Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап · 9 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

1. Парабола $y = 20x^2 + 19x$ и прямая $y = 20x + 19$ пересекаются в двух точках. Верно ли, что график функции $y = 20x^3 + 19x^2$ проходит через эти же две точки?

2. Дана равнобокая трапеция с основаниями 4 и 12 и высотой 4. Можно ли разрезать её на три части и сложить из этих частей квадрат?

3. Число 2019 представили в виде суммы различных нечётных натуральных чисел. Каково наибольшее возможное количество слагаемых?

4. На полуокружности с диаметром AD отмечены точки B и C. Точка M — середина отрезка BC. Точка N такова, что M — середина отрезка AN. Докажите, что прямые BC и DN перпендикулярны.

5. В шахматном турнире в один круг участвовало два мальчика и несколько девочек. Мальчики набрали на двоих 8 очков, в то время как все девочки набрали очков поровну. Сколько девочек могло участвовать в турнире? (Победа — 1 очко, ничья — 0,5 очка, поражение — 0 очков.)

6. Найдите такое наибольшее n, что сумма четвёртых степеней любых n простых чисел, больших 10, делится на n.