

ПРОБНЫЙ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ. ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут. Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение.

Ответ

–0,3

Запись в бланк ответов

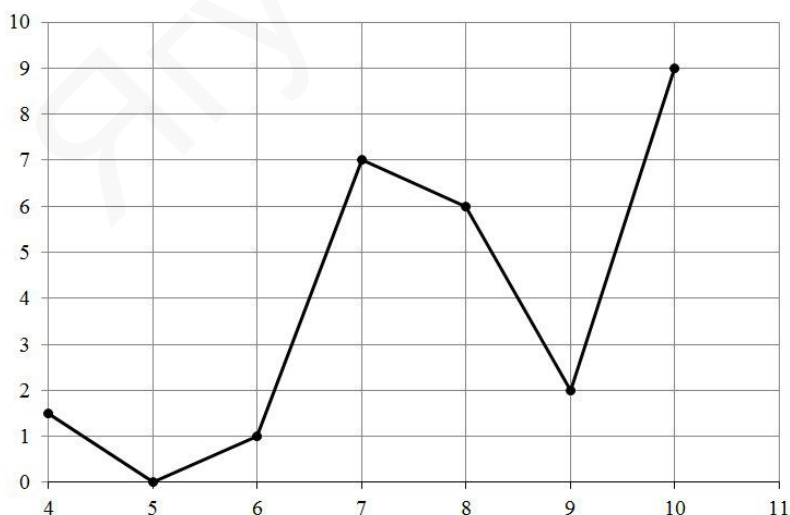
5	–	0	,	3			
---	---	---	---	---	--	--	--

ВАРИАНТ 1

Ответом на задания 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

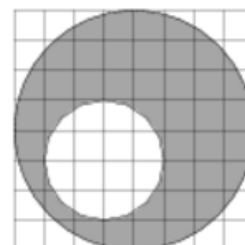
1. На бензоколонке один литр бензина стоит 33 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 41 рубль. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.

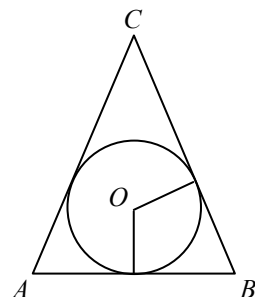
3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



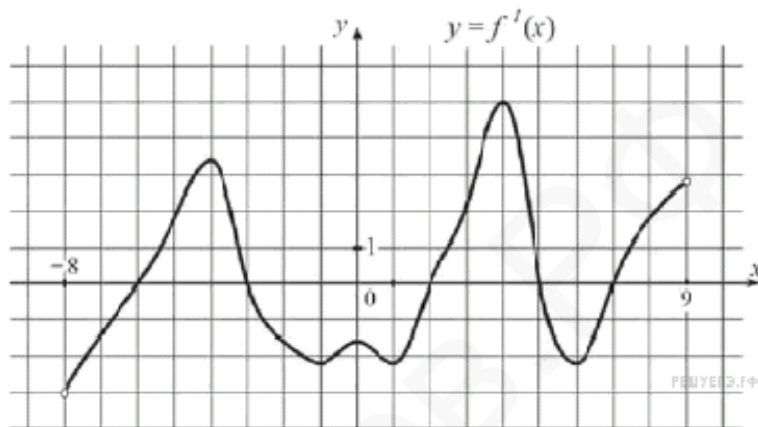
4. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

5. Решите уравнение $\log_{x-2} 16 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 10 и 1, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



7. На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 8]$.



8. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 3.

9. Найдите значение выражения $\frac{16 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 70^\circ}$.

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где

$R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 километров. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 10 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

11. Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,1 км от дома. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

12. Найдите точку минимума функции $y = (6 - 4x) \cos x + 4 \sin x + 14$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение: $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

14. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M середина ребра $C_1 D_1$, а точка K делит ребро AA_1 в отношении $AK : KA_1 = 1 : 3$. Через точки K и M проведена плоскость α , параллельная прямой BD и пересекающая диагональ $A_1 C$ в точке O .

а) Докажите, что плоскость α делит диагональ $A_1 C$ в отношении $A_1 O : OC = 3 : 5$.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью (ABC) , если известно, что $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб.

15. Решите неравенство $\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0$.

16. Параллелограмм $ABCD$ и окружность расположены так, что сторона AB касается окружности, CD является хордой, а стороны DA и BC пересекают окружность в точках P и Q соответственно.

а) Докажите, что около четырехугольника $ABQP$ можно описать окружность.

б) Найдите длину отрезка DQ , если известно, что $AP = a$, $BC = b$, $BQ = c$.

17. Дмитрий взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Дмитрий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Дмитрий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно втрое больше предыдущего. Какую сумму Дмитрий заплатил в первый раз? Ответ дайте в рублях.

18. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{a \sin x + \cos x} = \sqrt{a \cos x + \sin x}$ имеет решения на отрезке $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

19. Дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, где a , b и c — натуральные числа, не превосходящие 100. Также известно, что числа a , b и c попарно отличаются друг от друга не менее чем на 2.

а) Может ли такое уравнение иметь корень -7 ?

б) Может ли такое уравнение иметь корень -53 ?

в) Какой наименьший целый корень может иметь такое уравнение?

ПРОБНЫЙ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ. ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут. Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение.

Ответ

–0,3

Запись в бланк ответов

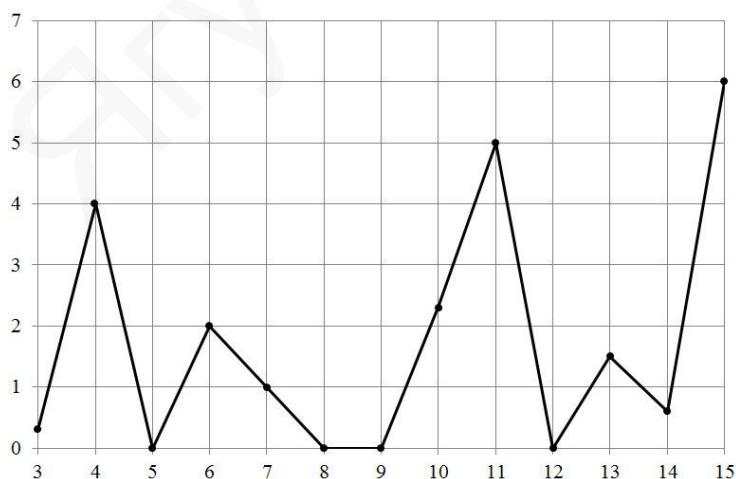
5	–	0	,	3		
---	---	---	---	---	--	--

ВАРИАНТ 2

Ответом на задания 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

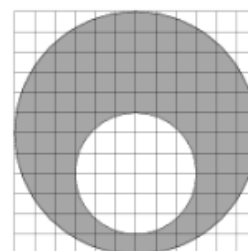
1. На бензоколонке один литр бензина стоит 35 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 15 литров бензина и купил бутылку воды за 23 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 3 до 7 миллиметров осадков.

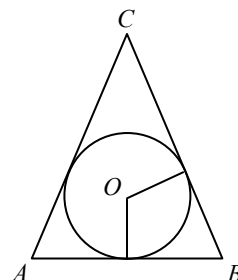
3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



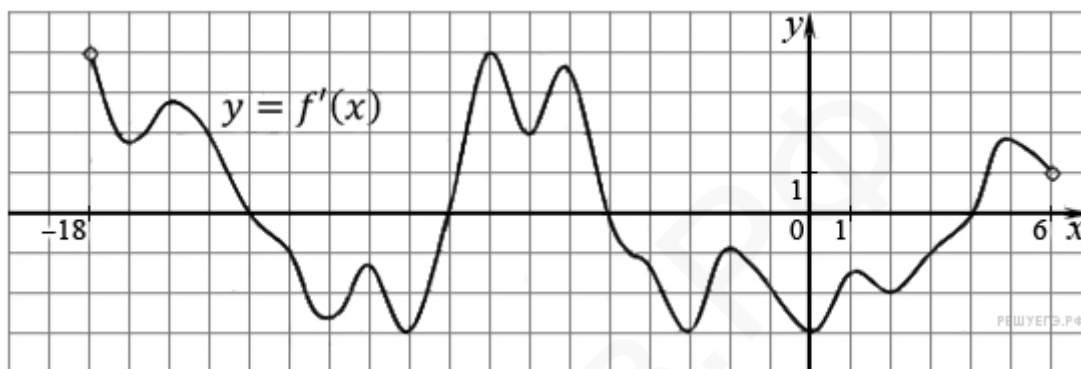
4. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся П. верно решит больше 7 задач, равна 0,78. Вероятность того, что П. верно решит больше 6 задач, равна 0,89. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 7 задач.

5. Решите уравнение $\log_{x-1} 81 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 4, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



7. На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-13; 1]$.



8. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $8\sqrt{3}$, а высота равна 6.

9. Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 22^\circ}{\cos 11^\circ \cdot \cos 79^\circ}$.

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 3,2 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 15 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

11. Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

12. Найдите точку минимума функции $y = (1 - 2x) \cos x + 2 \sin x + 7$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение: $9^x - 3^{x+2} + 14 = 0$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[1; \sqrt{5}]$.

14. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка F середина ребра AB , а точка E делит ребро DD_1 в отношении $DE : ED_1 = 6 : 1$. Через точки F и E проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая диагональ $B_1 D$ в точке O .

а) Докажите, что плоскость α делит диагональ DB_1 в отношении $DO : OB_1 = 2 : 3$.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью (ABC) , если известно, что $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная четырехугольная призма, сторона основания которой равна 4, а высота равна 7.

15. Решите неравенство $\frac{2x^2 + 3x - 5}{\log_5(x^2 + 4x + 4)} \geq 0$.

16. Окружность проходит через вершины A и B параллелограмма $ABCD$, пересекает стороны AD и BC в точках M и N соответственно и касается стороны CD .

а) Докажите, что точки C, D, M и N лежат на одной окружности.

б) Найдите длину отрезка AD , зная, что $BM = a, MD = b, NC = c$.

17. Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

18. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{\cos x - a \sin x} = \sqrt{a \cos x - \sin x}$ имеет решения на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$.

19. Дано квадратное уравнение $ax^2 - bx + c = 0$, где a, b, c — натуральные числа, не превосходящие 200. Также известно, что числа a, b и c попарно отличаются друг от друга не менее чем на 2.

а) Может ли такое уравнение иметь корень 9?

б) Может ли такое уравнение иметь корень 135?

в) Какой наибольший целый корень может иметь такое уравнение?