

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень Вариант Кемерово 14.12.2019

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

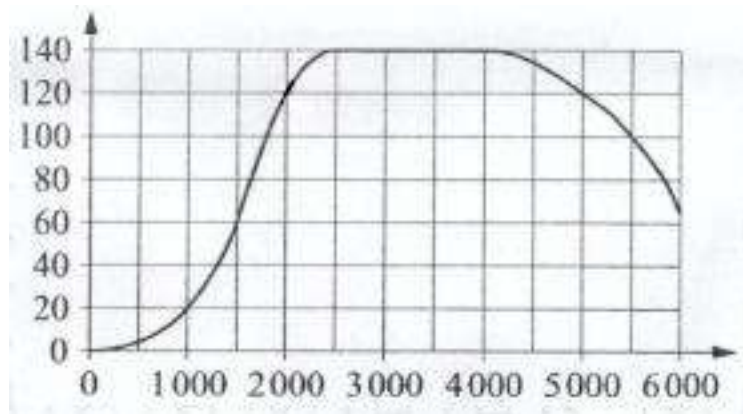
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Цена на электрический чайник была повышена на 17% и составила 1170 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

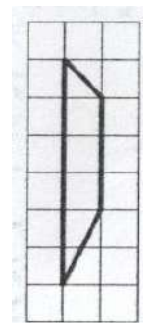
Ответ: _____.

- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси – крутящий момент в Н·м. Определите по графику, на сколько увеличился крутящий момент, если двигатель увеличил число оборотов с 0 до 2000. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

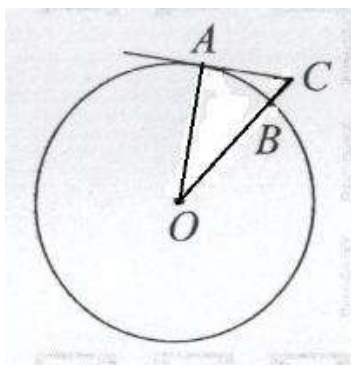
- 4 В группе туристов 90 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 9 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолётa.

Ответ: _____.

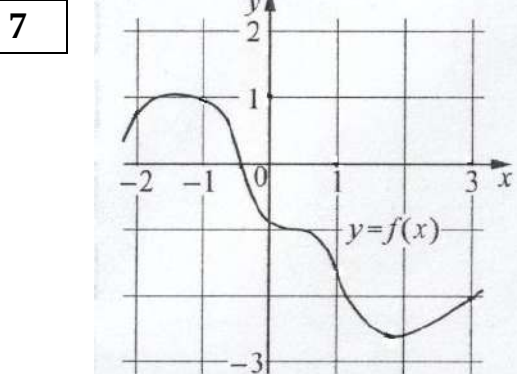
- 5 Найдите корень уравнения $9^{x+5} = \frac{1}{81}$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности с центром O , отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 44° . Ответ дайте в градусах.



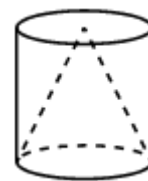
Ответ: _____.



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 1, 3. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

Ответ: _____.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 10 см до 30 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 100 см до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 11 Расстояние между пристанями A и B равно 70 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 2 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот проплыл 32 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = 5x - \ln(x + 3)^5 + 6$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin(2x) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{4}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; 5\pi]$.

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK = 1$. Точки M и L – середины ребер A_1C_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость γ , параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости γ .

15

Решите неравенство $\frac{9^x - 25 \cdot 3^x + 26}{3^x - 1} + \frac{9^x - 7 \cdot 3^x + 1}{3^x - 7} \leq 2 \cdot 3^x - 24$.

16

В трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 13 и 26 соответственно. Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

а) Докажите, что $AM = DM$.

б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 74° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

17

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 75000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 123000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(a-3)x - 4ay + 5a^2 - 6a = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

- а) Может ли оказаться, что на доске написано число 220?
- б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 12?
- в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 12, может быть на доске?