

Тренировочный вариант №43

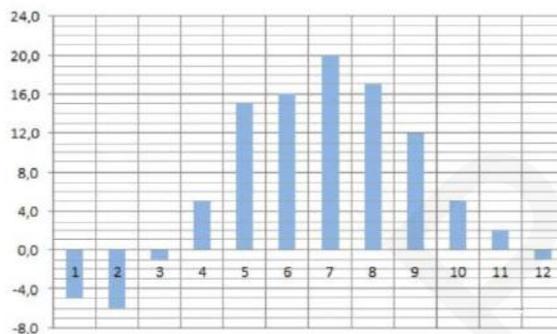
Часть 1.

1.

Бананы подешевели на 20%. На сколько процентов больше можно купить бананов на те же деньги?

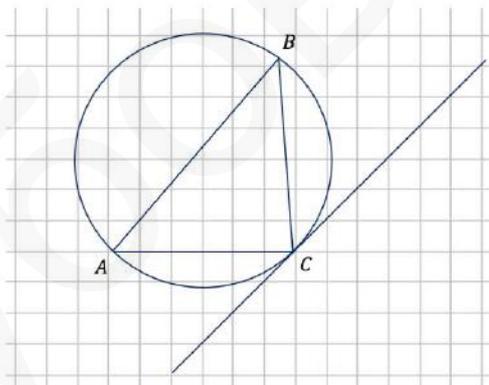
2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме среднегодовую температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия. Результат округлите до сотых.



3.

Найдите угол ABC .



4.

Класс разделили на 3 группы по 8, 9 и 10 человек. С какой вероятностью друзья Коля и Вася окажутся в одной группе? Результат при необходимости округлите до сотых.

5.

Найдите произведение корней уравнения $0,34x^2 - 5,67x + 1,36 = 0$.

6.

В прямоугольном треугольнике ABC биссектриса BE прямого угла B делится центром O вписанной окружности в отношении $BO : OE = \sqrt{3} : \sqrt{2}$. Найдите больший острый угол треугольника ABC . Ответ запишите в градусах.

7.

При каком значении параметра a прямая $y = x + a$ является касательной к графику функции $y = x^2 + 3x + 1$

8.

В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ проведено сечение плоскостью, которая параллельна грани BB_1C_1C и делит ребро AC в отношении $3 : 2$, считая от вершины A . Найдите объем отсеченной треугольной призмы, если объем призмы $ABCA_1B_1C_1$ равен 125.

9.

Найдите значение выражения $\frac{\cos \frac{5\pi - 2\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{2\alpha - 3\pi}{2}}{\sin(\alpha - 3\pi)}$, если $\sin \alpha = 0,6$

10.

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну.

Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле

$P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах).

Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

11.

Брокерская фирма приобрела два пакета акция, а затем их продала на общую сумму 7 миллионов 680 тысяч рублей, получив при этом 28% прибыли. За какую сумму фирма приобрела первый пакет акций, если при продаже первого пакета прибыль составила 40%, а при продаже второго — 20%? Ответ запишите в миллионах рублей

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{60}{2x^2 - 8x + 13}$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$4\operatorname{ctg}^3 2x - 12\operatorname{ctg} 2x + \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^2 x - 14 = 0$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$

Задание **14.**

В четырехугольной пирамиде $SKLMN$ с вершиной S боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 30° . Известно, что $KN = 6$, $MN = 2$, $\angle KNM = 90^\circ$, $\angle KLM = 60^\circ$. Основание высоты пирамиды лежит внутри четырехугольника $KLMN$.

а) Докажите, что основание высоты пирамиды является центром окружности, вписанной в четырехугольник $KLMN$.

б) Найдите высоту пирамиды.

Задание 15.

Решите неравенство:

$$(2^x + 3 \cdot 2^{-x})^{2 \log_2 x - \log_2(x+6)} > 1$$

Задание 16.

Вокруг трапеции с основаниями $\sqrt{8}$ и $\sqrt{28}$ описана окружность радиуса 3 с центром, находящимся внутри трапеции. Каждый из четырех отсекаемых сторонами трапеции сегментов отражен внутрь трапеции симметрично относительно отсекающей его стороны.

а) Докажите, что образ нижнего отсекаемого сегмента имеет общую область с образами боковых отсекаемых сегментов, а образ верхнего – не имеет.

б) Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек трапеции, которые не принадлежат ни одному из отраженных внутрь нее сегментов.

Задание 17.

Строительство нового завода стоит 140 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,4x^2 + x + 5$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,4x^2 + x + 5)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 4 года?

Задание 18.

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left| \frac{x(3^x - 1)}{3^x + 1} - 2a \right| = a^2 + 1$$

имеет нечетное число решений.

Задание 19.

В коробке есть карточки их всего 8 штук. На каждой написано одно натуральное число из набора чисел 1,4,7,12,18,20,27,34. Два школьника по очереди вытаскивали карточки, пока в коробке не осталась одна карточка.

а) Может ли сумма чисел на вытянутых карточках у одного школьника быть в 4 раза больше, чем у другого?

б) Может ли сумма чисел на вытянутых карточках у одного школьника быть в 3 раза больше, чем у другого?

в) Карточку с числом 12 заменили на карточку с числом 13. И снова провели процедуру вытаскивания карточек, пока в коробке не осталась одна карточка. Оказалось, что сумма чисел на вытянутых карточках у одного школьника в 4 раза больше, чем у другого. Карточка с каким числом могла остаться в коробке?