha \leq 60^\circ$, из которых наибольшее $\alpha = 60°$.
Ответ: 60.

14.10.1. *Решение.* По условию задачи период не превосходит 1600 нм, поэтому выполняется неравенство $d \leq 1600$ или $\frac{k\lambda}{\sin\varphi} \leq 1600$. С учетом того, что $\lambda = 400$ нм и $k = 2$, неравенство примет вид $\frac{2\cdot 400}{\sin\varphi} \leq 1600$. Так как $\sin\varphi > 0$ при всех значениях $\varphi \in (0^\circ; 90^\circ]$, то решаем неравенство $\sin\varphi \geq \frac{1}{2}$:

$$30^\circ + 360^\circ \cdot n \leq \varphi \leq 150^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $30^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$, из которых наименьшее $\varphi = 30°$.
Ответ: 30.

14.11.1. *Решение.* По условию задачи в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей, поэтому выполняется неравенство $Q \geq 50$ или $m\upsilon^2\sin^2\alpha \geq 50$. С учетом того, что $m = 2$ кг и $\upsilon = 10$ м/с, неравенство примет вид $2\cdot 10^2\sin^2\alpha \geq 50$ или $\sin^2\alpha \geq \frac{1}{4}$. Решаем неравенство:

$$\frac{1-\cos 2\alpha}{2} \geq \frac{1}{4};\ 1-\cos 2\alpha \geq \frac{1}{2};\ \cos 2\alpha \leq \frac{1}{2};$$

$$60^\circ + 360^\circ \cdot n \leq 2\alpha < 300^\circ + 360^\circ \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ < 2\alpha \leq 180^\circ$, получаем при $n = 0$ решения $60^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$, из которых наименьшее $2\alpha = 60°$
Ответ: 60.

14.12.1. *Решение.* По условию задачи время катера в пути не больше 200 с, поэтому выполняется неравенство $t \leq 200$ или $\frac{L}{u}ctg\alpha \leq 200$. С учетом того, что

$L=100$ м и $u=0,5$ м/с, неравенство примет вид $\frac{100}{0,5}\operatorname{ctg}\alpha \le 200$ или $\operatorname{ctg}\alpha \le 1$.

Решаем неравенство:

$$45^\circ+180^\circ\cdot n\le\alpha<180^\circ+180^\circ\cdot n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ<\alpha<90^\circ$, получаем при $n=0$ решения $45^\circ\le\alpha<90^\circ$, из которых наименьшее $\alpha=45^\circ$.

Ответ: 45.

14.13.1. *Решение.* По условию задачи платформа должна разогнаться не менее чем до 0,25 м/с, поэтому выполняется неравенство $u\ge 0,25$ или $\frac{m}{m+M}\upsilon\cos\alpha\ge 0,25$. С учетом того, что $\upsilon=3$ м/с, $m=80$ кг и $M=400$ кг, неравенство примет вид $\frac{80}{80+400}\cdot 3\cdot\cos\alpha\ge 0,25$ или $\cos\alpha\ge\frac{1}{2}$.

Решаем неравенство:

$$-60^\circ+360^\circ\cdot n\le\alpha\le 60^\circ+360^\circ\cdot n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

С учетом того, что $0^\circ<\alpha<90^\circ$, получаем при $n=0$ решения $0^\circ<\alpha\le 60^\circ$, из которых наибольшее $\alpha=60^\circ$.

Ответ: 60.

14.14.1. *Решение.* По условию задачи кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot 10^{-3}$ Дж, поэтому выполняется неравенство $E\ge 5\cdot 10^{-3}$ или $\frac{m\upsilon^2}{2}\ge 5\cdot 10^{-3}$. С учетом того, что $m=0,08$ и закон изменения скорости $\upsilon(t)=0,5\sin\pi t$, получаем $\frac{0,08\cdot\upsilon^2}{2}\ge 5\cdot 10^{-3}$, $\upsilon^2\ge 0,125$, $(0,5\sin\pi t)^2\ge 0,125$. Решаем неравенство:

$$\sin^2\pi t\ge\frac{1}{2};\ \frac{1-\cos 2\pi t}{2}\ge\frac{1}{2};\ \cos 2\pi t\le 0;$$

$$\pi+2\pi n\le 2\pi t\le 2\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$$

$$\frac{1}{2}+n\le t\le 1+n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

Так как $0\le t\le 1$, то при $n=0$ имеем $\frac{1}{2}\le t\le 1$. Значит, кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot 10^{-3}$ Дж в течение $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$(с), что составляет 0,5 от первой секунды.

Ответ: 0,5.

14.15.1. *Решение.* По условию задачи кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot 10^{-3}$ Дж, поэтому выполняется неравенство $E\ge 5\cdot 10^{-3}$ или $\frac{m\upsilon^2}{2}\ge 5\cdot 10^{-3}$. С учетом того, что $m=0,08$ и закон изменения скорости $\upsilon(t)=0,5\cos\pi t$, получаем $\frac{0,08\cdot\upsilon^2}{2}\ge 5\cdot 10^{-3}$, $\upsilon^2\ge 0,125$, $(0,5\cos\pi t)^2\ge 0,125$. Решаем неравенство:

$$\cos^2\pi t\ge\frac{1}{2};\ \frac{1+\cos 2\pi t}{2}\ge\frac{1}{2};\ \cos 2\pi t\ge 0;$$

$$2\pi n\le 2\pi t\le\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$$

$$n\le t\le\frac{1}{2}+n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

Так как $0\le t\le 1$, то при $n=0$ имеем $0\le t\le\frac{1}{2}$. Значит, кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot 10^{-3}$ Дж в течение $\frac{1}{2}$(с), что составляет 0,5 от первой секунды.

Ответ: 0,5.

14.16.1. *Решение.* По условию задачи скорость движения груза превышает 2,5 см/с, поэтому выполняется неравенство $\upsilon(t)\ge 2,5$ или $5\sin\pi t\ge 2,5$. Отсюда получаем:

$$\sin\pi t\ge 0,5;$$

$$\frac{\pi}{6}+2\pi n\le\pi t\le\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$$

$$\frac{1}{6}+2n\le t\le\frac{5}{6}+2n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

Так как $0\le t\le 1$, то при $n=0$ имеем $\frac{1}{6}\le t\le\frac{5}{6}$. Значит, скорость движения груза превышала 2,5 см/с в течение $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$(с), что составляет

$\frac{2}{3} = 0,666...$ от первой секунды. Округляя, получим 0,67.
Ответ: 0,67.

15. Формулы с дискретными значениями переменных

15.1.1. *Решение.* Подставим в формулу наибольшие значения показателей

$$30 = \frac{3 \cdot 2 + 2 + 2 \cdot 2}{A},$$

и найдем значение $A = \frac{2}{5}$.

Ответ: 0,4.

15.2.1. *Решение.* Подставим в формулу наибольшие значения показателей

$$1 = \frac{2 \cdot 5 + 5 + 3 \cdot 5 + 5}{A},$$

и найдем значение $A = 35$.

Ответ: 35.

15.3.1. *Решение.* Подставим в формулу одинаковые значения величин

$$R = \frac{5R + R + 3R + R}{A}$$

и найдем значение $A = 10$.

Ответ: 10.

15.4.1. *Решение.* Подставим в формулу известные значения величин

$$R = 0,9 - \frac{0,9 - 0,35}{(10+1)\frac{0,02 \cdot 10}{0,9 + 0,1}} = 0,65.$$

Ответ: 0,65.

15.5.1. *Решение.* Подставим в формулу известные значения величин

$$R = 0,65 - \frac{0,65 - 0,37}{(20+1)\frac{0,02 \cdot 20}{0,65 + 0,1}} = 0,625.$$

Ответ: 0,625.

Ответы

1. Линейные уравнения

***

1.1.1. 25. **1.1.2.** 40. **1.1.3.** 12,5.

***

1.2.1. 250. **1.2.2.** 122,5.

2. Линейные неравенства

***

2.1.1. 5000. **2.1.2.** 5500. **2.1.3.** 7500.

3. Квадратичная функция

***

3.1.1. 1. **3.1.2.** 1,15. **3.1.3.** 1,45.

***

3.2.1. 12,8. **3.2.2.** 5,55. **3.2.3.** 8,6.

4. Квадратные уравнения

***

4.1.1. 50. **4.1.2.** 100. **4.1.3.** 500.

***

4.2.1. 20. **4.2.2.** 100. **4.2.3.** 42.

***

4.3.1. 2. **4.3.2.** 6. **4.3.3.** 7.

5. Квадратные неравенства

***

5.1.1. 6. **5.1.2.** 10. **5.1.3.** 9.

***

5.2.1. 1,2. **5.2.2.** 1,6. **5.2.3.** 1,6.

***

5.3.1. 2. **5.3.2.** 2,5. **5.3.3.** 4,8.

***

5.4.1. 90. **5.4.2.** 60. **5.4.3.** 110.

***

5.5.1. 2. **5.5.2.** 4. **5.5.3.** 4.

***

5.6.1. 20. **5.6.2.** 15. **5.6.3.** 30.

***

5.7.1. 30. **5.7.2.** 45. **5.7.3.** 15.

***

5.8.1. 5. **5.8.2.** 5. **5.8.3.** 3.

6. Степенные неравенства

***

6.1.1. 100. **6.1.2.** 160. **6.1.3.** 100.

***

6.2.1. 2. **6.2.2.** 2,5. **6.2.3.** 3,2.

***

6.3.1. 2. **6.3.2.** 1. **6.3.3.** 3,9.

***

6.4.1. 4000. **6.4.2.** 10000. **6.4.3.** 3000.

7. Дробно-рациональные неравенства

***

7.1.1. 36. **7.1.2.** 60. **7.1.3.** 336.

***

7.2.1. 7. **7.2.2.** 8. **7.2.3.** 3,5.

***

7.3.1. 4. **7.3.2.** 76. **7.3.3.** 9.

***

7.4.1. 55. **7.4.2.** 8,8. **7.4.3.** 68,75.

***

7.5.1. 120. **7.5.2.** 200. **7.5.3.** 78.

***

7.6.1. 10. **7.6.2.** 9. **7.6.3.** 96.

***

7.7.1. 400. **7.7.2.** 368. **7.7.3.** 600.

***

7.8.1. 18. **7.8.2.** 24. **7.8.3.** 49.

***

7.9.1. 2,5. **7.9.2.** 2,5. **7.9.3.** 2.

7.10.1. 5. **7.10.2.** 17. **7.10.3.** 1,6.

***

7.11.1. 390. **7.11.2.** 360. **7.11.3.** 247.

***

7.12.1. 751. **7.12.2.** 188. **7.12.3.** 404.

***

7.13.1. 0,2. **7.13.2.** 0.2. **7.13.3.** 0,3.

***

7.14.1. 30. **7.14.2.** 40. **7.14.3.** 25.

8. Иррациональные уравнения

***

8.1.1. 0,00125. **8.1.2.** 0,0032.
8.1.3. 0,06125.

***

8.2.1. 1,4. **8.2.2.** 6. **8.2.3.** 178,75.

9. Иррациональные неравенства

***

9.1.1. 7. **9.1.2.** 64. **9.1.3.** 700.

***

9.2.1. 1,25. **9.2.2.** 20. **9.2.3.** 2880.

***

9.3.1. 5000. **9.3.2.** 9000. **9.3.3.** 7875.

***

9.4.1. 180000. **9.4.2.** 288000.
9.4.3. 180000.

10. Показательные уравнения

***

10.1.1. 30. **10.1.2.** 6. **10.1.3.** 6.

11. Показательные неравенства

***

11.1.1. 30. **11.1.2.** 180. **11.1.3.** 6.

***

11.2.1. 0,125. **11.2.2.** 0,512. **11.2.3.** 8.

***

11.3.1. 2. **11.3.2.** 1,5. **11.3.3.** 3.

***

11.4.1. 0,05. **11.4.2.** 0,35. **11.4.3.** 7,6.

12. Логарифмические уравнения

***

12.1.1. 30. **12.1.2.** 60. **12.1.3.** 34.

***

12.2.1. 2. **12.2.2.** 4,5.**12.2.3.** 3,5.

13. Логарифмические неравенства

***

13.1.1. 2. **13.1.2.** 6. **13.1.3.** 3,5.

***

13.2.1. 6. **13.2.2.** 4,4. **13.2.3.** 16,8.

14. Тригонометрические неравенства

***

14.1.1. 30. **14.1.2.** 30. **14.1.3.** 90.

***

14.2.1. 30. **14.2.2.** 30. **14.2.3.** 30.

***

14.3.1. 50. **14.3.2.** 70. **14.3.3.** 50.

***

14.4.1. 30. **14.4.2.** 30. **14.4.3.** 30.

***

14.5.1. 30. **14.5.2.** 30. **14.5.3.** 45.

***

14.6.1. 15. **14.6.2.** 15. **14.6.3.** 45.

***

14.7.1. 60. **14.7.2.** 60. **14.7.3.** 60.

***

14.8.1. 60. **14.8.2.** 60. **14.8.3.** 60.

***

14.9.1. 60. **14.9.2.** 60. **14.9.3.** 60.

***

14.10.1. 30. **14.10.2.** 90. **14.10.3.** 30.

***

14.11.1. 60. **14.11.2.** 60. **14.11.3.** 180.

***

14.12.1. 45. **14.12.2.** 45. **14.12.3.** 45.

***

14.13.1. 60. **14.13.2.** 60. **14.13.3.** 60.

***

14.14.1. 0,5. **14.14.2.** 0,5. **14.14.3.** 0,5.

***

14.15.1. 0,5. **14.15.2.** 0,5. **14.15.3.** 0,33.

***

14.16.1. 0,67. **14.16.2.** 0,67. **14.16.3.** 0,75.

15. Формулы с дискретными значениями переменных

***

15.1.1. 0,4. **15.1.2.** 2,1. **15.1.3.** 36.

***

15.2.1. 35. **15.2.2.** 2. **15.2.3.** 7.

***

15.3.1. 10. **15.3.2.** 11. **15.3.3.** 9.

***

15.4.1. 0,65. **15.4.2.** 0,21. **15.4.3.** 0,665.

***

15.5.1. 0,625. **15.5.2.** 0,77. **15.5.3.** 0,405.

Список и источники литературы

1. Гущин Д. Д., Малышев А. В. ЕГЭ 2014. Математика. Задача B12. Задачи прикладного содержания. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. 5-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2014. – 80 с.

2. www.mathege.ru – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

3. www.alexlarin.net – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

4. http://eek.diary.ru/ – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

5. http://reshuege.ru – Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ. Математика».