

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 января 2020 года

Вариант МА1910311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

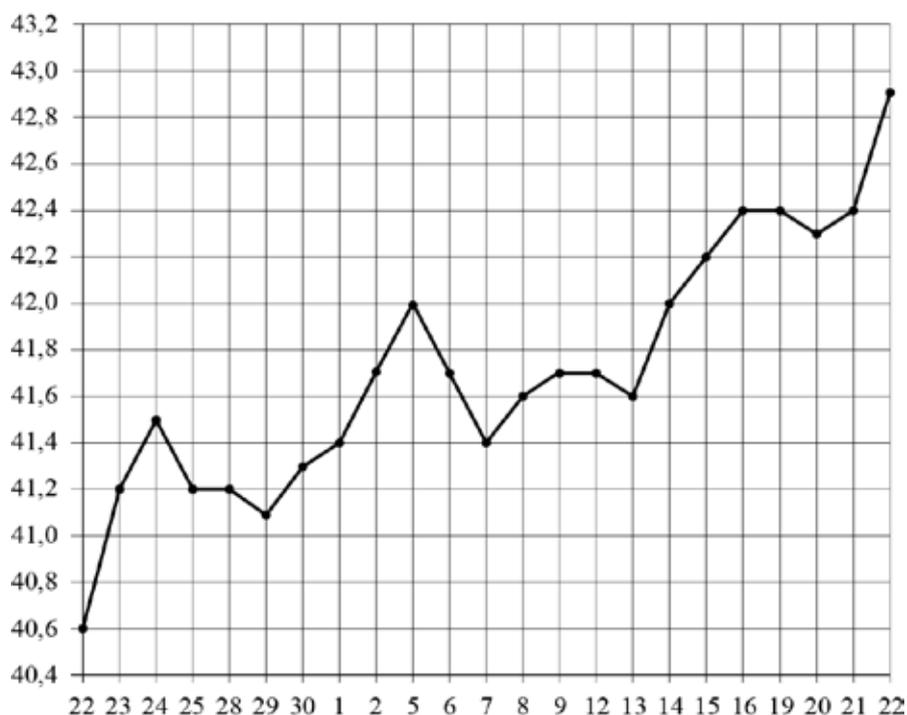
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 632 рубля. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

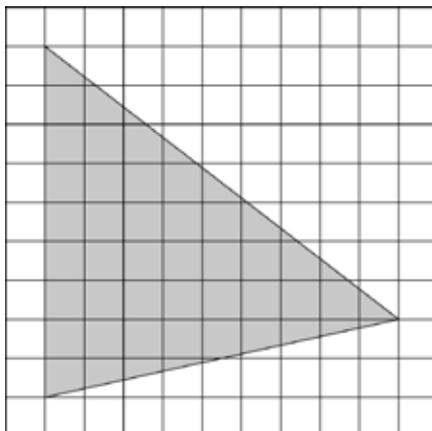
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 41,4 рубля.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1'1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

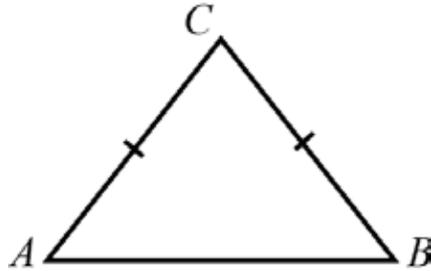
- 4 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент Б. получит не менее 64 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,8 и по обществознанию — 0,9. Найдите вероятность того, что Б. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{x - 59}{x - 4} = -4$.

Ответ: _____.

- 6 Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15, а основание равно 18. Найдите площадь этого треугольника.

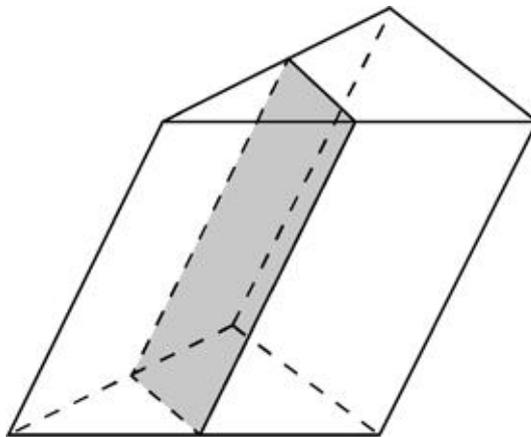


Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = 7x + 1$ является касательной к графику функции $7x^2 + bx + 29$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

Ответ: _____.

- 8 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 50. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $14^{-0,6} \times 7^{1,6} : 2^{-3,6}$.

Ответ: _____.

10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора составляет $C = 5 \times 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 2 \times 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе составляет $U_0 = 25$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 2,3$ — постоянная.

Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 46 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

11 Заказ на изготовление 210 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 12 \sin x - 17x + 8$ на отрезке $\left[\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{7x}{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{7x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos^2 3x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

14

Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и $Q B$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 6.

15

Решите неравенство $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 1$.

16

На диаметре AB окружности с центром O взята точка O_1 . Построена вторая окружность с центром в точке O_1 радиусом $O_1 B$. Луч с началом в точке A касается второй окружности в точке C и пересекает первую окружность в точке D .

а) Докажите, что прямые $O_1 C$ и BD параллельны.

б) Прямая $O_1 C$ пересекает окружность с диаметром AB в точках P и Q (точка P лежит на дуге ADB). Найдите площадь четырёхугольника $PDBQ$, если окружности касаются внутренним образом в точке B , а их радиусы равны 40 и 30 соответственно.

- 17** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$$

имеет ровно 3 решения.

- 19** На доске в одну строку слева направо написаны n натуральных чисел, причём каждое следующее из них является квадратом предыдущего.
- а) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 14 цифр (например, если на доске написаны числа 5, 25 и 625, то написаны ровно 6 цифр)?
 - б) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 8 цифр?
 - в) Какое самое маленькое число может быть написано на доске при $n = 4$, если на доске написано ровно 20 цифр?

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 января 2020 года

Вариант МА1910312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

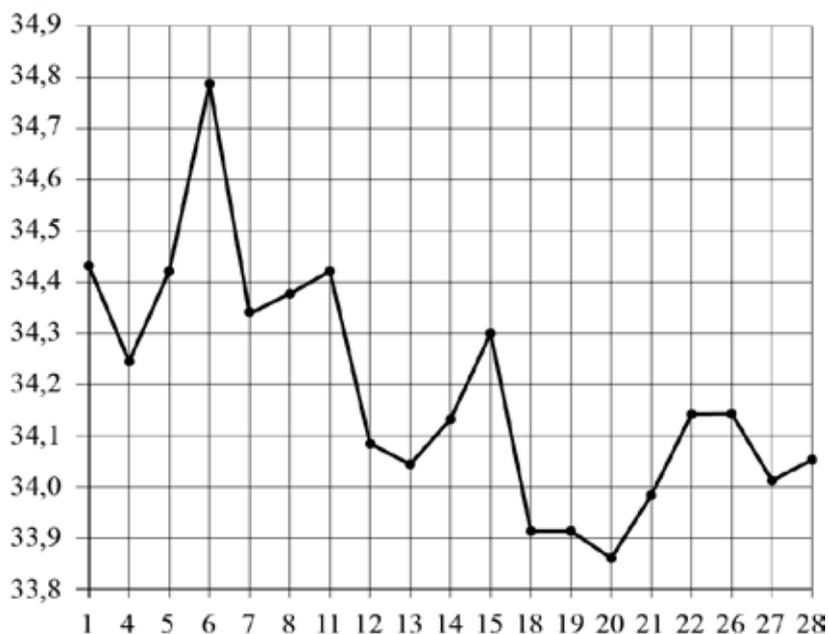
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Футболка стоила 700 рублей. После снижения цены она стала стоить 532 рубля. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

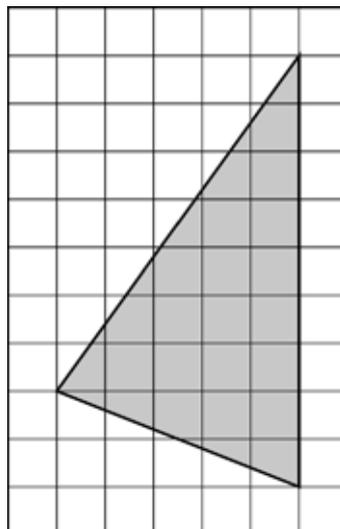
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 февраля по 28 февраля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 34,3 рубля.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы поступить в институт на специальность «Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 61 балла по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 61 балла по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент О. получит не менее 61 балла по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,7, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6.

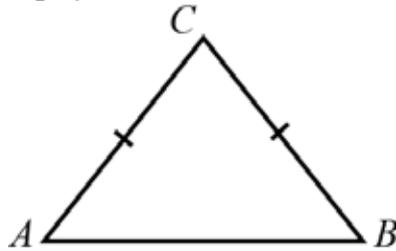
Найдите вероятность того, что О. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{x+17}{x+1} = -3$.

Ответ: _____.

- 6** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 26, а основание равно 48. Найдите площадь этого треугольника.

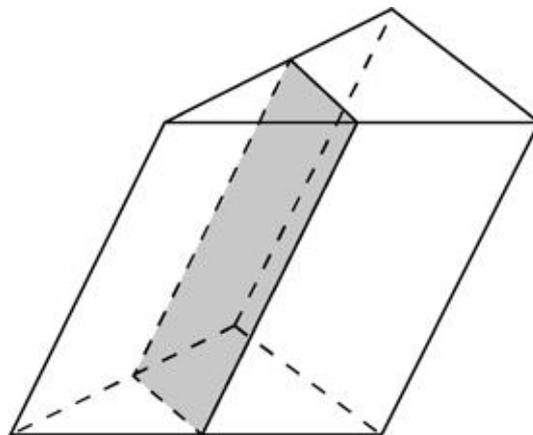


Ответ: _____.

- 7** Прямая $y = 8x + 3$ является касательной к графику функции $15x^2 + bx + 18$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

Ответ: _____.

- 8** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 10. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $12^{3,2} \times 6^{-2,2} : 2^{2,2}$.

Ответ: _____.

10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора составляет $C = 2 \times 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \times 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе составляет $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная.

Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 8,4 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

11 Заказ на изготовление 240 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 79 \sin x - 81x + 53$ на отрезке $\left[\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2} + \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 2 \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14

Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и $Q B$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 10.

15

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-4)(x-7)}{(x+2)(x+4)(x+7)} > 1$.

16

На диаметре AB окружности с центром O взята точка O_1 . Построена вторая окружность с центром в точке O_1 радиусом $O_1 B$. Луч с началом в точке A касается второй окружности в точке C и пересекает первую окружность в точке D .

а) Докажите, что прямые $O_1 C$ и BD параллельны.

б) Прямая $O_1 C$ пересекает окружность с диаметром AB в точках P и Q (точка P лежит на дуге ADB). Найдите площадь четырёхугольника $PDBQ$, если окружности касаются внутренним образом в точке B , а их радиусы равны 20 и 15 соответственно.

- 17** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$$

имеет ровно 3 решения.

- 19** На доске в одну строку слева направо написаны n натуральных чисел, причём каждое следующее из них является квадратом предыдущего.
- а) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 11 цифр (например, если на доске написаны числа 5, 25 и 625, то написаны ровно 6 цифр)?
 - б) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 12 цифр?
 - в) Какое самое маленькое число может быть написано на доске при $n = 4$, если на доске написано ровно 22 цифры?