

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 290

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

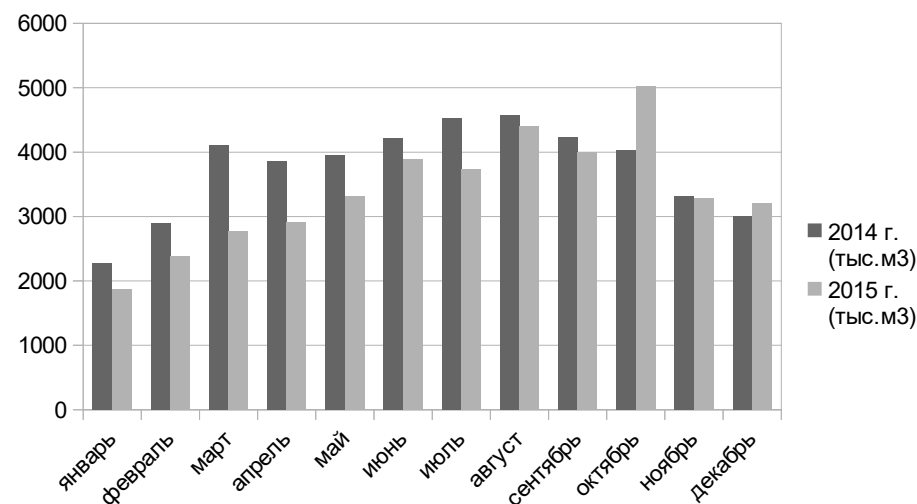
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В магазине можно покупать фотобумагу листами (по 6 рублей за лист) или пачками (по 250 рублей за пачку из 50 листов). Какую наименьшую сумму (в рублях) придётся заплатить за покупку 375 листов фотобумаги?

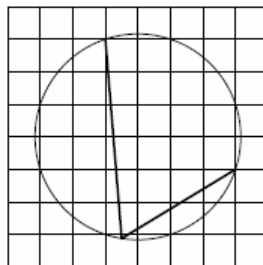
Ответ: _____.

2. Предприятие поставляло щебень строительной фирме в течение двух лет. Ежемесячный объём щебня, доезжавший до фирмы в 2014 (левый столбик) и в 2015 (правый столбик) годах, отражён на графике, где по оси ординат отложен объём в тысячах кубометров, а по оси абсцисс — месяцы года. В 2015 году у водителя фуры, отгружавшего щебень, случались недомогания, и щебень возил его заместитель. Поскольку последний не приторговывал щебнем на сторону, в месяцы отсутствия основного водителя весь запрошенный щебень доезжал-таки до фирмы, и его объём превышал объём щебня в том же месяце 2014 года. Определите по графику, сколько раз основной водитель отсутствовал на работе?



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге изображён угол, вписанный в окружность. Найдите его тангенс.



Ответ: _____.

4. Иван Петрович регистрирует автомобиль в ГИБДД и получает новый номер. Все три цифры нового номера случайны, но номер 000 не разрешен. Раньше номер автомобиля у Ивана Петровича был 769. Найдите вероятность того, что при случайном выборе нового номера он будет записан теми же тремя цифрами (в любом порядке). Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\frac{\log_2 4}{x} = \frac{3^{\log_3 x}}{2}$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

6. Медианы прямоугольного треугольника, проведённые к катетам, равны $2\sqrt{13}$ и $\sqrt{73}$. Найдите длину медианы, проведённой к гипотенузе.

Ответ: _____.

7. Прямая $y = 5 - x$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 5x + 3$. Найдите a .

Ответ: _____.

8. Основанием наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$, а диагональ AC_1 призмы перпендикулярна плоскости основания. Найдите площадь основания призмы, если $AC_1 = 2\sqrt{7}$, $AA_1 = 6$.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{52}} \cdot \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{13}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{52} - \sqrt{5}}$

Ответ: _____.

10. Очень лёгкий заряженный металлический шарик с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 6$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, направленная вверх перпендикулярно плоскости и равная $F_L = qvB \sin \alpha$ (Н). При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвётся от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила F_L была больше $3 \cdot 10^{-8}$ Н?

Ответ: _____.

11. Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу, один из пункта А в пункт Б, другой из Б в А. Каждый шёл с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км от Б, второй раз – в 6 км от А через 6 часов после первой встречи. Найдите расстояние между пунктами А и Б.

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 12|x + 1|$ на отрезке $[-4; 3]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $4\cos^2 x + 2(\sqrt{2} - 1)\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sqrt{2} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

14. В основании прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 1, боковое ребро равно 2. Плоскость сечения проходит через середины ребер AD и CC_1 параллельно диагонали $B_1 D$.

а) Докажите, что плоскость сечения делит ребро BB_1 в отношении 1:5, считая от точки B_1

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания параллелепипеда.

15. Решите неравенство $\log_{2x+4}(x^2 - 3x + 10) \geq 1$

16. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром O касается сторон AB и AC в точках M и N соответственно. Прямая BO пересекает окружность, описанную около треугольника CON вторично в точке P .

а) Докажите, что точка P лежит на прямой MN

б) Найдите площадь треугольника ABP , если площадь треугольника ABC равна 24.

17. Александр Сергеевич взял ипотечный кредит суммой 2 млн. рублей на 20 лет.

Условия выплаты кредита таковы:

- в начале каждого года долг увеличивается на 10%,
- после начисления процентов выплачивается некоторая часть долга,
- после выплаты долг должен быть на одну и ту же величину меньше, чем в аналогичном периоде прошлого года.

После 8-й выплаты Александру Сергеевичу удалось произвести реструктуризацию кредита, в результате чего процент, начисляемый в последующие годы, уменьшился до 8%. Какую сумму сэкономил Александр Сергеевич?

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$4x + 7 - 4\sqrt{4x - x^2} = x^2 + a^2 + 2a$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Будем называть дробь «простой», если её числитель равен 1, а знаменатель – натуральное число.

а) Запишите число 1 в виде суммы трёх различных простых дробей.

б) Можно ли записать число 1 в виде суммы двух различных простых дробей?

в) Какие действительные числа, меньшие 1, можно записать в виде суммы некоторого числа различных простых дробей?