

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 января 2020 года

Вариант МА1910309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

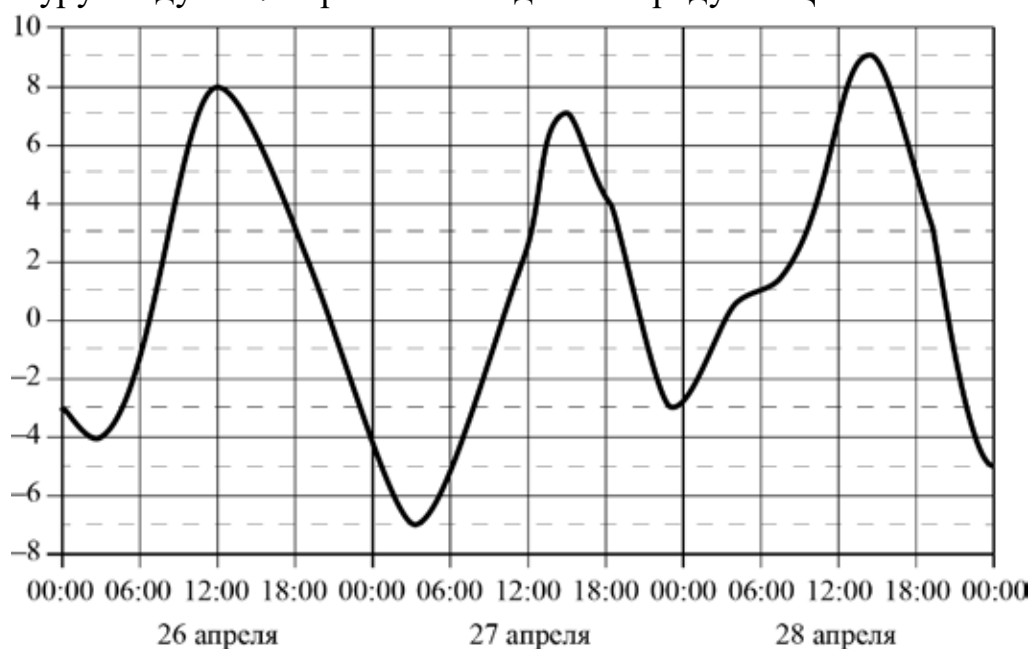
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 6 %. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 550 рублей. Какую минимальную сумму нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 550 рублей?

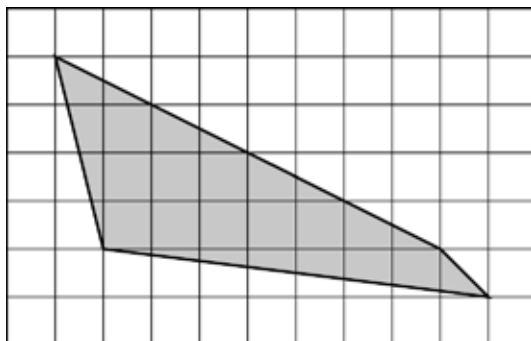
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

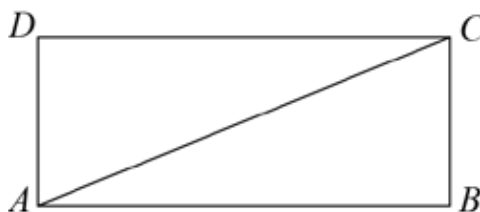
- 4 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 15 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{11x}{2x^2 - 21} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Периметр прямоугольника равен 10, а площадь равна 4,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.

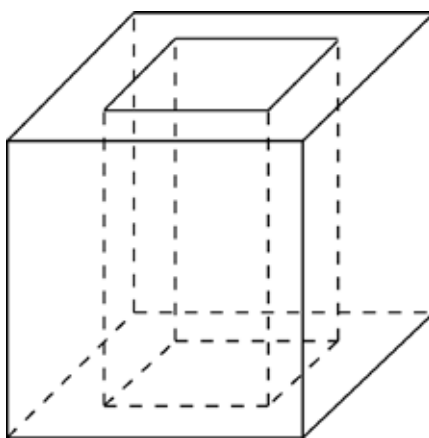


Ответ: _____.

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 - 4t - 7$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 71 м/с?

Ответ: _____.

- 8 Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,8 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{8 - \sqrt{15}}$.

Ответ: _____.

10

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 36$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 100 до 120 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 40 до 52 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

11

Грузовик перевозит партию щебня массой 224 тонны, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 + 10x - 10)e^{-10-x}$ на отрезке $[-13; -8]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

14 Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Известно, что $AB = BC$. Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M лежит на ребре AC и делит его в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая KM перпендикулярна прямой AC .

б) Найдите расстояние между прямыми KM и A_1C_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

15 Решите неравенство $3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \times 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}$.

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 120^\circ$, $BC = 10\sqrt{7}$ и площадь треугольника AB_1C_1 в три раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left(x^2 + \sqrt{x+2a}\right)^2 = \left(1 - 2x + \sqrt{x+2a}\right)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1; 1]$.

19

Конечная возрастающая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n-2$ выполнено равенство $3a_{k+2} = 4a_{k+1} - a_k$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.

б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $2a_n = 3a_2 - a_1$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 315$?

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 января 2020 года

Вариант МА1910310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

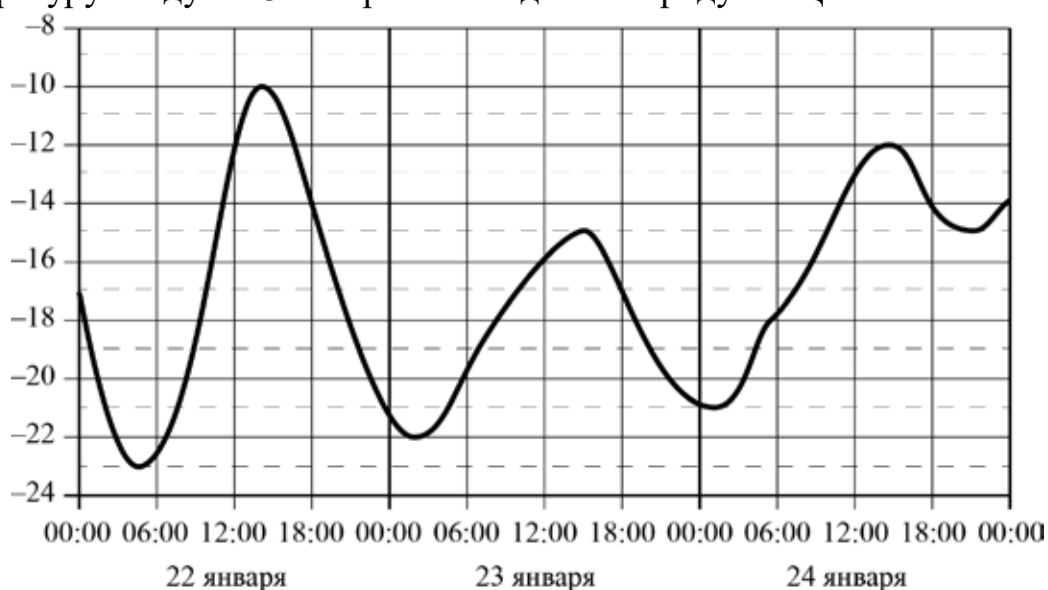
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 1 %. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 350 рублей. Какую минимальную сумму нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 350 рублей?

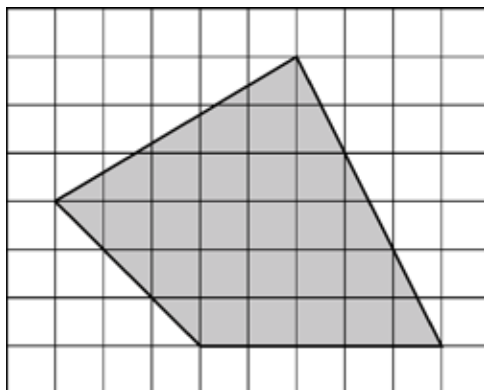
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

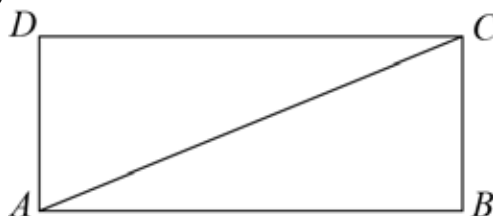
- 4 Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{7x}{2x^2 - 15} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Периметр прямоугольника равен 74, а площадь равна 36,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.



Ответ: _____.

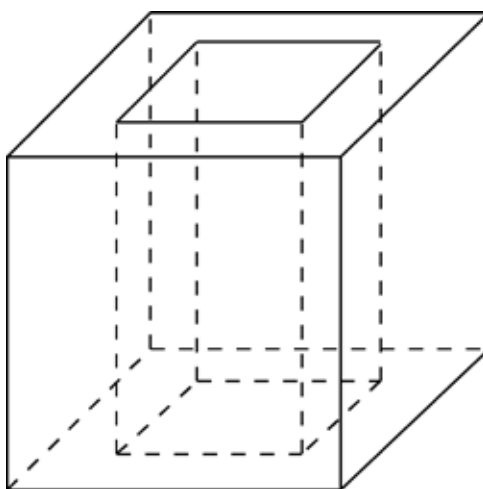
7

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t + 1$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 48 м/с?

Ответ: _____.

8

Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2}{7 + \sqrt{33}}$.

Ответ: _____.

10

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 65$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 230 до 250 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 70 до 90 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

11

Грузовик перевозит партию щебня массой 90 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за десятый день, если вся работа была выполнена за 12 дней.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 39x + 39)e^{2-x}$ на отрезке $[0; 6]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7}\sin x} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$.

14

Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Известно, что $AB = BC$. Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M лежит на ребре AC и делит его в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая KM перпендикулярна прямой AC .

б) Найдите расстояние между прямыми KM и A_1C_1 , если $AB = 10$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

15

Решите неравенство $2^{|x|} - 6 - \frac{9 \times 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \times 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$.

16

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 150^\circ$, $BC = 5\sqrt{5}$ и площадь треугольника AB_1C_1 в четыре раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 11 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left(x^2 + \sqrt{x - 2a}\right)^2 = \left(1 - 2x + \sqrt{x - 2a}\right)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1; 1]$.

19 Конечная возрастающая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из $n^3 - 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \in n - 2$ выполнено равенство $4a_{k+2} = 7a_{k+1} - 3a_k$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.

б) Может ли в такой последовательности при некотором $n^3 - 3$ выполняться равенство $a_n = 4a_2 - 3a_1$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 527$?