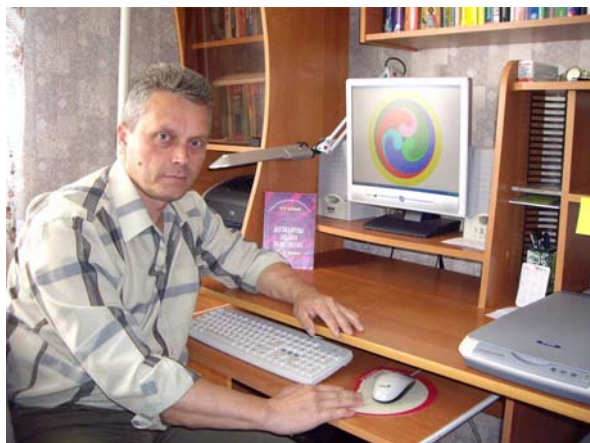




Уважаемый коллега!

Так уж сложились обстоятельства, что я на данный момент нигде не работаю (уже более трех лет!). Получаю пенсию по выслуге. Творчество в области образования не приносит никакого дохода, наверное, поэтому оно как-то застопорилось ... Жить в нашей стране на одну пенсию – это просто **существование** и не сладкое! Буду очень Вам благодарен за *поддержку в этот нелегкий для меня период.*

Если Вы хотите отблагодарить меня за этот творческий труд, просто перечислите небольшой бонус на мой Яндекс-кошелёк:

41001244635609

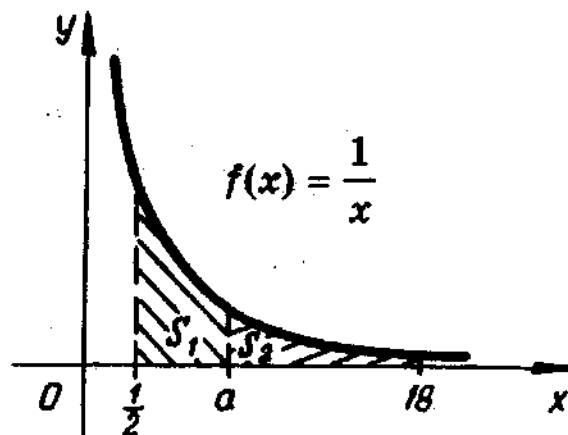
money.yandex.ru/to/41001244635609

Делается это очень просто, точно также, как вы оплачиваете сотовую связь, только выбрать нужно «Электронные деньги» и ввести указанный номер Яндекс-кошелька.

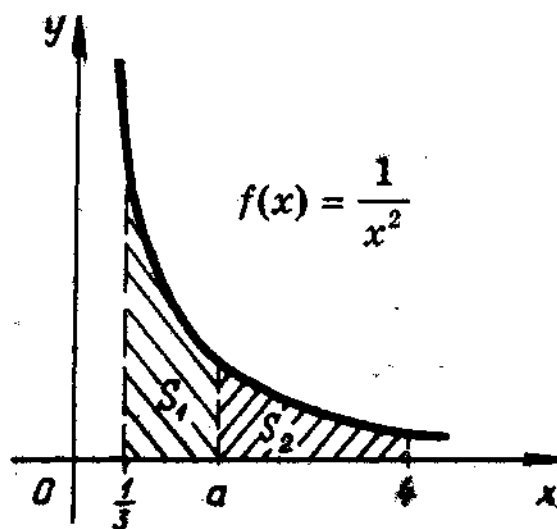
С уважением, Виктор Владимирович Кривоногов
(bbk50@yandex.ru)

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛОВ

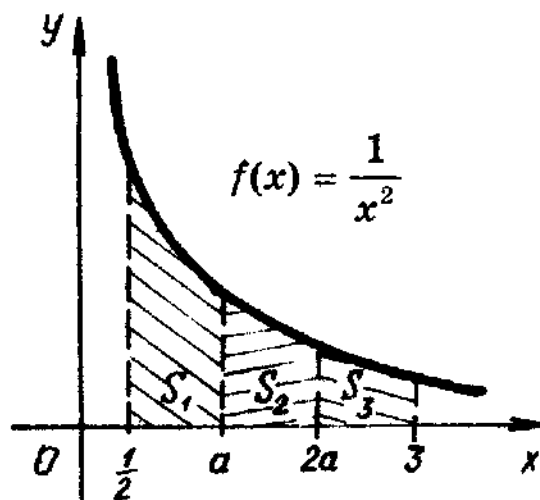
1. При каком значении a ($\frac{1}{2} < a < 18$) $S_1 \leq S_2$?



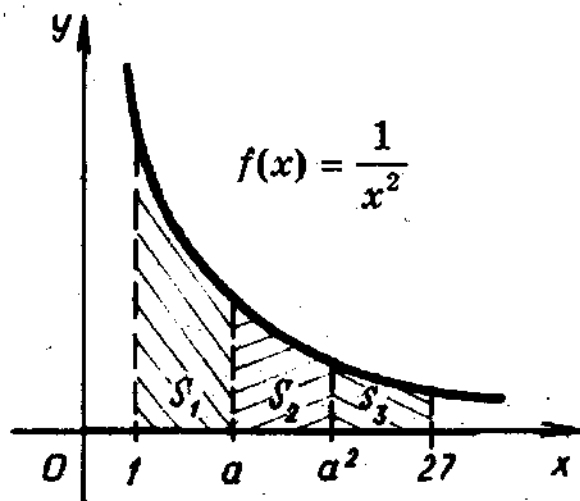
2. При каком значении a ($\frac{1}{3} < a < 4$) $S_2 \geq 2S_1$?



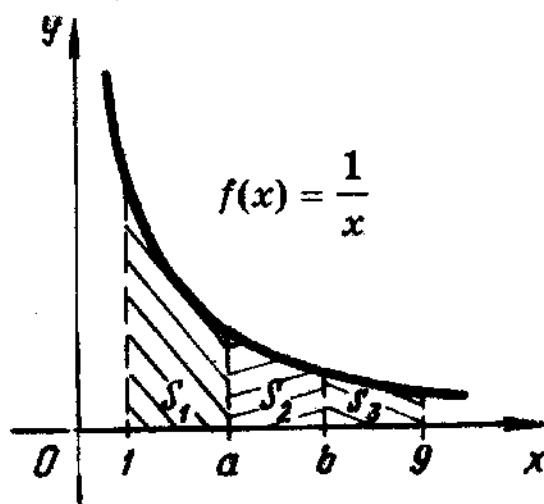
3. При каком значении a числа S_1 , S_2 , S_3 образуют три последовательных члена арифметической прогрессии? Найди разность этой прогрессии.



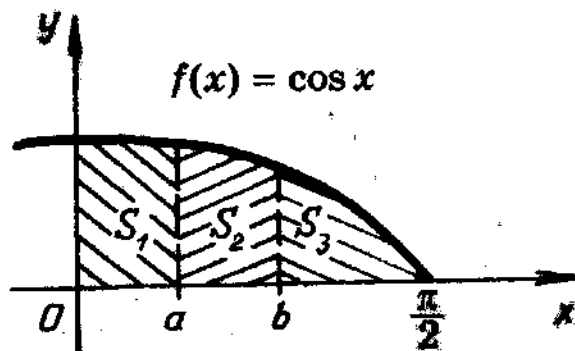
4. При каком значении числа a числа S_1, S_2, S_3 образуют три последовательных члена геометрической прогрессии? Найдите знаменатель этой прогрессии.



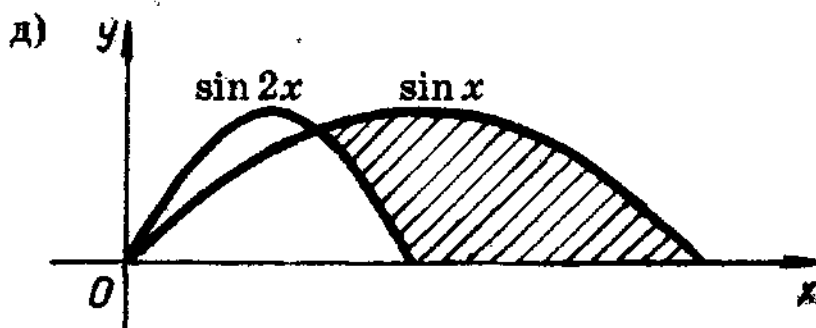
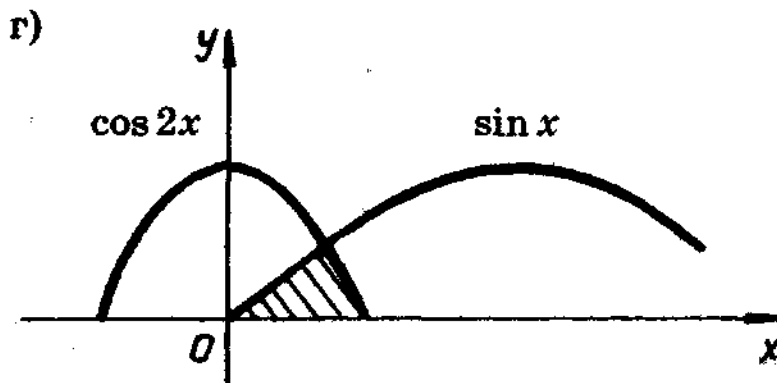
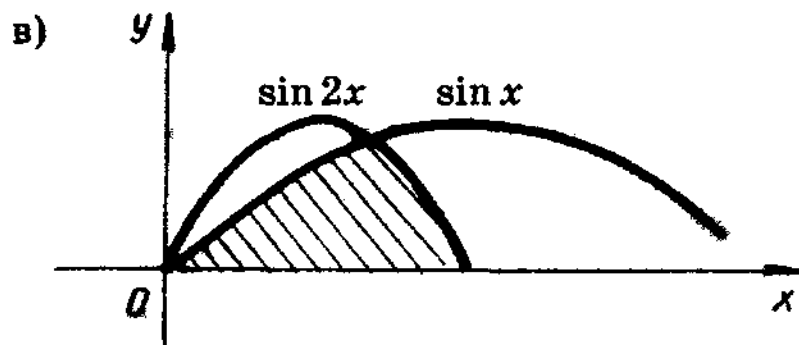
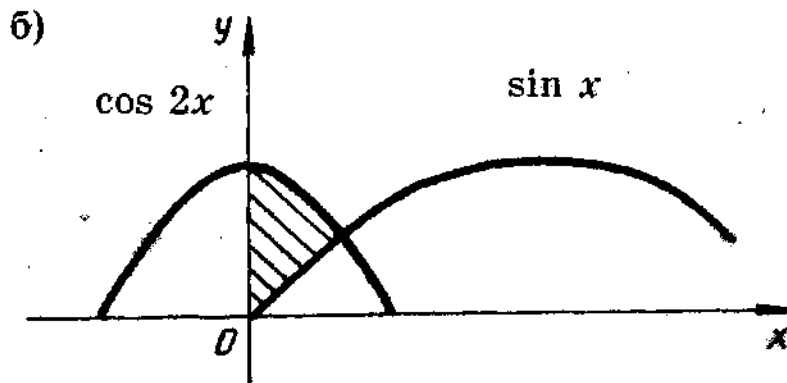
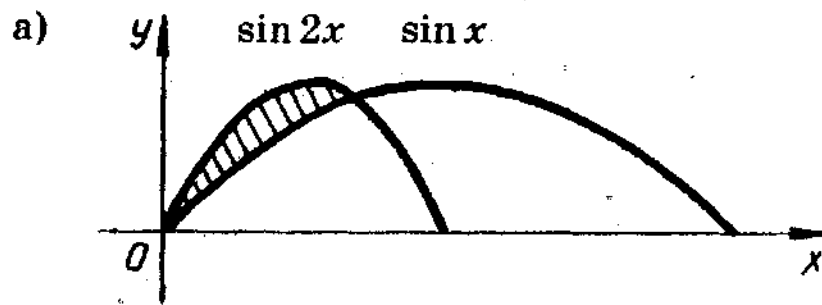
5. Найти такие значения a и b , что $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 2 : 3$.

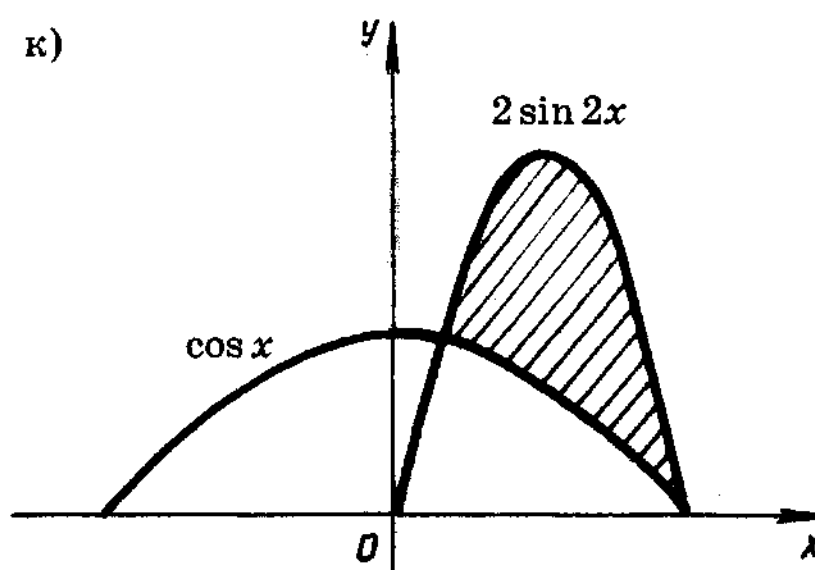
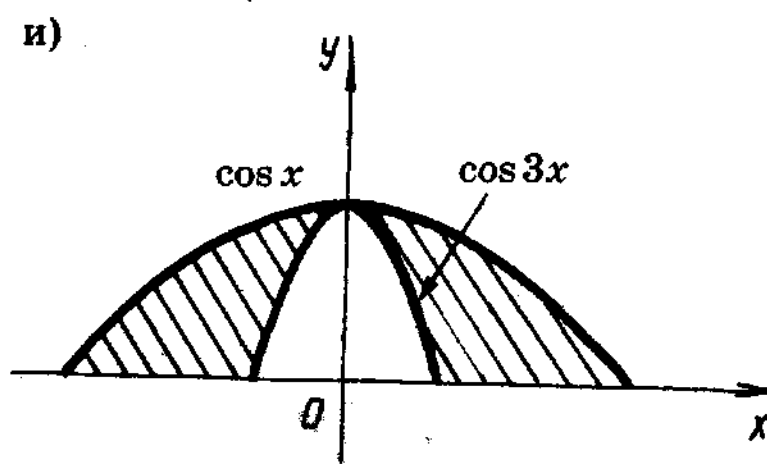
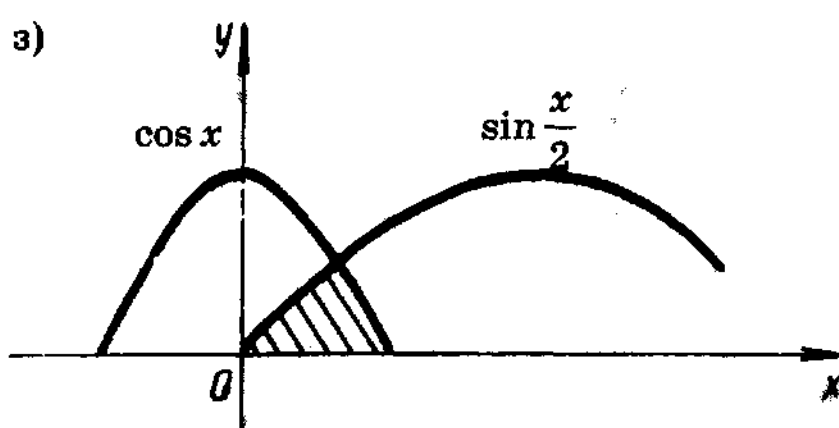
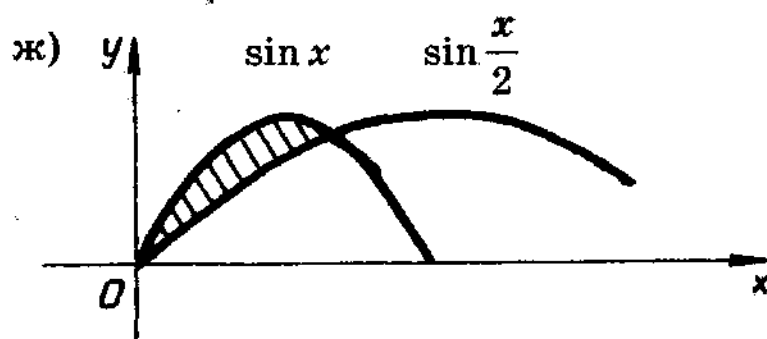
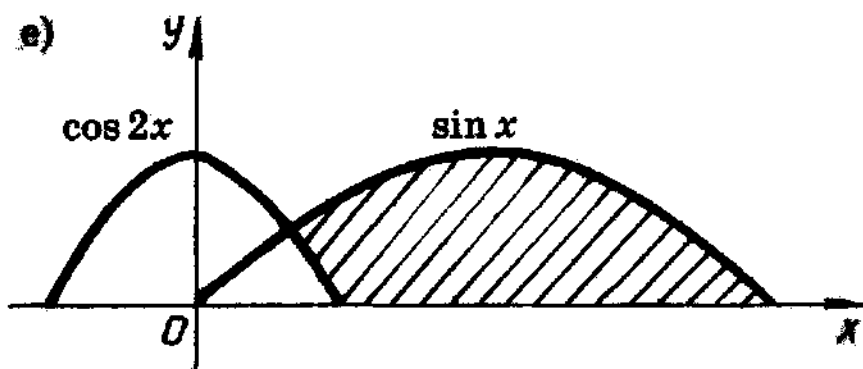


6. Найти такие значения a и b $\left(0 < a < b < \frac{\pi}{2}\right)$, что $S_1 = S_2 = S_3$.

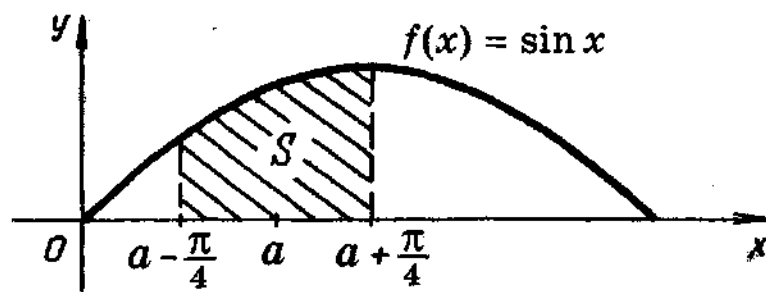


7. Найти площадь фигур, заштрихованных на рисунках:

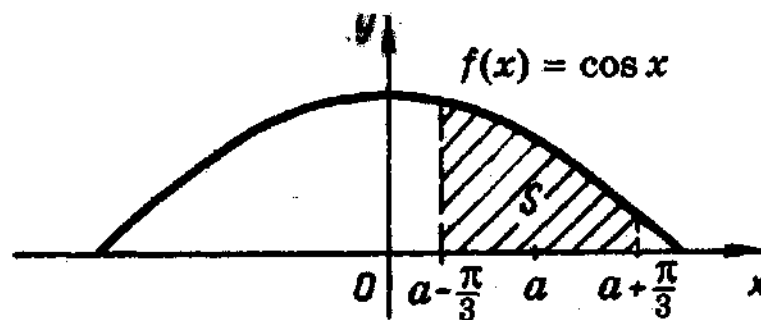




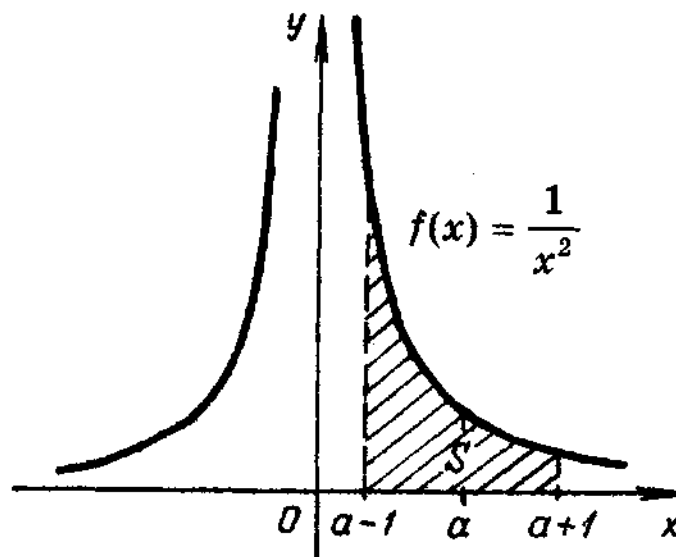
8. При каких значениях a ($0 < a < \pi$) $S = \sqrt{\frac{3}{2}}$ кв. ед.?



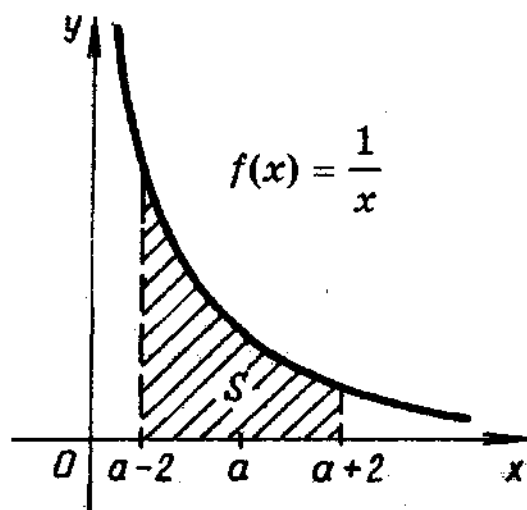
9. При каких значениях a ($-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$) $S = 1$ кв. ед.?



10. Найти значения a , при которых $S = 4$ кв. ед.

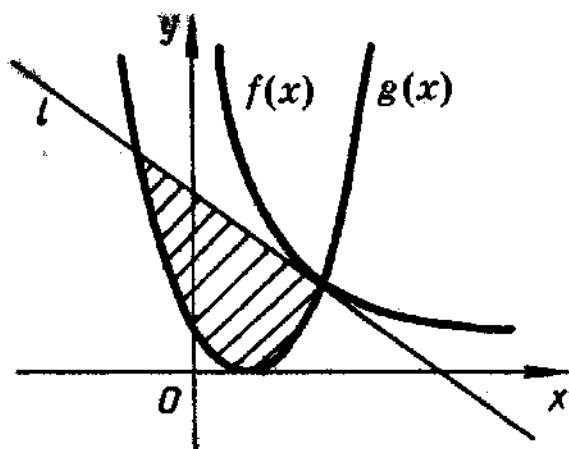


11. При каких значениях a ($a > 2$) $S = 1$ кв. ед.?



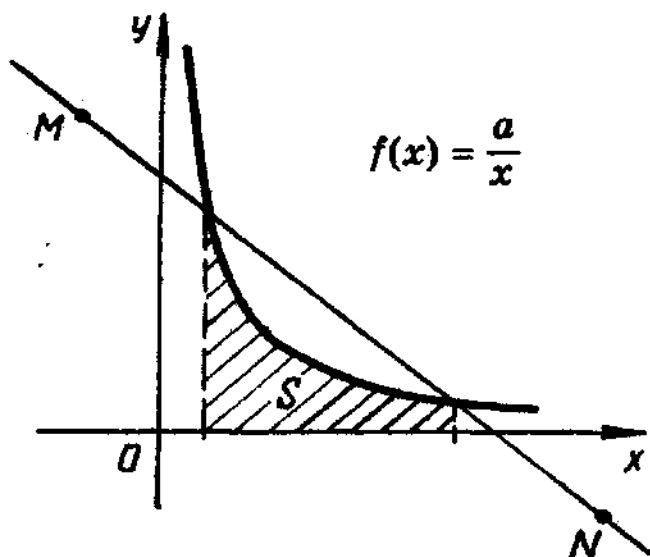
12. Заданы функции $f(x)$ и $g(x)$. В точке пересечения их графиков проведена касательная l к графику функции $f(x)$. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой l и графиком функции $g(x)$, если:

а) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = (x - 1)^2$; б) $f(x) = -\frac{16}{x}$, $g(x) = (x + 2)^2$.

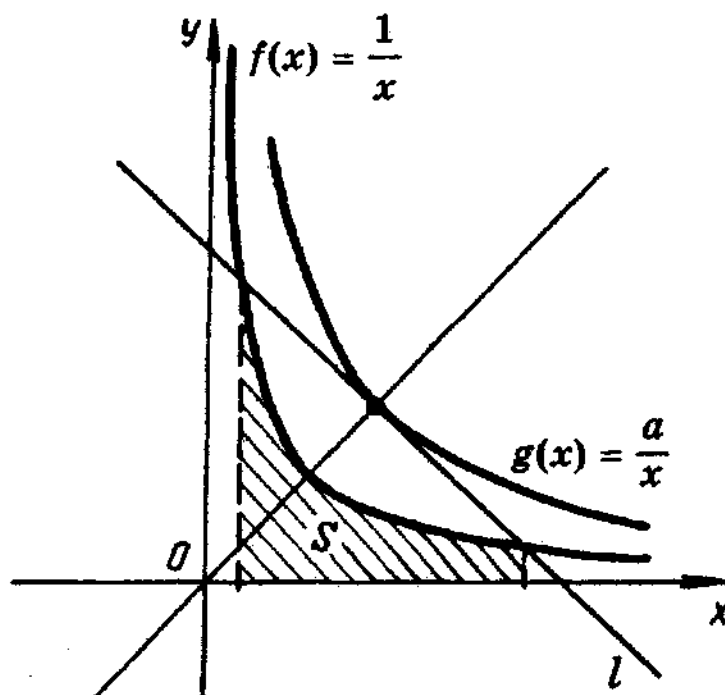


13. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3 + 2x - x^2$ и прямой, проходящей через точки $M(15; 29)$ и $N(-30; -61)$.

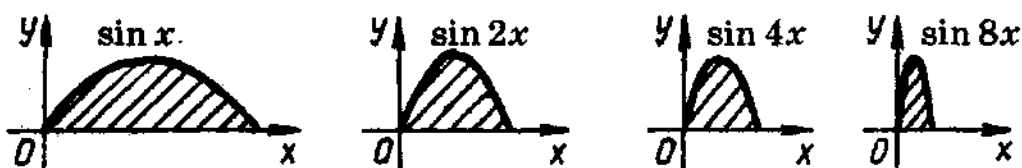
14*. Найти значение a , при котором $S = a$, если $M(-4; 7)$ и $N(60; -25)$.



15*. Заданы функции $f(x) = \frac{1}{x}$ и $g(x) = \frac{a}{x}$; l — касательная к графику функции $g(x)$, перпендикулярная к биссектрисе I и III координатных углов. При каком значении a ($a > 1$) $S = 2$?

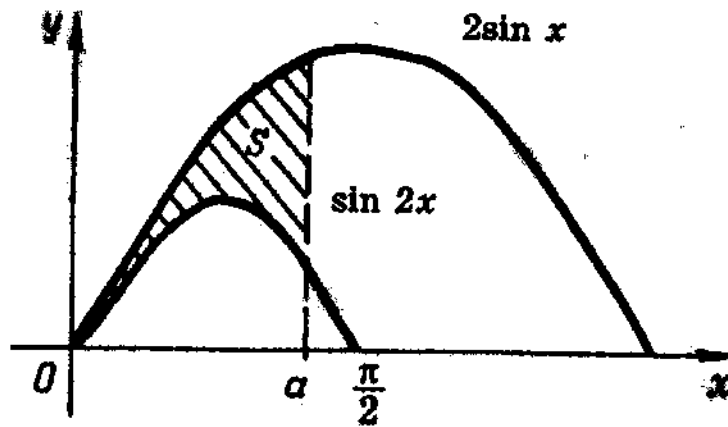


16. Найти сумму площадей бесконечного количества фигур, заштрихованных на рисунках:

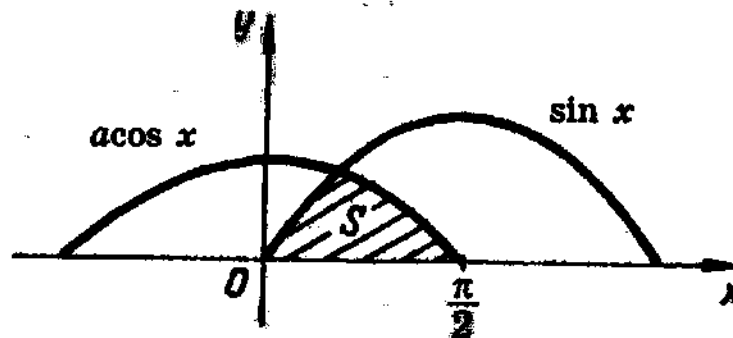


(Аргумент каждой следующей фигуры увеличивается в 2 раза.)

17. При каком значении a ($0 < a < \frac{\pi}{2}$) $S = \frac{1}{2}$ кв. ед.?



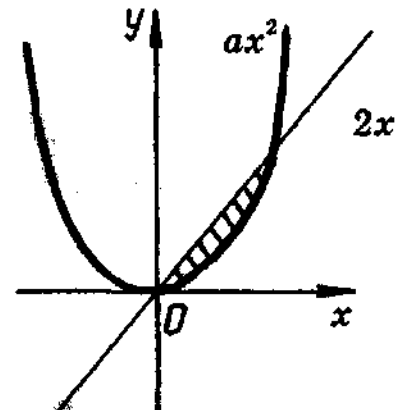
18. Найти значение a , при котором $S = \frac{1}{3}$ кв. ед.



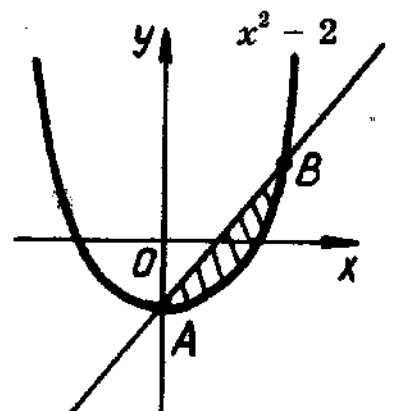
19. При каком значении a ($a \neq 0$) площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$f(x) = ax^2 \text{ и } g(x) = 2x,$$

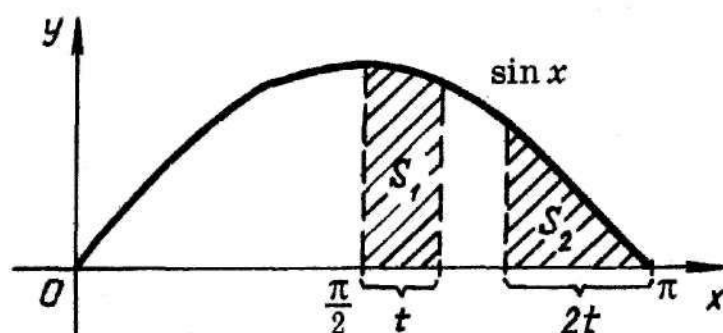
меньше $\frac{2}{3}$ кв. ед.?



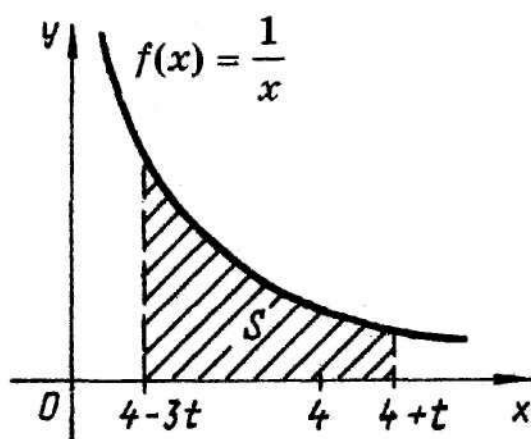
20. Площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = x^2 - 2$ и прямой AB , равна 4,5 кв. ед. Найти координаты точки B , если известно, что в точке A функция $f(x)$ имеет минимум.



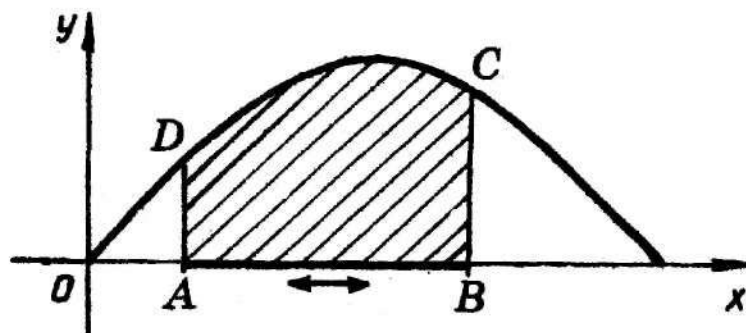
21. При каких значениях t ($0 < t < \frac{\pi}{2}$) S_1 больше S_2 на 0,125 кв. ед.?



22. Найти значения t , при которых $S = 1$ кв. ед.



23*. Задана функция $f(x) = \sin x$, $x \in [0; \pi]$. Отрезок AB длиной $\frac{\pi}{2}$ скользит по оси Ox . Найти координаты таких точек D и C , что площадь криволинейной трапеции $ABCD$ равна $\sqrt{2}$ кв. ед.



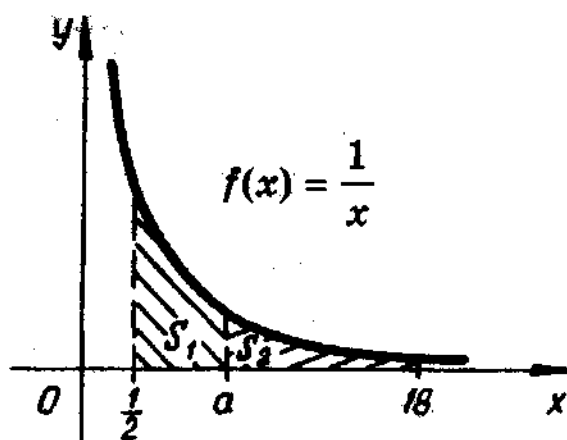
ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛОВ

1. При каком значении a $\left(\frac{1}{2} < a < 18\right)$ $S_1 \leq S_2$?

Указания к решению:

$$S_1 = \int_{\frac{1}{2}}^a \frac{1}{x} dx = \ln a + \ln 2;$$

$$S_2 = \int_a^{18} \frac{1}{x} dx = \ln 18 - \ln a;$$



$$S_1 \leq S_2 \Rightarrow \ln a + \ln 2 \leq \ln 18 - \ln a.$$

Решая неравенство, получаем $0 \leq a \leq 3$.

Ответ: $\frac{1}{2} < a \leq 3$.

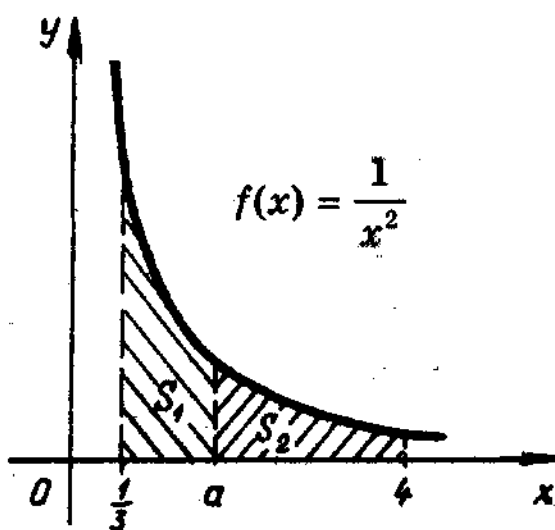
2. При каком значении a $\left(\frac{1}{3} < a < 4\right)$ $S_2 \geq 2S_1$?

Указания к решению:

$$S_1 = 3 - \frac{1}{a};$$

$$S_2 = \frac{1}{a} - \frac{1}{4};$$

$$S_2 \geq 2S_1 \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{4} \geq 6 - \frac{2}{a}.$$



Решая это неравенство, получаем $a \leq \frac{12}{25}$.

Ответ: $\frac{1}{3} < a \leq \frac{12}{25}$.

3. При каком значении a числа S_1, S_2, S_3 образуют три последовательных члена арифметической прогрессии? Найди разность этой прогрессии.

Указания к решению:

$$S_1 = 2 - \frac{1}{a}, S_2 = \frac{1}{a} - \frac{1}{2a},$$

$$S_3 = \frac{1}{2a} - \frac{1}{3};$$

согласно свойству арифметической прогрессии

$$2S_2 = S_1 + S_3, \text{ то есть}$$

$$2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a}\right) = 2 - \frac{1}{a} + \frac{1}{2a} - \frac{1}{3};$$

решая уравнение, получаем $a = \frac{9}{10}$; значит,

$$S_1 = \frac{8}{9}, S_2 = \frac{5}{9}, S_2 - S_1 = -\frac{1}{3}.$$

Ответ: $a = \frac{9}{10}$; разность прогрессии равна $-\frac{1}{3}$.

4. При каком значении числа a числа S_1, S_2, S_3 образуют три последовательных члена геометрической прогрессии? Найдите знаменатель этой прогрессии.

Указания к решению:

$$S_1 = 1 - \frac{1}{a}, S_2 = \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2},$$

$$S_3 = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{27};$$

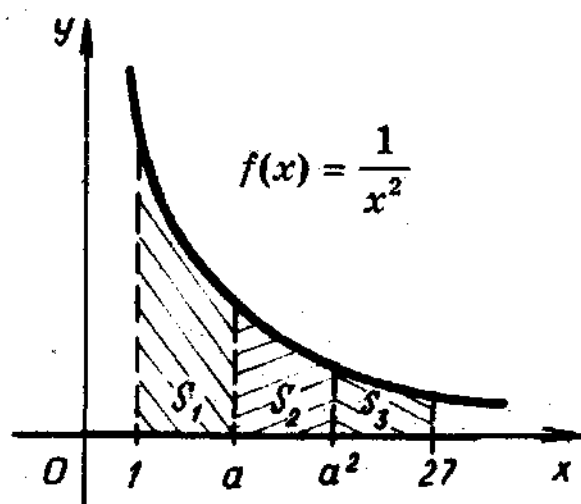
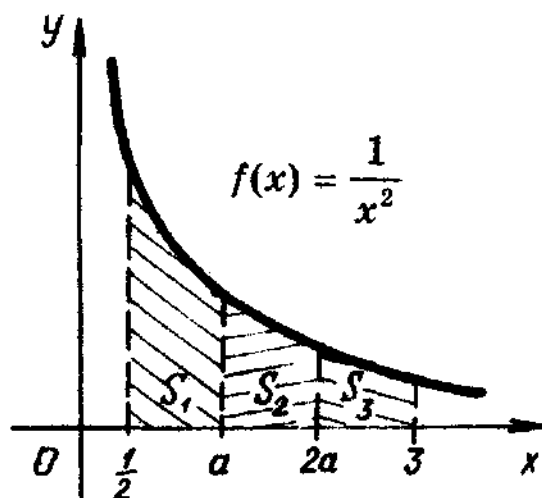
согласно свойству геометрической прогрессии

$$\begin{aligned} S_2^2 &= S_1 S_3, \text{ то есть } \left(\frac{a-1}{a^2}\right)^2 = \\ &= \frac{a-1}{a} \cdot \frac{27-a^2}{27a^2}; \end{aligned}$$

решая уравнение, находим $a = 1$ (не подходит) и $a = 3$; значит,

$$S_1 = \frac{2}{3}, S_2 = \frac{2}{9}, S_2 : S_1 = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $a = 3$; знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{3}$.



5. Найти такие значения a и b , что

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 2 : 3.$$

Указания к решению:

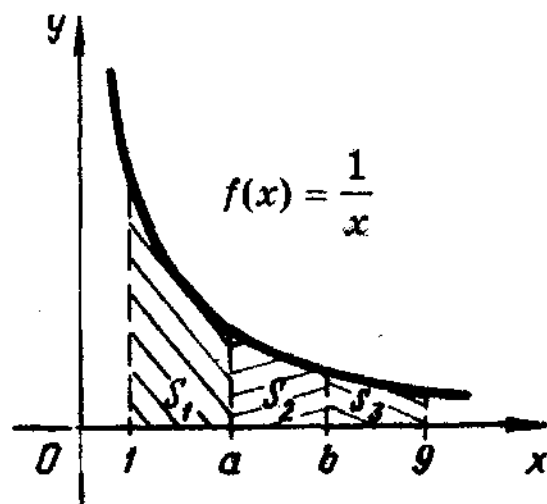
$$S_1 = \ln a, S_2 = \ln b - \ln a,$$

$$S_3 = \ln 9 - \ln b.$$

Способ I: составим систему

$$\begin{cases} S_2 = 2S_1, \\ S_3 = 3S_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln b - \ln a = 2 \ln a, \\ \ln 9 - \ln b = 3 \ln a; \end{cases}$$

решая систему, получаем $a = \sqrt[3]{3}$,
 $b = 3$.



Способ II: $S_{\text{общ}} = \int_1^9 \frac{1}{x} dx = \ln 9;$

$$S_1 = \frac{1}{6} S_{\text{общ}} \Rightarrow \ln a = \frac{1}{6} \ln 9;$$

$$S_3 = \frac{1}{2} S_{\text{общ}} \Rightarrow \ln 9 - \ln b = \frac{1}{2} \ln 9;$$

решая уравнения, получаем $a = \sqrt[3]{3}$, $b = 3$.

Ответ: $a = \sqrt[3]{3}$, $b = 3$.

6. Найти такие значения a и b ($0 < a < b < \frac{\pi}{2}$), что $S_1 = S_2 = S_3$.

Указания к решению:

$$S_1 = \sin a,$$

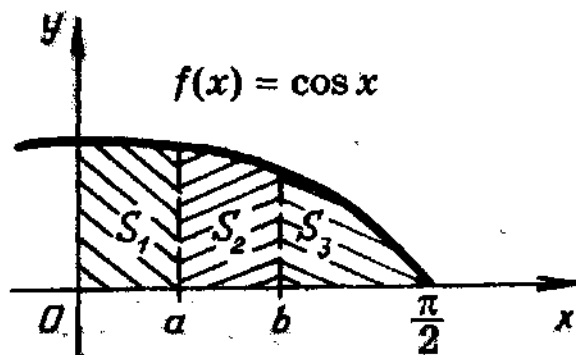
$$S_2 = \sin b - \sin a;$$

$$S_3 = 1 - \sin b; S_{\text{общ}} = 1.$$

Способ I:

$$S_1 = \frac{1}{3} S_{\text{общ}} \Rightarrow \sin a = \frac{1}{3};$$

$$S_3 = \frac{1}{3} S_{\text{общ}} \Rightarrow 1 - \sin b = \frac{1}{3};$$



решая уравнения, получаем $a = \arcsin \frac{1}{3}$; $b = \arcsin \frac{2}{3}$.

Способ II:

$$\begin{cases} S_1 = S_2, \\ S_2 = S_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin a = \sin b - \sin a, \\ \sin b - \sin a = 1 - \sin b. \end{cases}$$

Ответ: $a = \arcsin \frac{1}{3}$; $b = \arcsin \frac{2}{3}$.

7. Найти площадь фигур, заштрихованных на рисунках:

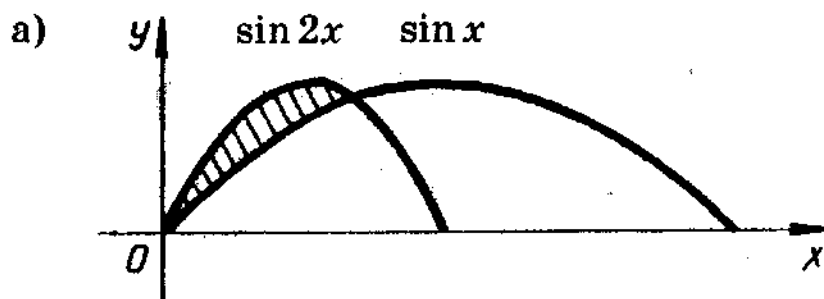
Указания к решению:

Решая уравнение

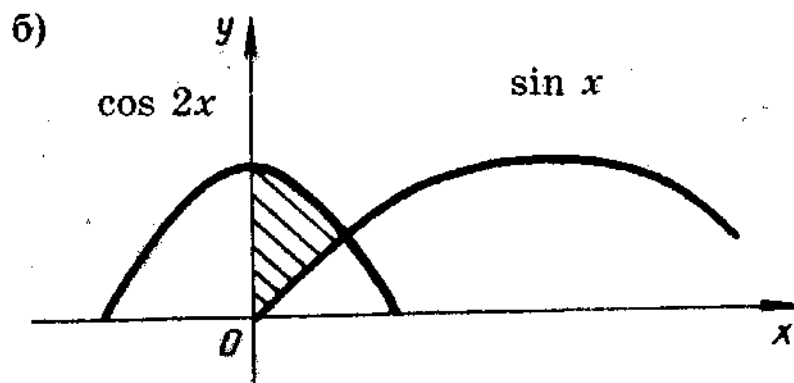
$$\sin 2x = \sin x,$$

находим абсциссу точку пересечения $x = \frac{\pi}{3}$;

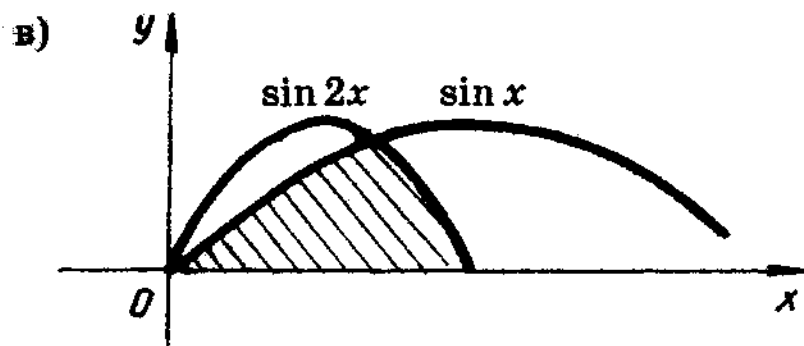
$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 2x - \sin x) dx = \frac{1}{4} \text{ (кв. ед.)}.$$



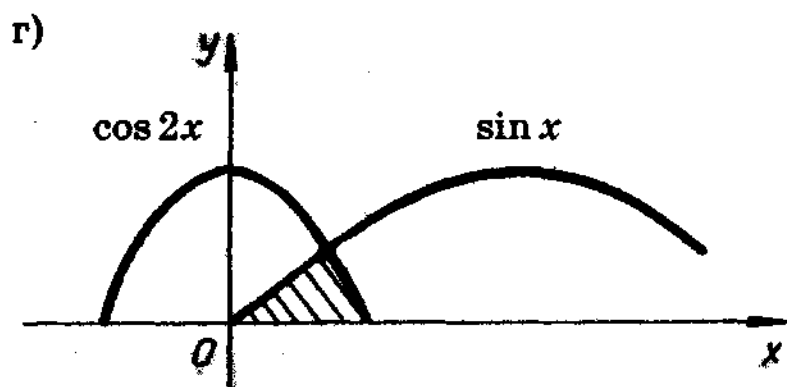
а) Ответ: $\frac{1}{4}$ кв. ед.



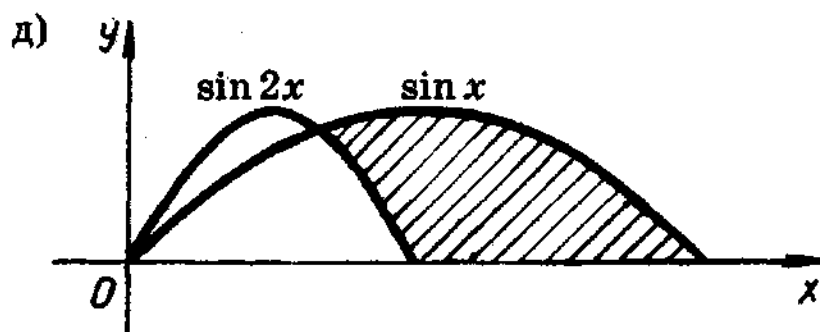
б) Ответ: $\frac{3\sqrt{3} - 4}{4}$ кв. ед.



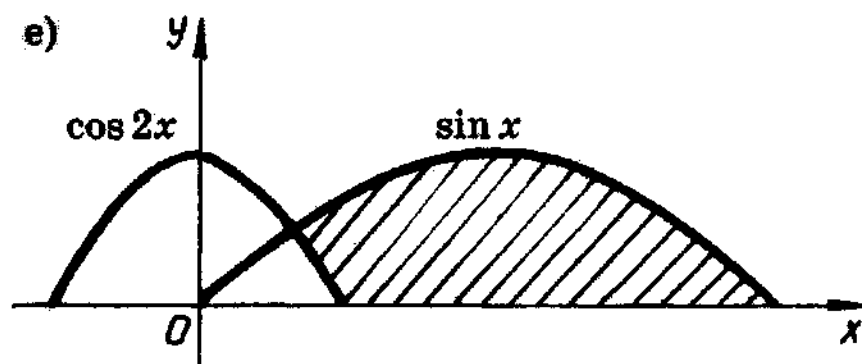
в) Ответ: $\frac{3}{4}$ кв. ед.



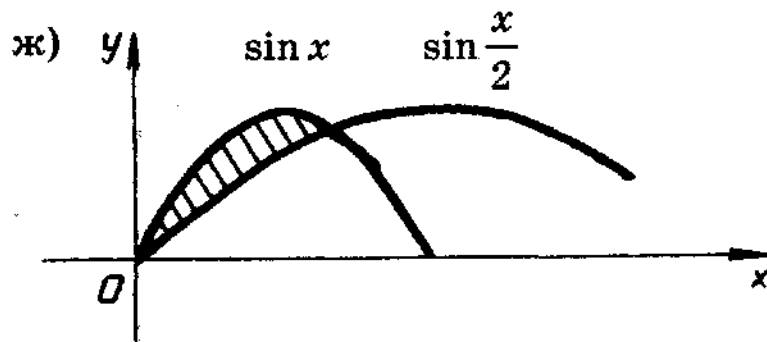
г) Ответ: $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{4}$ кв. ед.



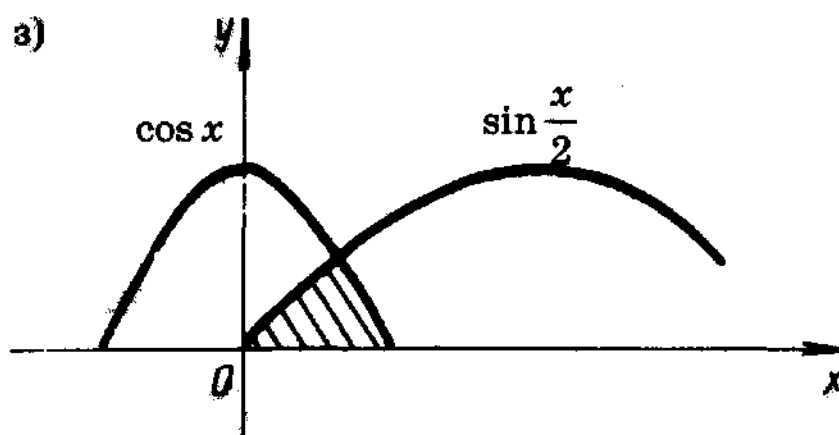
д) Ответ: $1\frac{1}{4}$ кв. ед.



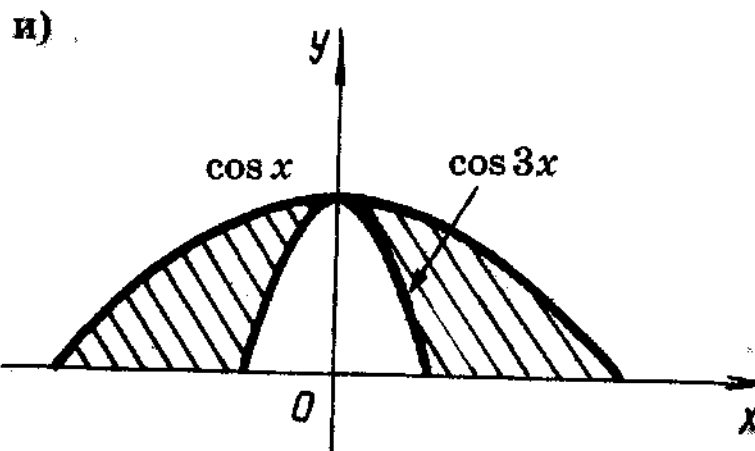
е) Ответ: $\frac{2 + 3\sqrt{3}}{4}$ кв. ед.



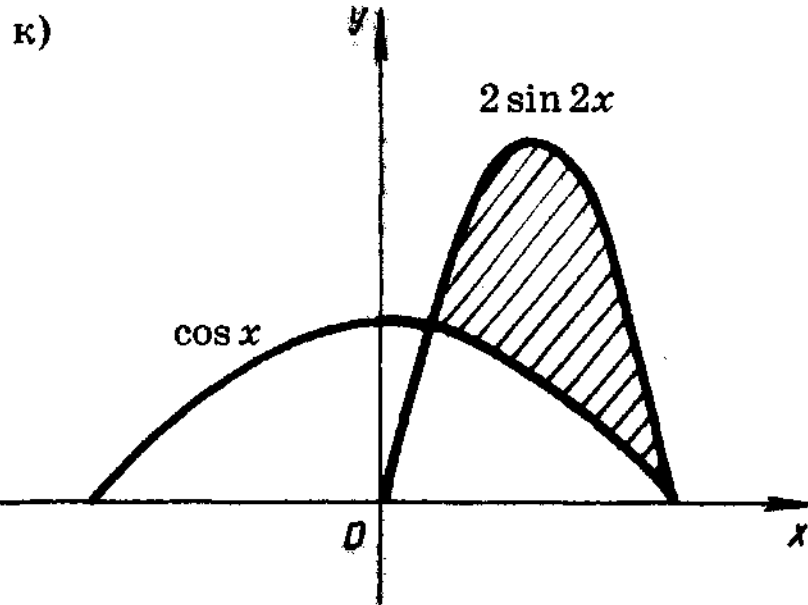
ж) Ответ: $\frac{1}{2}$ кв. ед.



з) Ответ: $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{2}$ кв. ед.



и) Ответ: $1\frac{1}{3}$ кв. ед.



к) Указания к решению.

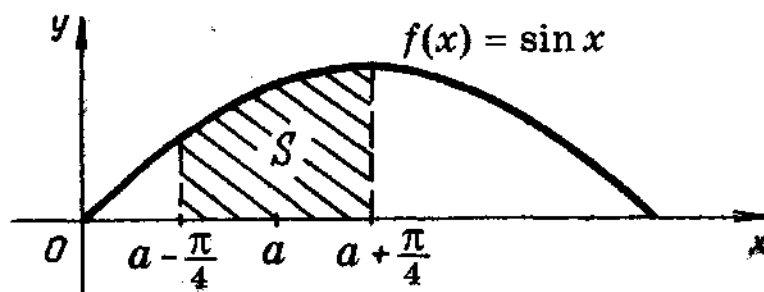
Решая уравнение $\cos x = 2 \sin 2x$,

находим абсциссу точки пересечения $x = \arcsin \frac{1}{4}$;

$$S = \int_{\arcsin \frac{1}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin 2x - \cos x) dx = 1 \frac{1}{8} \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: $1 \frac{1}{8}$ кв. ед.

8. При каких значениях a ($0 < a < \pi$) $S = \sqrt{\frac{3}{2}}$ кв. ед.?



Указания к решению:

$$S = \int_{a - \frac{\pi}{4}}^{a + \frac{\pi}{4}} \sin x dx = \cos \left(a - \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(a + \frac{\pi}{4} \right);$$

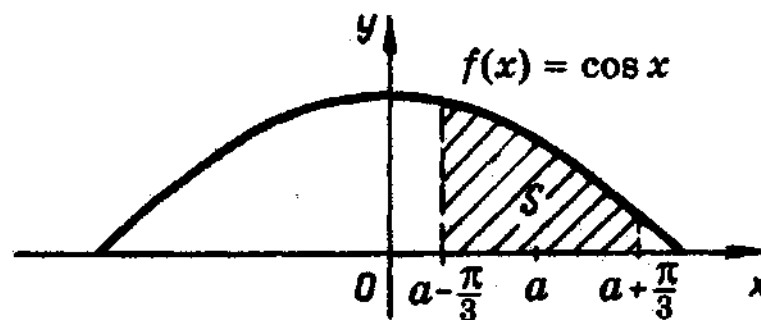
решая уравнение

$$\cos \left(a - \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(a + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{\frac{3}{2}},$$

находим $a = \frac{\pi}{3}$ и $a = \frac{2\pi}{3}$.

Ответ: $a = \frac{\pi}{3}$, $a = \frac{2\pi}{3}$.

9. При каких значениях a $\left(-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2} \right)$ $S = 1$ кв. ед.?



Указание к решению:

$$S = \sin \left(a + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left(a - \frac{\pi}{3} \right);$$

решая уравнение

$$\sin \left(a + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left(a - \frac{\pi}{3} \right) = 1,$$

находим $a = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $a = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

10. Найти значения a , при которых $S = 4$ кв. ед.

Указание к решению:

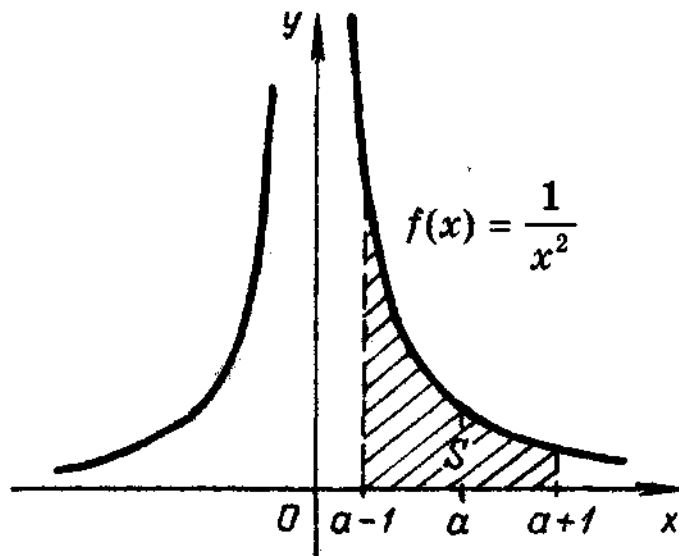
$$S = -\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1};$$

решая уравнение

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1} = 4,$$

находим $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.



11. При каких значениях a ($a > 2$) $S = 1$ кв. ед.?

Указания к решению:

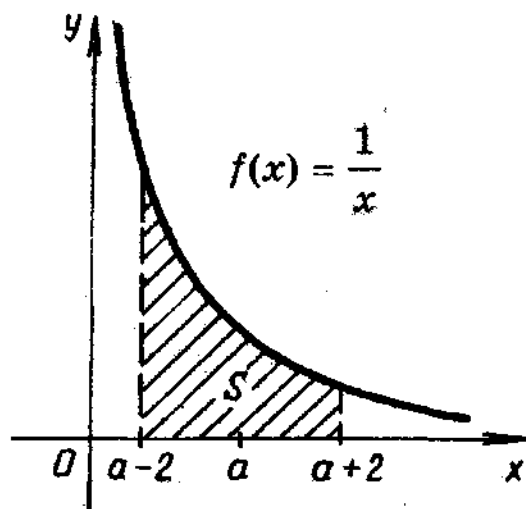
$$S = \ln \frac{a+2}{a-2};$$

решая уравнение

$$\ln \frac{a+2}{a-2} = 1,$$

находим $a = \frac{2(1+e)}{e-1}$.

Ответ: $a = \frac{2(1+e)}{e-1}$.



12. Заданы функции $f(x)$ и $g(x)$. В точке пересечения их графиков проведена касательная l к графику функции $f(x)$. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой l и графиком функции $g(x)$, если:

а) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = (x-1)^2$; б) $f(x) = -\frac{16}{x}$, $g(x) = (x+2)^2$.

а) Указания к решению:

• Найдем точку пересечения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$:

$$\frac{2}{x} = (x-1)^2 \Rightarrow x = 2.$$

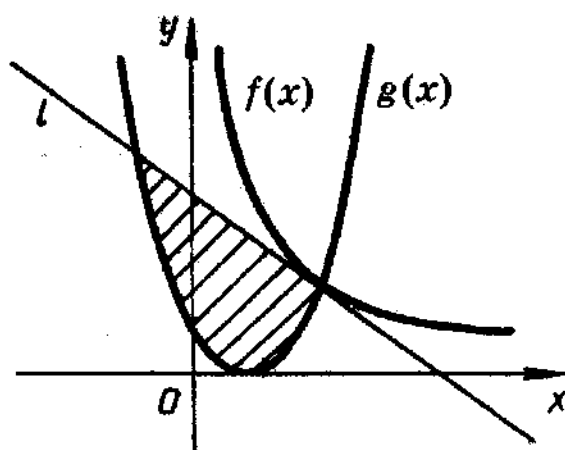
• Составим уравнение касательной l :

$$y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

• Найдем точки пересечения прямой l и графика функции $g(x)$:

$$(x-1)^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2},$$

$$x_2 = 2.$$



$$• S = \int_{-\frac{1}{2}}^2 \left(-\frac{1}{2}x + 2 - (x-1)^2 \right) dx = 2\frac{29}{48} \text{ (кв. ед.)}.$$

Ответ: $2\frac{29}{48}$ кв. ед.

б) Ответ: $20\frac{5}{6}$ кв. ед.

13. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3 + 2x - x^2$ и прямой, проходящей через точки $M(15; 29)$ и $N(-30; -61)$.

Указания к решению:

1) Составим уравнение прямой MN :

$$y = kx + l \Rightarrow \begin{cases} 29 = 15k + l, \\ -61 = -30k + l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2, \\ l = -1 \end{cases} \Rightarrow y = 2x - 1.$$

2) Найдем точки пересечения этой прямой с графиком данной функции: $x_{1,2} = \pm 2$.

3) $S = 10\frac{2}{3}$ кв. ед.

Ответ: $10\frac{2}{3}$ кв. ед.

14*. Найти значение a , при котором $S = a$, если $M(-4; 7)$ и $N(60; -25)$.

Указания к решению:

1) Составим уравнение прямой MN :

$$y = kx + l \Rightarrow \begin{cases} 7 = -4k + l, \\ -25 = 60k + l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ l = 5 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5.$$

2) Решая уравнение

$$\frac{a}{x} = -\frac{1}{2}x + 5,$$

находим точки пересечения прямой MN с данным графиком:

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25 - 2a}.$$

$$3) S = \int_{5-\sqrt{25-2a}}^{5+\sqrt{25-2a}} \frac{a}{x} dx =$$

$$= a \ln \frac{(5 + \sqrt{25 - 2a})^2}{2a}.$$

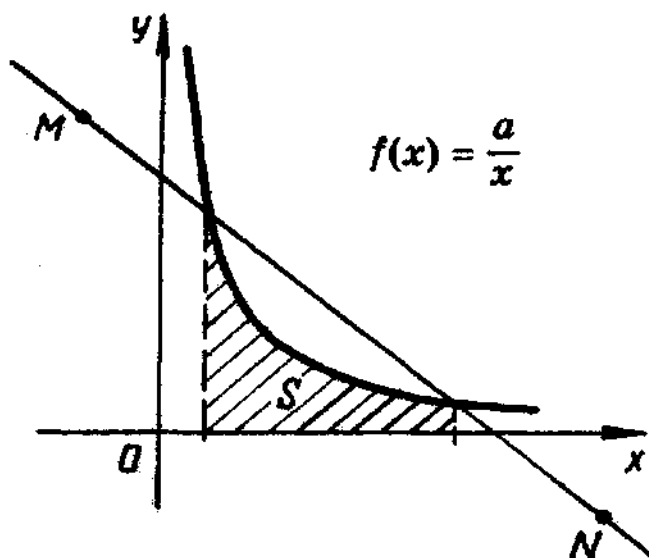
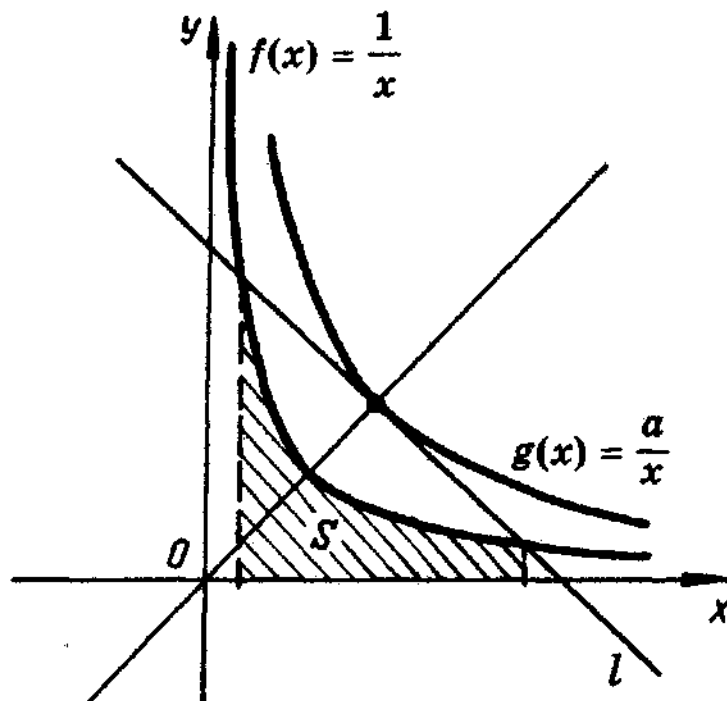
4) Решая уравнение

$$a \ln \frac{(5 + \sqrt{25 - 2a})^2}{2a} = a,$$

получаем $a = \frac{10e - 1}{2e^2}.$

Ответ: $a = \frac{10e - 1}{2e^2}.$

15*. Заданы функции $f(x) = \frac{1}{x}$ и $g(x) = \frac{a}{x}$; l — касательная к графику функции $g(x)$, перпендикулярная к биссектрисе I и III координатных углов. При каком значении a ($a > 1$) $S = 2$?



Указания к решению:

1) Найдем абсциссу точки касания:

$$\begin{cases} y = \frac{a}{x}, \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{x} = x \Rightarrow x^2 = a; x = \sqrt{a}.$$

2) Составим уравнение касательной l :

$$y = -x + 2\sqrt{a}.$$

3) Найдем точки пересечения касательной с графиком функции $f(x)$:

$$\frac{1}{x} = -x + 2\sqrt{a} \Rightarrow x_{1,2} = \sqrt{a} \pm \sqrt{a-1}.$$

$$4) S = \ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}}.$$

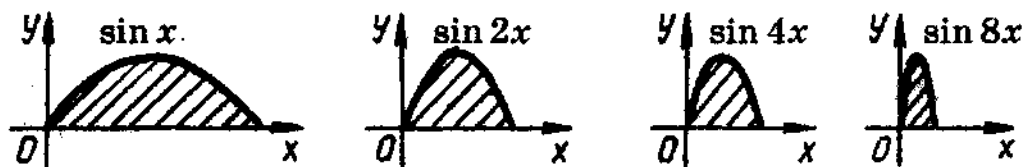
5) Решая уравнение

$$\ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} = 2,$$

находим $a = \frac{1}{4} \left(e + \frac{1}{e} \right)^2.$

Ответ: $a = \frac{1}{4} \left(e + \frac{1}{e} \right)^2.$

16. Найти сумму площадей бесконечного количества фигур, заштрихованных на рисунках:



(Аргумент каждой следующей фигуры увеличивается в 2 раза.)

Указания к решению:

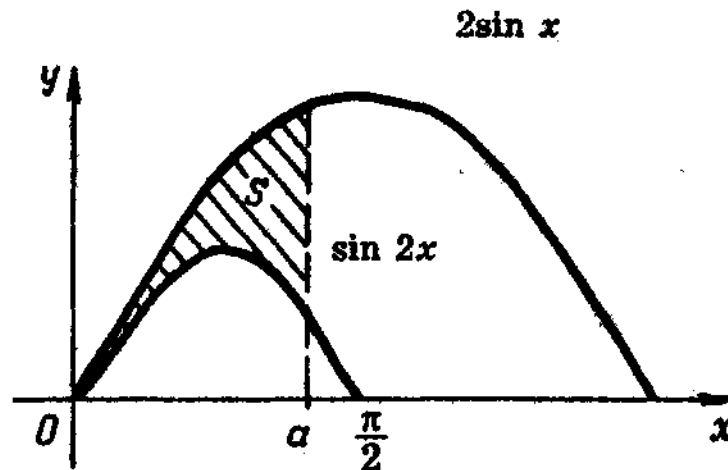
$$\sin nx = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{n};$$

$$S_n = \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin nx \, dx = \frac{2}{n}, \text{ где } n = 1, 2, 4, 8, 16, \dots;$$

$$S = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4 \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: 4 кв. ед.

17. При каком значении a $\left(0 < a < \frac{\pi}{2}\right)$ $S = \frac{1}{2}$ кв. ед.?



Указания к решению:

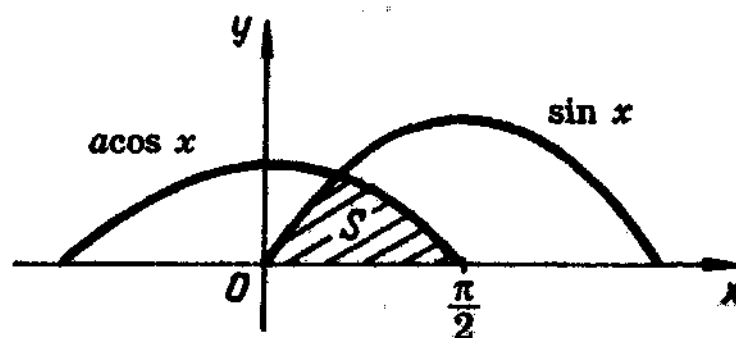
$$1) S = \int_0^a (2 \sin x - \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \cos 2a - 2 \cos a + \frac{3}{2}.$$

$$2) S = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cos 2a - 2 \cos a + \frac{3}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\text{откуда } \cos a = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \arccos \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } a = \arccos \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$$

18. Найти значение a , при котором $S = \frac{1}{3}$ кв. ед.



Указания к решению:

1) Найдем точку пересечения графиков:

$$a \cos x = \sin x \Rightarrow x = \operatorname{arctg} a.$$

$$2) S = \int_0^{\operatorname{arctg} a} \sin x \, dx + \int_{\operatorname{arctg} a}^{\frac{\pi}{2}} a \cos x \, dx = 1 + a - \sqrt{1 + a^2}.$$

$$3) S = \frac{1}{3} \Rightarrow 1 + a - \sqrt{1 + a^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{5}{12}.$$

Ответ: $a = \frac{5}{12}$.

19. При каком значении a ($a \neq 0$) площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$f(x) = ax^2 \text{ и } g(x) = 2x,$$

меньше $\frac{2}{3}$ кв. ед.?

Указания к решению:

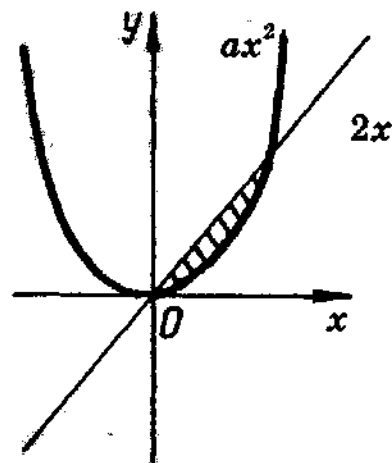
1) Найдем точки пересечения графиков:

$$ax^2 = 2x \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{a}.$$

$$2) S = \int_0^{\frac{2}{a}} (2x - ax^2) \, dx = \frac{4}{3a^2}.$$

$$3) S < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{3a^2} < \frac{2}{3} \Rightarrow a < -\sqrt{2}, a > \sqrt{2}.$$

Ответ: $|a| > \sqrt{2}$.



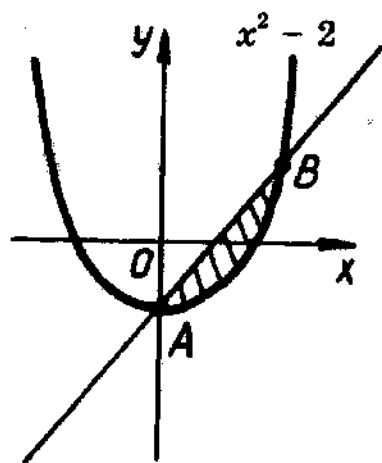
20. Площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = x^2 - 2$ и прямой AB , равна 4,5 кв. ед.

Найти координаты точки B , если известно, что в точке A функция $f(x)$ имеет минимум.

Указания к решению:

1) Найдем координаты точки A : $A(0; -2)$.

2) Запишем абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)$ и AB : $x = 0$ и $x = k$.



$$3) S = \frac{k^3}{6}.$$

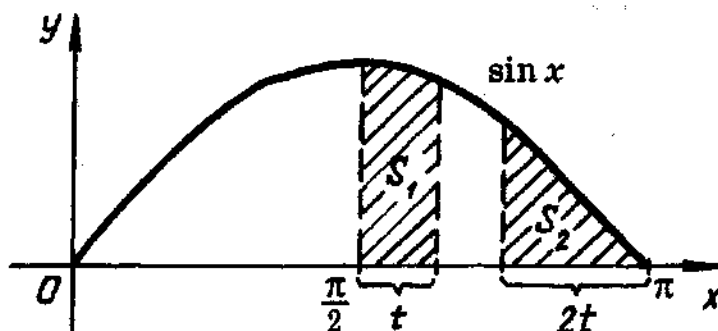
$$4) \frac{k^3}{6} = 4,5 \Rightarrow k = 3.$$

$$5) f(3) = 7.$$

6) В силу симметрии $x = -3$ и $f(-3) = 7$.

Ответ: (3; 7) и (-3; 7).

21. При каких значениях t ($0 < t < \frac{\pi}{2}$) S_1 больше S_2 на 0,125 кв. ед.?



Указания к решению:

$$1) S_1 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t} \sin x \, dx = \sin t; S_2 = \int_{\pi-2t}^{\pi} \sin x \, dx = 2\sin^2 t.$$

$$2) S_1 - S_2 = 0,125 \Rightarrow \sin t - 2\sin^2 t = \frac{1}{8};$$

решая это уравнение, находим $t = \arcsin \frac{1}{4}$.

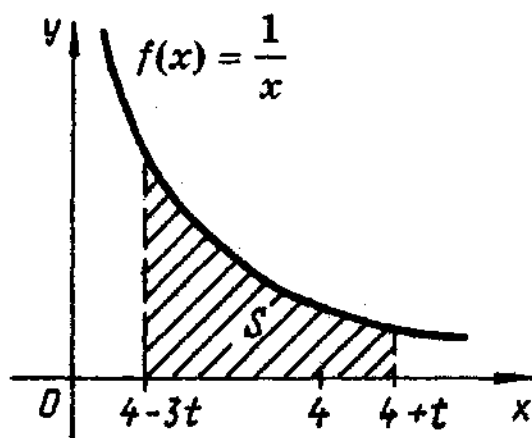
Ответ: $t = \arcsin \frac{1}{4}$.

22. Найти значения t , при которых $S = 1$ кв. ед.

Указания к решению:

Случай 1: $0 < t < \frac{4}{3}$;

$$S = \int_{4-3t}^{4+t} \frac{1}{x} \, dx = \ln \frac{4+t}{4-3t};$$



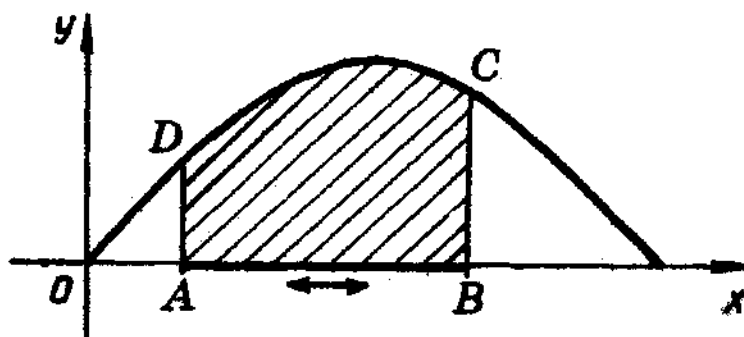
$$\ln \frac{4+t}{4-3t} = 1 \Rightarrow t = \frac{4e-4}{1+3e}.$$

Случай 2: $-4 < t < 0$;

$$S = \int_{4+t}^{4-3t} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{4-3t}{4+t}; \ln \frac{4-3t}{4+t} = 1 \Rightarrow t = \frac{4e-4}{e-3}.$$

Ответ: $t = \frac{4e-4}{1+3e}, t = \frac{4e-4}{e-3}.$

23*. Задана функция $f(x) = \sin x$, $x \in [0; \pi]$. Отрезок AB длиной $\frac{\pi}{2}$ скользит по оси Ox . Найти координаты таких точек D и C , что площадь криволинейной трапеции $ABCD$ равна $\sqrt{2}$ кв. ед.



Указания к решению:

1) Пусть $A(t; 0)$, тогда

$$B\left(t + \frac{\pi}{2}; 0\right), C\left(t + \frac{\pi}{2}; f\left(t + \frac{\pi}{2}\right)\right), D(t; f(t)).$$

$$2) S = \int_t^{t+\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \sin t + \cos t.$$

3) Решая уравнение

$$\sin t + \cos t = \sqrt{2},$$

находим $t = \frac{\pi}{4}.$

Ответ: $C\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), D\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$