

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 237

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

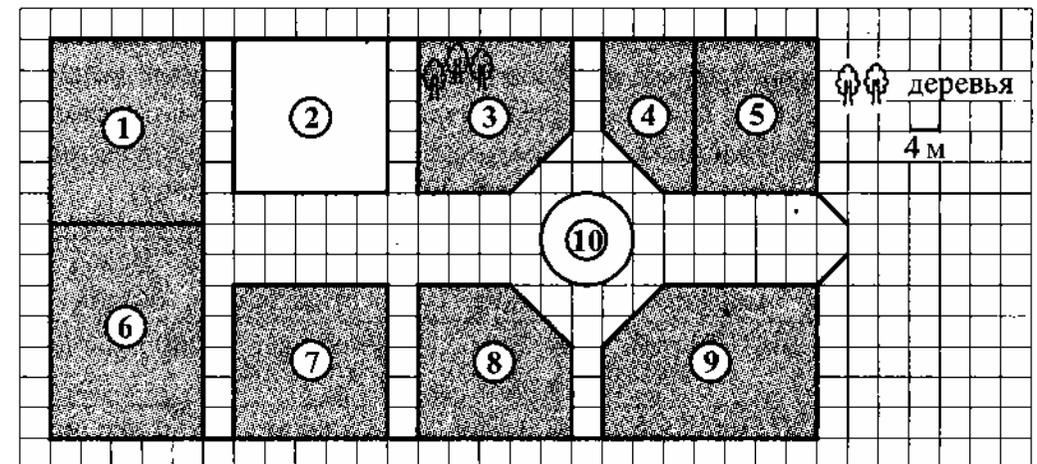
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».**Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5**

На рисунке изображён план парка аттракционов. Сторона каждой клетки на плане равна 4 м. У парка имеется единственный вход. Напротив входа расположен фонтан круглой формы. Слева от входа находится горка «Гусеница», а справа – кафе. К кафе примыкает аттракцион «Зеркальный лабиринт». В углу территории парка аттракционов находится автодром, занимающий площадь 480 кв. м. К автодрому примыкает территория с колесом обозрения. На площадке, где растут деревья, расположен аттракцион «Паровозик». Между «Паровозиком» и автодромом находится пустующий участок. Рядом с горкой «Гусеница» расположена цепочная карусель. Между цепочной каруселью и колесом обозрения находится аттракцион «Лодочки».



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Аттракцион	«Лодочки»	Автодром	«Паровозик»	Цепочная карусель
Цифры				

Ответ: _____.

2. Пустой участок в парке аттракционов решили засыпать щебнем для последующего бетонирования. Грузовик вмещает 8 тонн щебня. Для засыпки одного квадратного метра участка необходимо 110 кг щебня. Какое минимальное количество грузовиков с щебнем необходимо для засыпки участка?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в m^2), которую занимает горка «Гусеница».

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от автодрома до горки «Гусеница» (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Директор парка планирует устроить дополнительный аттракцион на пустом участке, работающий 10 часов в день. Он рассматривает два варианта: верёвочный парк или скалодром. Цены на возведение аттракциона и стоимость его обслуживания, среднее число посетителей (по статистике в аналогичных аттракционах) и стоимость билетов даны в таблице.

Аттракцион	Оборудование и монтаж (тыс. руб.)	Обслуживание (руб./день)	Среднее число посетителей (чел./час)	Стоимость билета (руб./чел.)
Верёвочный парк	1 431	2800	8	260
Скалодром	6 733	3400	13	350

Обдумав оба варианта, директор решил построить скалодром. Через сколько дней непрерывной работы скалодрома более высокая прибыльность, чем у верёвочного парка, компенсирует разность в стоимости возведения и обслуживания?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $7,2375 : 2,5 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{25} + 2,26 \right)$.

Ответ: _____.

7. Даны положительные числа a , b , c . Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{a}{7a+b} + \frac{b}{7b+c} + \frac{c}{7c+a}.$$

1) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{3}{7}$

4) невозможно определить

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $(\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{75} + 3\sqrt{108}) \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $\frac{20}{\sqrt{x}} + x\sqrt{x} + x = 22$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. В урне 3 белых, 5 чёрных и 7 красных шаров. Из урны вынимают один за другим все находящиеся в ней шары и записывают их цвета. Найдите вероятность того, что в этом списке белый цвет появится раньше чёрного.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и областью определения этих функций. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других дополнительных символов.

А)

$$y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x+4}$$

Б)

$$y = \sqrt[3]{x-2}$$

В)

$$y = x\sqrt{x-5}$$

1)

$$(-\infty; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)$$

2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[5; +\infty)$

Ответ: _____.

12. Второй, пятый и девятый члены непостоянной арифметической прогрессии являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найдите отношение суммы первых двадцати членов арифметической прогрессии к сумме первых десяти членов этой прогрессии.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{a^2-ab}{b^2+ab} - \frac{ab+a^2}{b-a}\right) \cdot \frac{b}{b-a} + \frac{a}{a+b}$ при $a = 10 - 8\sqrt{6}$, $b = 10 + 8\sqrt{6}$.

Ответ: _____.

14. Подъёмный кран равномерно поднимает груз массой m (в кг) на высоту h (в м) за t секунд. Коэффициент полезного действия η двигателя подъёмного крана можно вычислить по формуле $\eta = \frac{mgh}{IUt}$, где g – ускорение свободного падения (в м/с²), I – сила тока, потребляемая краном (в А), U – напряжение на обмотке двигателя (в В). Пользуясь этой формулой, найдите t (в минутах), если $\eta = 50\%$, $m = 0,5$ тонн, $g = 10$ м/с², $g = 10$ м/с², $h = 28,5$ м, $I = 25$ А, $U = 380$ В.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} > x-4 \\ \frac{x^3 - 27 + 9x(3-x)}{|3-2x|} \leq \sqrt{2x-3} \end{cases}$$

1) $\left(\frac{3}{2}; 6\right]$

2) $\left(\frac{3}{2}; 7\right]$

3) $[-2; 6]$

4) $[-2; 7]$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите градусную меру угла AKD .

Ответ: _____.

17. В треугольник ABC вписан полукруг, у которого полуокружность касается стороны BC , а диаметр (с концами на сторонах AB и AC) параллелен основанию. Найдите радиус полуокружности, если $BC = 4$, а площадь треугольника ABC равна 6.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

18. На стороне OK острого угла KOM взята точка L , причём L лежит между точками O и K . Окружность проходит через точки K и L и касается луча OM в точке M . На дуге LM , не содержащей точку K , взята точка N . Расстояния от точки N до прямых OM , OK и KM равны 4, 2 и 5 соответственно. Найдите расстояние от точки N до прямой LM .

Ответ: _____.

19. Дан квадрат $ABCD$. Внутри квадрата отмечена произвольная точка O . Через точку O проведены две взаимно перпендикулярные прямые OA и OD . Прямая OA пересекает сторону квадрата BC в точке N , а прямая OD пересекает сторону квадрата AB в точке M . При этом $ON = 4,8$ и $OD = 6$. Найдите сумму площадей треугольников AOM и NCD .

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

- 1) Многоугольник, все стороны которого равны между собой, является правильным многоугольником.
- 2) Если прямая проходит через центр окружности, вписанной в правильный многоугольник, то она делит его на два равных многоугольника.
- 3) Если косинусы всех углов треугольника положительны, то этот треугольник остроугольный.

Ответ: _____.

21. Решите неравенство $\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} \geq \sqrt{x^2 - 4}$.

22. Четыре бригады разрабатывали месторождение нефти в течение трёх лет, работая с постоянной для каждой бригады производительностью. В течение пяти последних месяцев второго года и первых трёх месяцев третьего года работа не проводилась, всё остальное время работала только одна из бригад. Отношение времён работы первой, второй, третьей и четвёртой бригад и количества выработанной продукции соответственно равны:

в первый год 4:5:2:1 и 17 млн тонн;

во второй год 2:3:1:1 и 10 млн тонн;

в третий год 1:2:2:4 и 11 млн тонн.

Сколько миллионов тонн нефти выработали бы за 2 месяца четыре бригады, работая вместе?

23. Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением $(3|x-y| - 2 - (x-y)^2)(|y-x| + |y-x^2| - 2) = 0$. Найдите все значения m , при которых прямая $y = m$ имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия».

24. Внутри треугольника ABC взята произвольная точка, и через неё три прямые, параллельные сторонам треугольника. Эти прямые делят треугольник ABC на шесть частей, из которых три части являются треугольниками. Площади этих треугольников равны 4, 9, 16. Найдите площадь треугольника ABC .

25. Вписанная окружность треугольника ABC касается стороны AB в точке D . Вписанная окружность треугольника ACD касается сторон AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно. Вписанная окружность треугольника BCD касается сторон AB и BC в точках C_2 и A_2 соответственно. Докажите, что прямые B_1C_1 , A_2C_2 и CD пересекаются в одной точке.

26. В остроугольном треугольнике ABC через середины всех его сторон проведена окружность с центром в точке O . Эта окружность пересекает сторону треугольника AB в точках M и N . Найдите градусную меру угла MON , если $\angle BAC = 47^\circ$, $\angle ABC = 56^\circ$