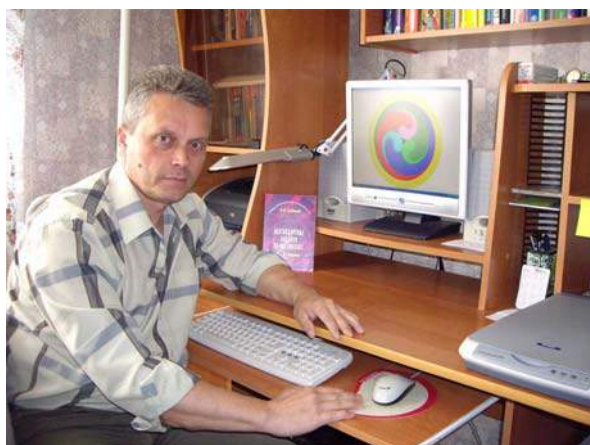




Уважаемый коллега!

Так уж сложились обстоятельства, что я на данный момент нигде не работаю (уже более трех лет!). Получаю пенсию по выслуге. Творчество в области образования не приносит никакого дохода, наверное, поэтому оно как-то застопорилось ... Жить в нашей стране на одну пенсию – это просто **существование** и не сладкое! Буду очень Вам благодарен за *поддержку в этот нелегкий для меня период.*

Если Вы хотите отблагодарить меня за этот творческий труд, просто перечислите небольшой бонус на мой Яндекс-кошелёк:

41001244635609

money.yandex.ru/to/41001244635609

Делается это очень просто, точно также, как вы оплачиваете сотовую связь, только выбрать нужно «Электронные деньги» и ввести указанный номер Яндекс-кошелька.

С уважением, Виктор Владимирович Кривоногов
(bbk50@yandex.ru)

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ: СИСТЕМА УПРАЖНЕНИЙ

Предлагаемые задания предназначены для отработки построения основных видов графиков функций, изучаемых в 7-11-х классах, отыскания области определения функций, а также активного осмысления понятия модуля. Задания могут быть использованы по усмотрению учителя: на уроках, факультативах или на школьных олимпиадах.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ: СИСТЕМА УПРАЖНЕНИЙ

9-й класс

Постройте графики функций.

1. $y = x + 0 \cdot \sqrt{x+2}.$

2. $y = x^2 + 0 \cdot \sqrt{2+x-x^2}.$

3. $y = 1 + \frac{0}{x(x-1)(x-2)(x-3)}.$

4. $y = \frac{2}{x} + \frac{0}{\sqrt{16-x^2}}.$

5. $y = 4x - x^2 + \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x(1-x)(x-4)}}.$

6. $y = (4 - x^2) \frac{|x|}{x}.$

7. $y = \sqrt{x+9} \cdot \frac{x - |x|}{2x}.$

8. $y = \left(x + \frac{|x|}{x} - 1 \right)^2.$

9. $y = \left| x + 1 - \frac{|x+1|}{x+1} \right|.$

10. $y = x^{2 - \frac{|x|}{x}}.$

11. $y = x^{1 + \frac{|x|}{x}}.$

12. $y = x^{\frac{|x|}{x} - 1}.$

$$13. y = -x^{\frac{|x|}{x}}.$$

$$14. y = x^{\frac{|x-1|}{1-x}}.$$

$$15. y = 2x^{\frac{|x+1|}{x+1}-1}.$$

$$16. y = \frac{3(x - |x|)}{x^2}.$$

$$17. y = x - |x| + \left(x - 1 - \frac{|x|}{x}\right)^2.$$

$$18. y = 1 + (2x - x^2) \cdot \frac{x + |x|}{2x}.$$

$$19. y = \frac{1}{x} \cdot \frac{x + 1 + |x + 1|}{2x + 2}.$$

$$20. y = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{|x^3 - x|}{x^3 - x}.$$

$$21. y = \frac{8}{x} \cdot \frac{|x^2 - 2x - 8|}{x^2 - 2x - 8}.$$

$$22. y = (x^2 + 2x - 1) \cdot \frac{|x^3 + x^2 - 2x|}{x^3 + x^2 - 2x}.$$

$$23. y = 1 + (|x| - 1) \left(\frac{1}{2} - \frac{|x^4 - 10x^2 + 9|}{2(x^4 - 10x^2 + 9)} \right).$$

$$24. y = (x^2 - 2) \left(\frac{1}{2} - \frac{|x^2 - 4|}{2(x^2 - 4)} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{|x^2 - 4|}{2(x^2 - 4)} \right).$$

$$25. y = x \left(0,5 + 0,5 \cdot \frac{|x^3 - 4x|}{x^3 - 4x} \right) + \frac{4}{x} \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x^3 - 4x|}{x^3 - 4x} \right).$$

$$26. y = 2 \cdot \frac{|x + 2|}{x + 2} + x \cdot \frac{|x - 1|}{x - 1} - \frac{|x - 3|}{x - 3}.$$

$$27. y = 5 \cdot \frac{x + 2 - |x + 2|}{2x + 4} - 3 \cdot \frac{x - |x|}{2x} + x \cdot \frac{x - 4 - |x - 4|}{2x - 8} + 1.$$

$$28. y = \frac{|x+1|}{x+1} \cdot x^2 - \frac{|x-1|}{x-1} \cdot 2x - \frac{|x-2|}{x-2}.$$

$$29. y = -3 \cdot \frac{x+1-|x+1|}{2x+2} - 2x \cdot \frac{x-|x|}{2x} + x^2 \cdot \frac{x-2-|x-2|}{2x-4}.$$

$$30. y = 2 \cdot \frac{x+1-|x+1|}{2x+2} - 3 \cdot \frac{x-|x|}{2x} - 4x \cdot \frac{x-1-|x-1|}{2x-2} + \frac{|x|}{x} \cdot x^2 \cdot \frac{x-2-|x-2|}{2x-4}.$$

$$31. y = \frac{1}{x} \left(4 \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x+2|}{x+2} \right) + 6 \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x|}{x} \right) - 2 \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x-2|}{x-2} \right) \right).$$

$$32. y = \frac{|x|}{x} \left(x - \frac{|x+2|}{x+2} \right)^2 + \frac{|x-3|}{x-3}.$$

$$33. y = \frac{4 \cdot \frac{|x|}{x}}{x - \frac{|x-2|}{x-2}} + \frac{|x+1|}{x+1}.$$

$$34. y = x^{\frac{|x+1|}{x+1} \cdot \frac{|x-1|}{x-1}}.$$

$$35. y = \left(x - 1 - \frac{|x-1|}{x-1} \right)^{\frac{|x+1|}{x+1} - \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x+2|}{x+2} + \frac{x-1-|x-1|}{2x-2}}.$$

$$36. y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x.$$

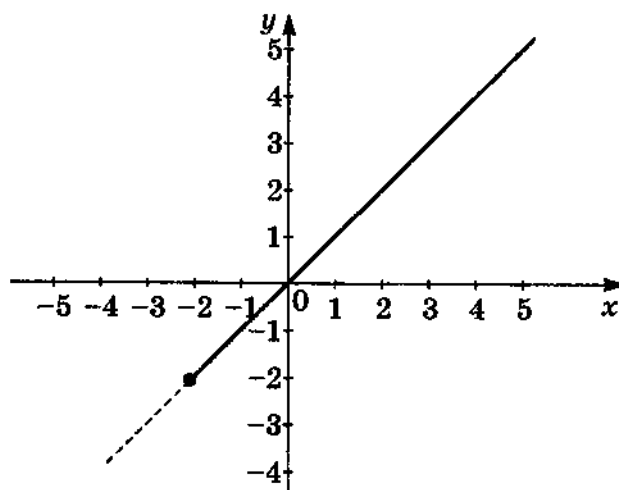
$$37. y = \sin^2 \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x}.$$

$$38. y = |x + \sin^2 x(1 + \operatorname{ctg}^2 x)|.$$

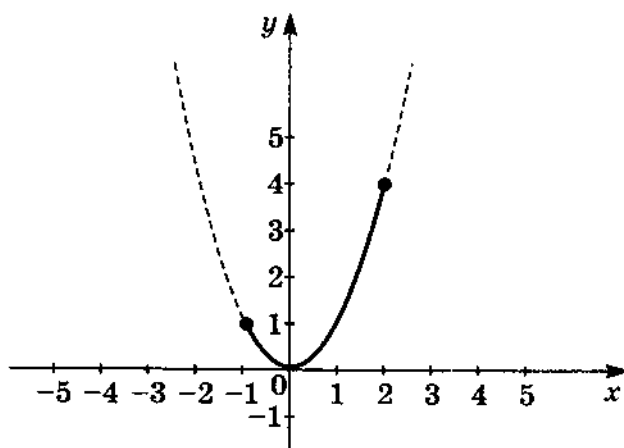
Ответы

9-й класс

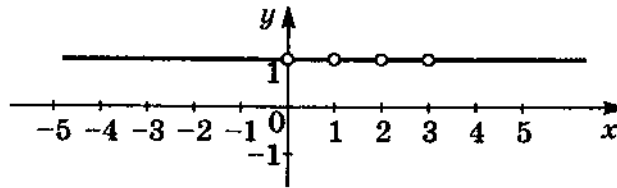
1. $y = x + 0 \cdot \sqrt{x + 2}$. Область определения функции: $x + 2 \geq 0$,
 $x \geq -2$. $y = x$ при $x \geq -2$.



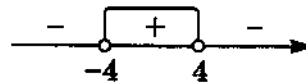
2. $y = x^2 + 0 \cdot \sqrt{2 + x - x^2}$. Область определения функции:
 $2 + x - x^2 \geq 0$, $x_1 = 2$, $x_2 = -1$. $y = x^2$ при $-1 \leq x \leq 2$.



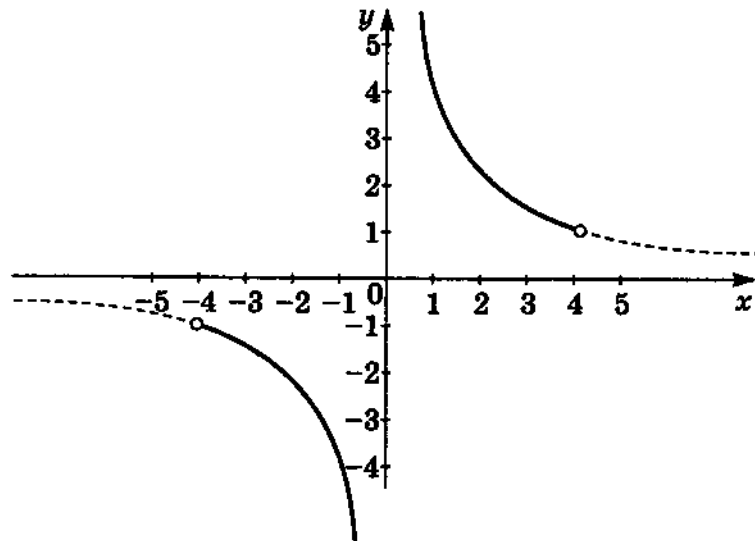
3. $y = 1 + \frac{0}{x(x-1)(x-2)(x-3)}$. Область определения функции:
 x — любое число; $x \neq 0; 1; 2; 3$.



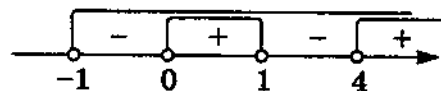
4. $y = \frac{2}{x} + \frac{0}{\sqrt{16-x^2}}$. Область определения функции: $16 - x^2 > 0$,
 $x_1 = 4, x_2 = -4$.



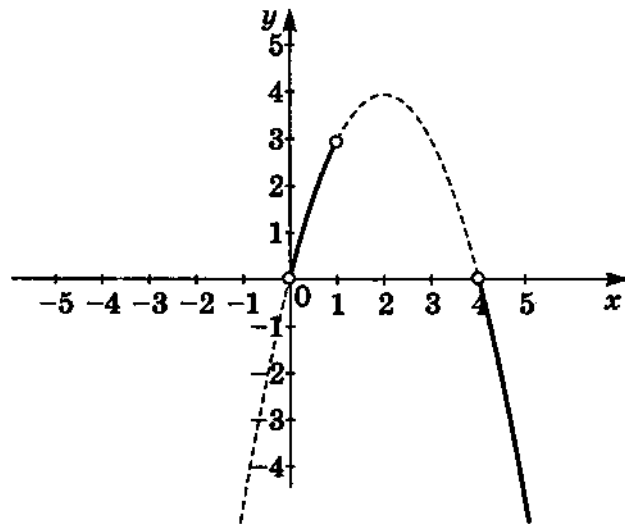
$y = \frac{2}{x}$ при $-4 < x < 4$.



5. $y = 4x - x^2 + \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x(1-x)(x-4)}}$. Область определения
 функции: $\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x(1-x)(x-4) > 0. \end{cases}$

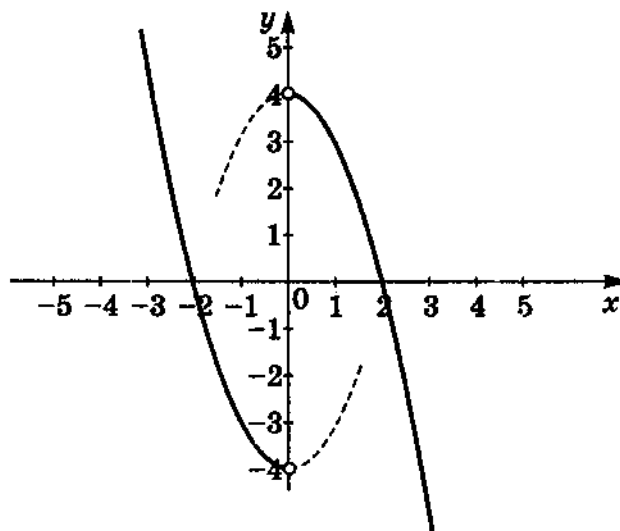


$y = 4x - x^2$ при $0 < x < 1$ и $x > 4$.



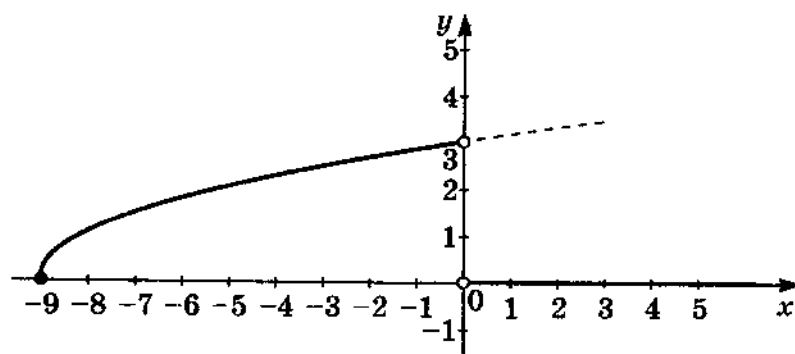
6. $y = (4 - x^2) \cdot \frac{|x|}{x}$. Так как $\frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ -1, & \text{если } x < 0, \end{cases}$ имеем:

$$y = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x > 0, \\ x^2 - 4, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$



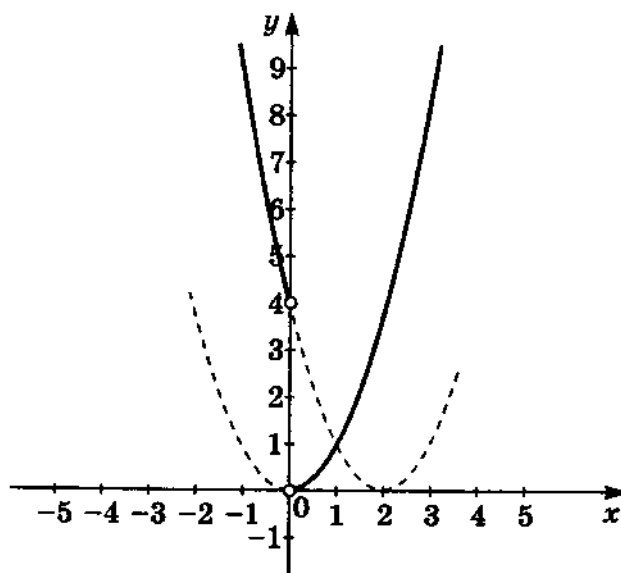
7. $y = \sqrt{x+9} \cdot \frac{x-|x|}{2x}$. Так как $\frac{x-|x|}{2x} = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, \\ 1, & \text{если } x < 0, \end{cases}$

имеем: $y = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, \\ \sqrt{x+9}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$



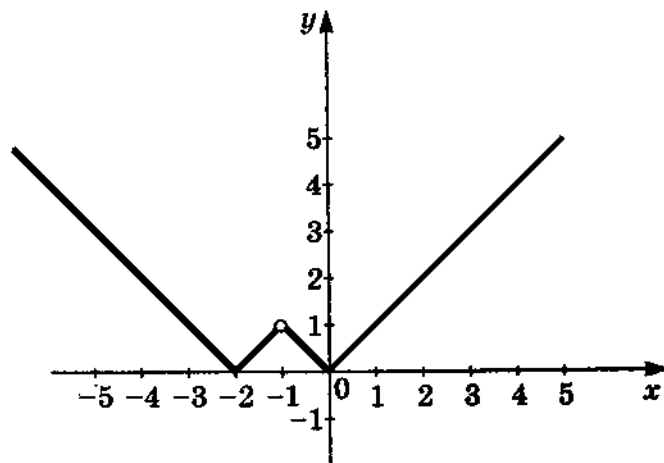
8. $y = \left(x + \frac{|x|}{x} - 1\right)^2$. Так как $\frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ -1, & \text{если } x < 0, \end{cases}$ имеем:

$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x > 0, \\ (x-2)^2, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

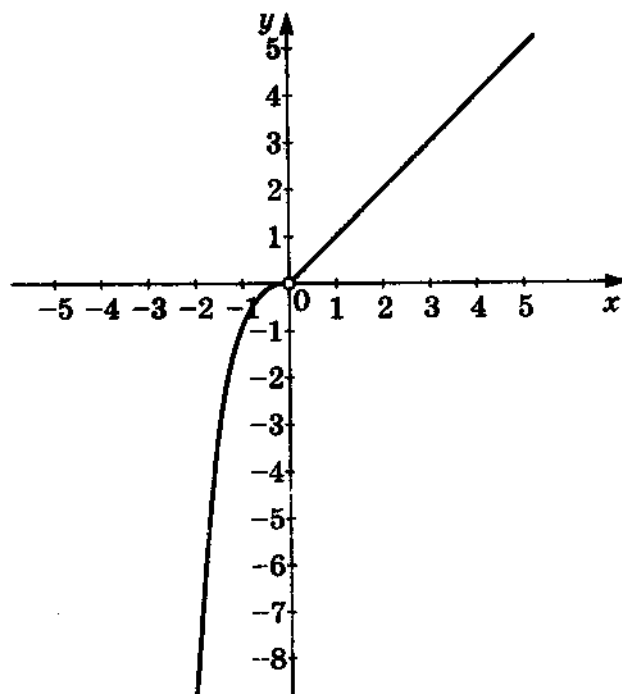


9. $y = \left| x + 1 + \frac{|x+1|}{x+1} \right|$. Так как $\frac{|x+1|}{x+1} = \begin{cases} 1, & \text{если } x+1 > 0, \\ -1, & \text{если } x+1 < 0, \end{cases}$

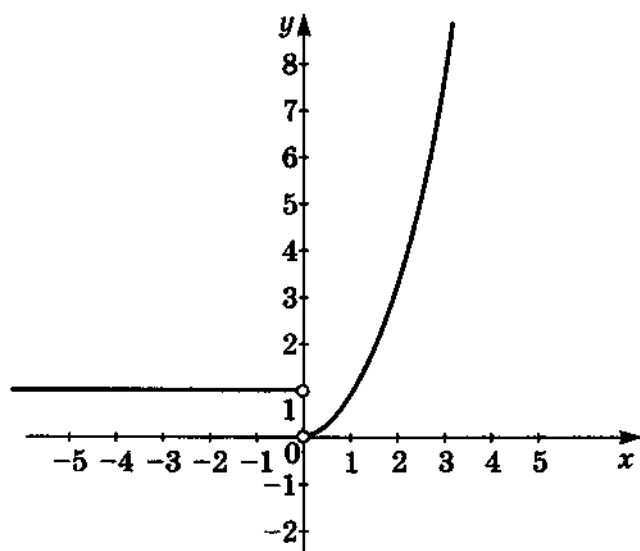
имеем: $y = \begin{cases} |x|, & \text{если } x > -1, \\ |x+2|, & \text{если } x < -1. \end{cases}$



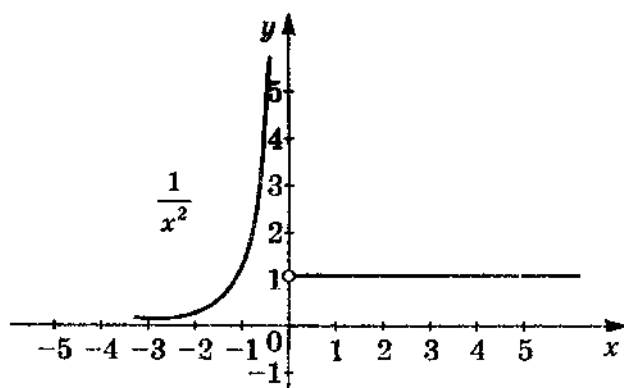
10. $y = x^{2-\frac{|x|}{x}}$. Имеем: $y = \begin{cases} x, & \text{если } x > 0, \\ x^3, & \text{если } x < 0. \end{cases}$



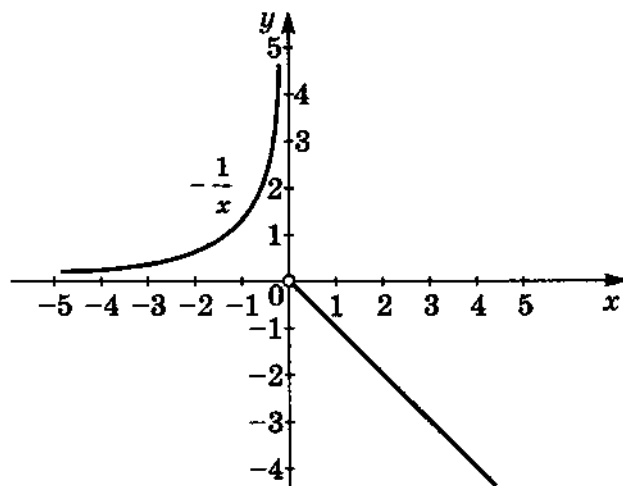
11. $y = x^{1+\frac{|x|}{x}}$. Имеем: $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x > 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$



12. $y = x^{\frac{|x|}{x}-1}$. Имеем: $y = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ x^{-2}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

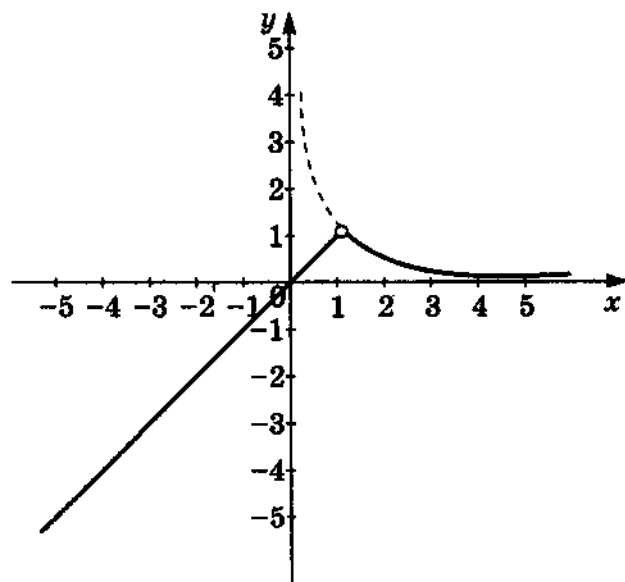


13. $y = -\frac{|x|}{x^x}$. Имеем: $y = \begin{cases} -x, & \text{если } x > 0, \\ -x^{-1}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$



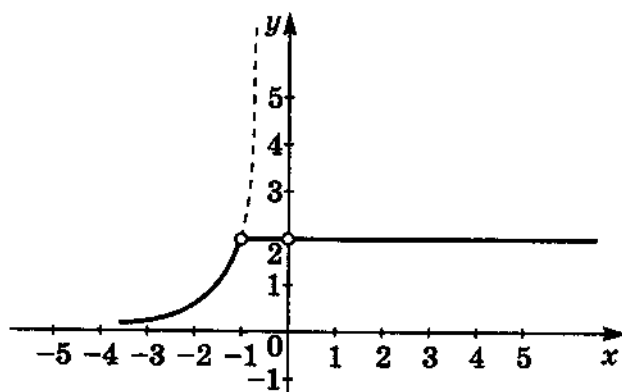
14. $y = \frac{|x-1|}{x^{1-x}}$. Так как $\frac{|x-1|}{1-x} = \begin{cases} -1, & \text{если } x-1 > 0, \\ 1, & \text{если } x-1 < 0, \end{cases}$ имеем:

$$y = \begin{cases} x^{-1}, & \text{если } x > 1, \\ x, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

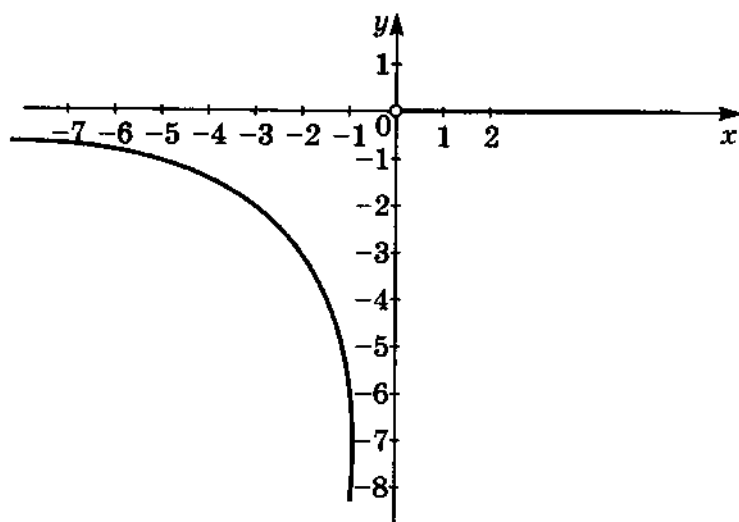


15. $y = 2 \cdot x^{\frac{|x+1|}{x+1}-1}$. Так как $\frac{|x+1|}{x+1} = \begin{cases} 1, & \text{если } x+1 > 0, \\ -1, & \text{если } x+1 < 0, \end{cases}$

имеем: $y = \begin{cases} 2, & \text{если } x > -1 \text{ и } x \neq 0, \\ \frac{2}{x^2}, & \text{если } x < -1. \end{cases}$

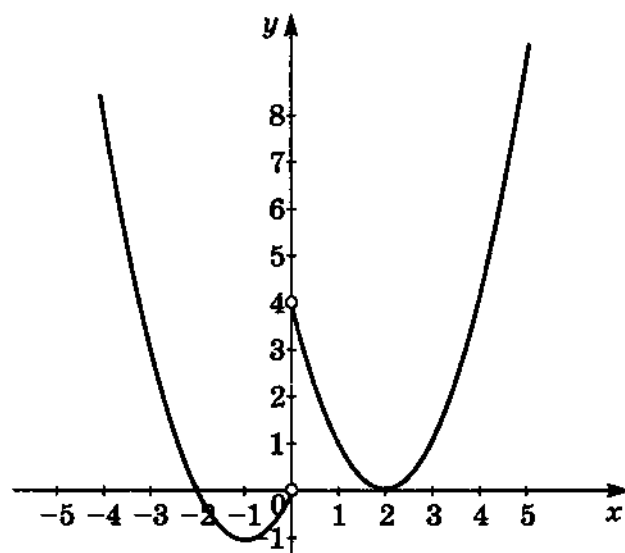


16. $y = \frac{3(x - |x|)}{x^2}$. Имеем: $y = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$



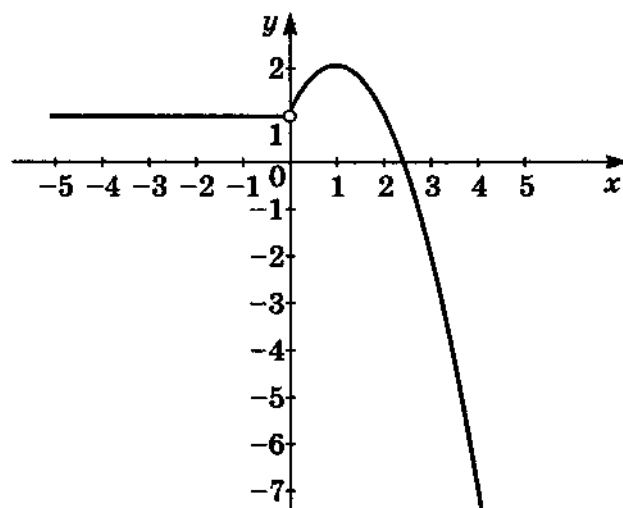
$$17. y = x - |x| + \left(x - 1 - \frac{|x|}{x}\right)^2.$$

$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} (x-2)^2, & \text{если } x > 0, \\ x^2 + 2x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

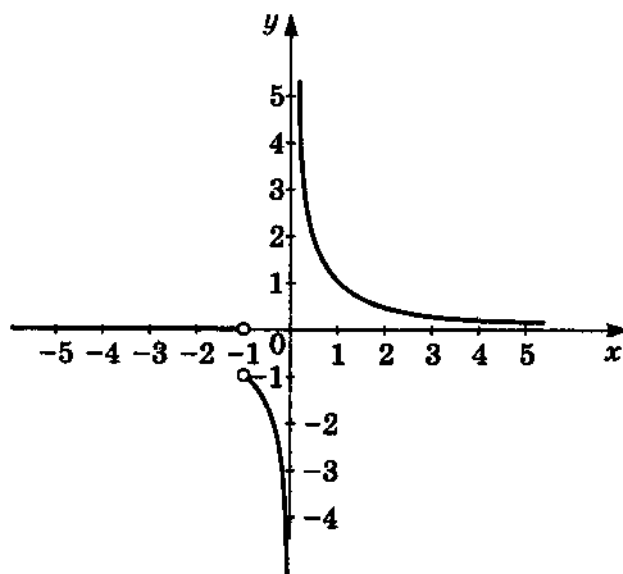


$$18. y = 1 + (2x - x^2) \cdot \frac{x + |x|}{2x}. \text{ Так как } \frac{x + |x|}{2x} =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0, \end{cases} \text{ имеем: } y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1, & \text{если } x > 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

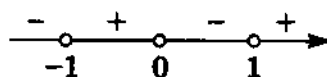


19. $y = \frac{1}{x} \cdot \frac{x+1+|x+1|}{2x+2}$. Так как $\frac{x+1+|x+1|}{2x+2} =$
 $= \begin{cases} 1, & \text{если } x+1 > 0, \\ 0, & \text{если } x+1 < 0, \end{cases}$ имеем: $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x > -1, \\ 0, & \text{если } x < -1. \end{cases}$

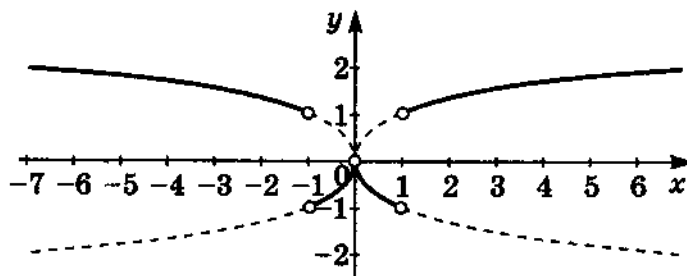


20. $y = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{|x^3 - x|}{x^3 - x} = \begin{cases} 1, & \text{если } x^3 - x > 0, \\ -1, & \text{если } x^3 - x < 0. \end{cases}$

Исследуем знак выражения $x^3 - x$ с помощью метода интервалов:



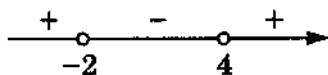
Имеем: $y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } -1 < x < 0 \text{ или } x > 1, \\ -\sqrt[3]{x}, & \text{если } x < -1 \text{ или } 0 < x < 1. \end{cases}$



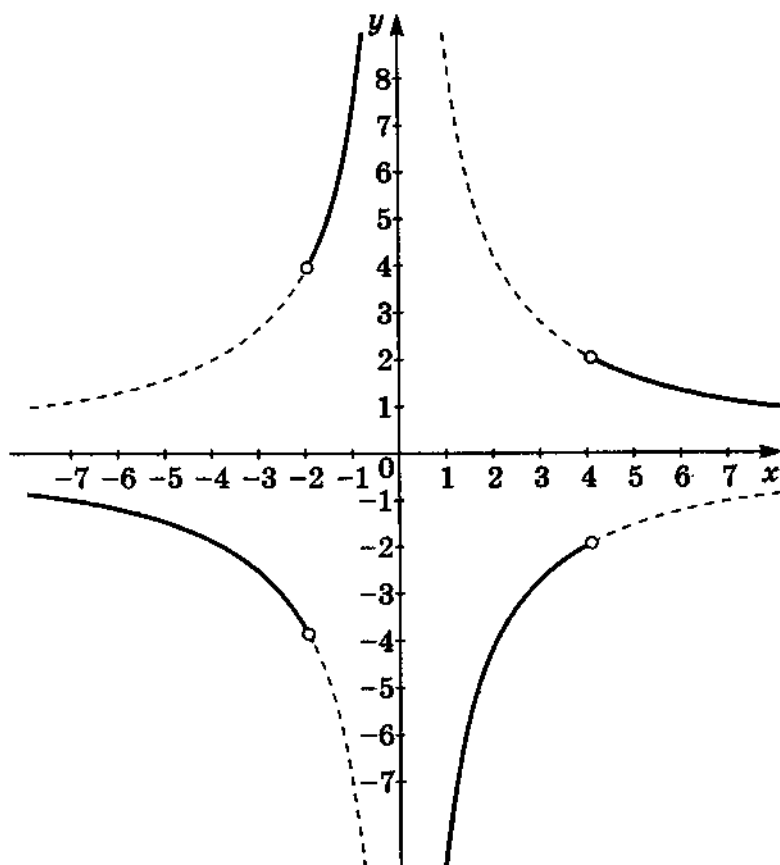
$$21. y = \frac{8}{x} \cdot \frac{|x^2 - 2x - 8|}{x^2 - 2x - 8} \cdot \frac{|x^2 - 2x - 8|}{x^2 - 2x - 8} =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если } x^2 - 2x - 8 > 0, \\ -1, & \text{если } x^2 - 2x - 8 < 0. \end{cases}$$

Исследуем знак выражения $x^2 - 2x - 8$ с помощью метода интервалов:

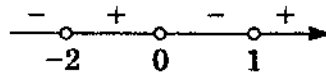


$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{если } x < -2 \text{ или } x > 4, \\ -\frac{8}{x}, & \text{если } -2 < x < 4. \end{cases}$$

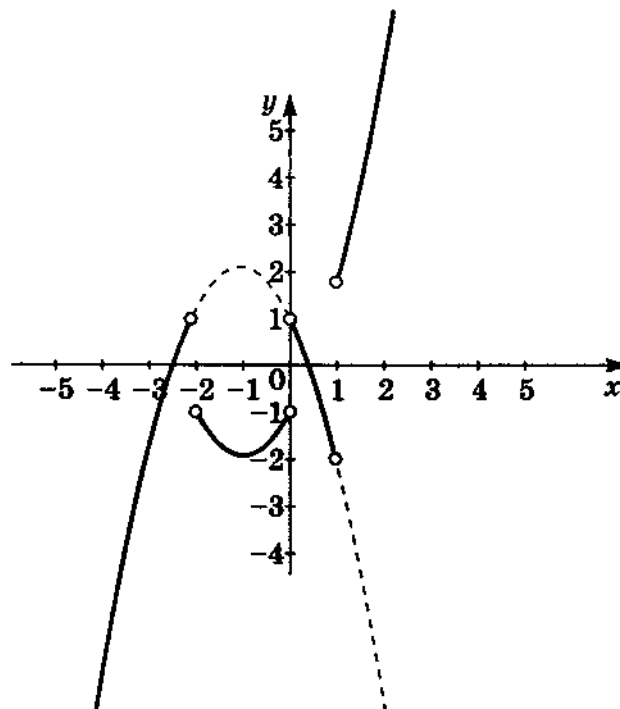


$$\begin{aligned}
 22. \ y &= (x^2 + 2x - 1) \cdot \frac{|x^3 + x^2 - 2x|}{x^3 + x^2 - 2x} \cdot \frac{|x^3 + x^2 - 2x|}{x^3 + x^2 - 2x} = \\
 &= \begin{cases} 1, & \text{если } x^3 + x^2 - 2x > 0, \\ -1, & \text{если } x^3 + x^2 - 2x < 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Исследуем знак выражения $x^3 + x^2 - 2x$ с помощью метода интервалов:



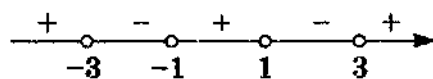
$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & \text{если } -2 < x < 0 \text{ или } x > 1, \\ -(x^2 + 2x - 1), & \text{если } x < -2 \text{ или } 0 < x < 1. \end{cases}$$



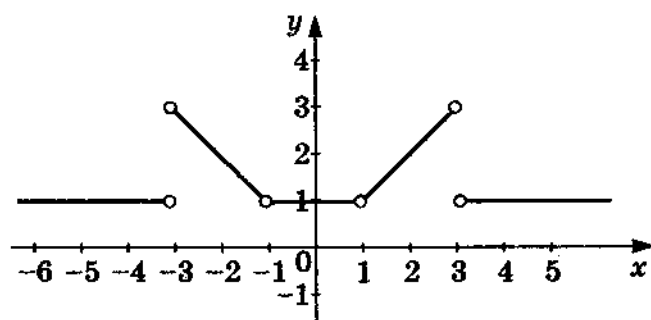
$$23. y = 1 + (|x| - 1) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{|x^4 - 10x^2 + 9|}{2(x^4 - 10x^2 + 9)} \right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{|x^4 - 10x^2 + 9|}{2(x^4 - 10x^2 + 9)} =$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{если } x^4 - 10x^2 + 9 > 0, \\ 1, & \text{если } x^4 - 10x^2 + 9 < 0. \end{cases}$$

Исследуем знак выражения $x^4 - 10x^2 + 9$ с помощью метода интервалов:

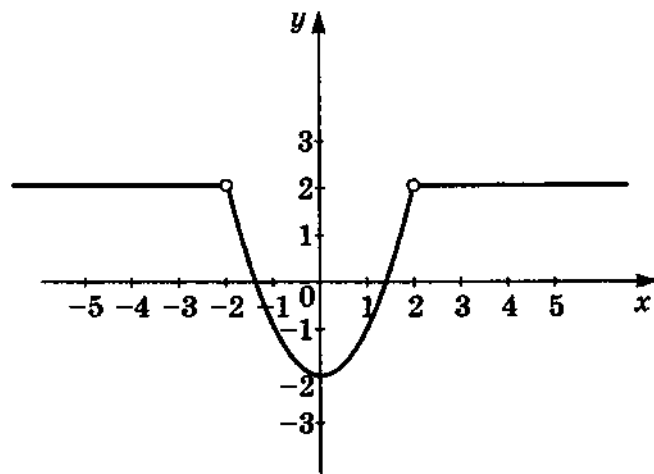


$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < -3 \text{ или } -1 < x < 1 \text{ или } x > 3, \\ |x|, & \text{если } -3 < x < -1 \text{ или } 1 < x < 3. \end{cases}$$



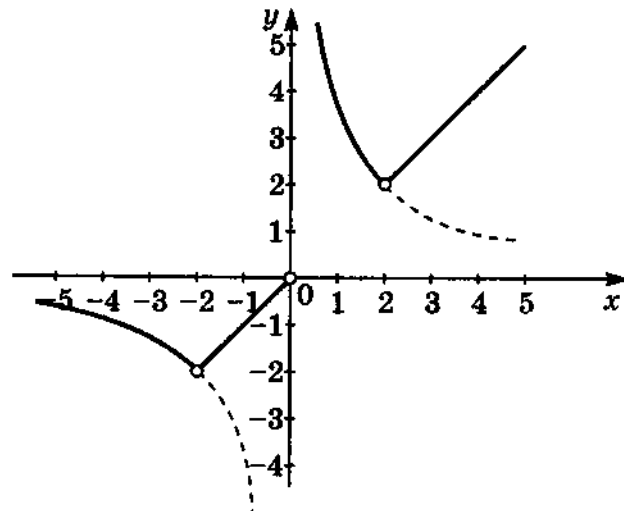
$$24. y = (x^2 - 2) \left(\frac{1}{2} - \frac{|x^2 - 4|}{2(x^2 - 4)} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{|x^2 - 4|}{2(x^2 - 4)} \right).$$

$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} 2, & \text{если } x < -2 \text{ или } x > 2, \\ x^2 - 2, & \text{если } -2 < x < 2. \end{cases}$$



$$25. y = x \left(0,5 + 0,5 \cdot \frac{|x^3 - 4x|}{x^3 - 4x} \right) + \frac{4}{x} \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x^3 - 4x|}{x^3 - 4x} \right).$$

$$\text{Имеем: } y = \begin{cases} x, & \text{если } -2 < x < 0 \text{ или } x > 2, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2 \text{ или } 0 < x < 2. \end{cases}$$

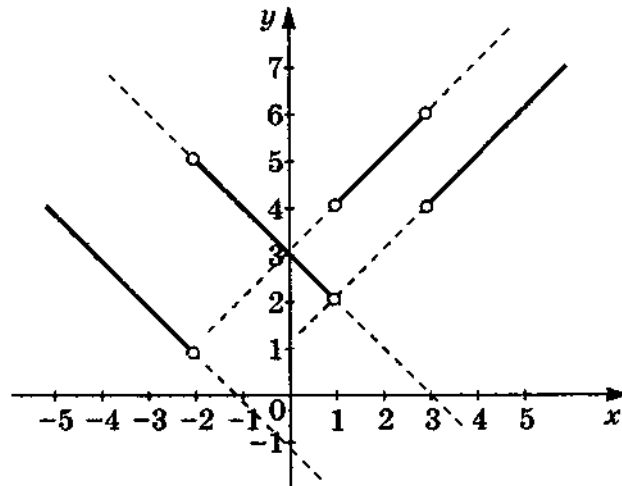


26. $y = 2 \cdot \frac{|x+2|}{x+2} + x \cdot \frac{|x-1|}{x-1} - \frac{|x-3|}{x-3}$. Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+2 $	-	+	+	+
$ x-1 $	-	-	+	+
$ x-3 $	-	-	-	+
	-2	1	3	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} -x-1, & \text{если } x < -2, \\ -x+3, & \text{если } -2 < x < 1, \\ x+3, & \text{если } 1 < x < 3, \\ x+1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$



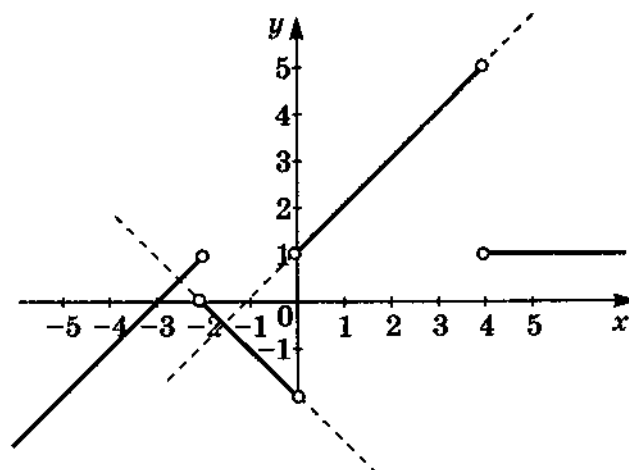
$$27. y = 5 \cdot \frac{x+2-|x+2|}{2x+4} - 3 \cdot \frac{x-|x|}{2x} + x \cdot \frac{x-4-|x-4|}{2x-8} + 1.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+2 $	-	+	+	+
$ x $	-	-	+	+
$ x-4 $	-	-	-	+
	-2	0	4	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} x+3, & \text{если } x < -2, \\ x-2, & \text{если } -2 < x < 0, \\ x+2, & \text{если } 0 < x < 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$



$$28. y = \frac{|x+1|}{x+1} \cdot x^2 - \frac{|x-1|}{x-1} \cdot 2x - \frac{|x-2|}{x-2}.$$

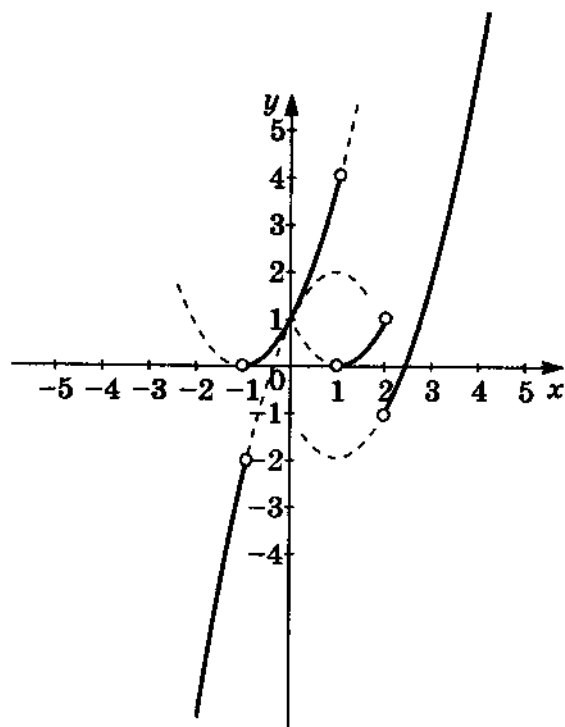
Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+1 $	-	+	+	+
$ x-1 $	-	-	+	+
$ x-2 $	-	-	-	+

-1
1
2

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1, & \text{если } x < -1, \\ x^2 + 2x + 1, & \text{если } -1 < x < 1, \\ x^2 - 2x + 1, & \text{если } 1 < x < 2, \\ x^2 - 2x - 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$



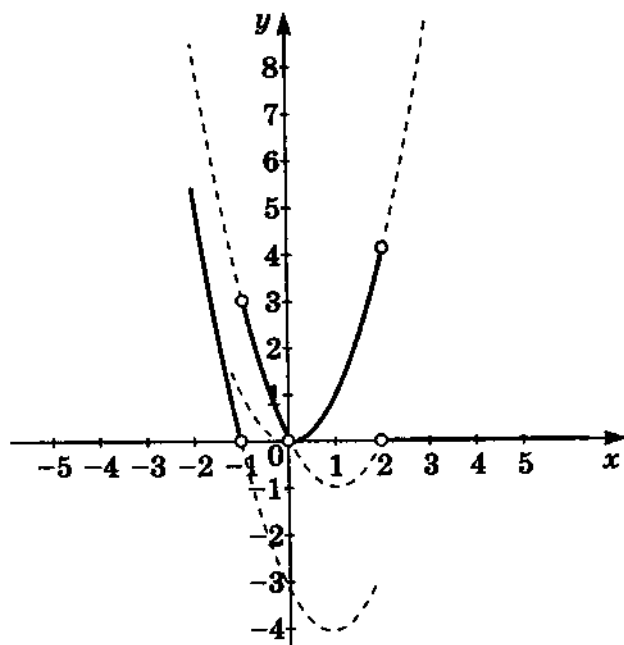
$$29. y = -3 \cdot \frac{x+1-|x+1|}{2x+2} - 2x \cdot \frac{x-|x|}{2x} + x^2 \cdot \frac{x-2-|x-2|}{2x-4}.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+1 $	-	+	+	+
$ x $	-	-	+	+
$ x-2 $	-	-	-	+
	-1	0	2	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & \text{если } x < -1, \\ x^2 - 2x, & \text{если } -1 < x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$



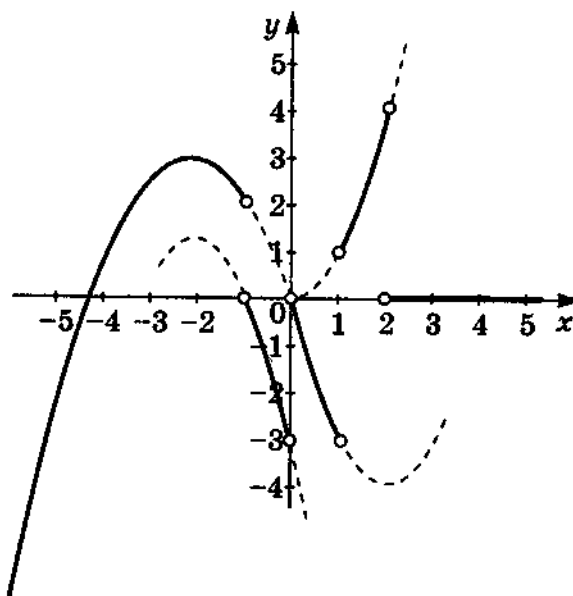
$$30. y = 2 \cdot \frac{x+1-|x+1|}{2x+2} - 3 \cdot \frac{x-|x|}{2x} - 4x \cdot \frac{x-1-|x-1|}{2x-2} + \\ + x^2 \cdot \frac{x-2-|x-2|}{2x-4} \cdot \frac{|x|}{x}.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+1 $	-	+	+	+	+
$ x $	-	-	+	+	+
$ x-1 $	-	-	-	+	+
$ x-2 $	-	-	-	-	+
	-1	0	1	2	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 1, & \text{если } x < -1, \\ -x^2 - 4x - 3, & \text{если } -1 < x < 0, \\ x^2 - 4x, & \text{если } 0 < x < 1, \\ x^2, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$



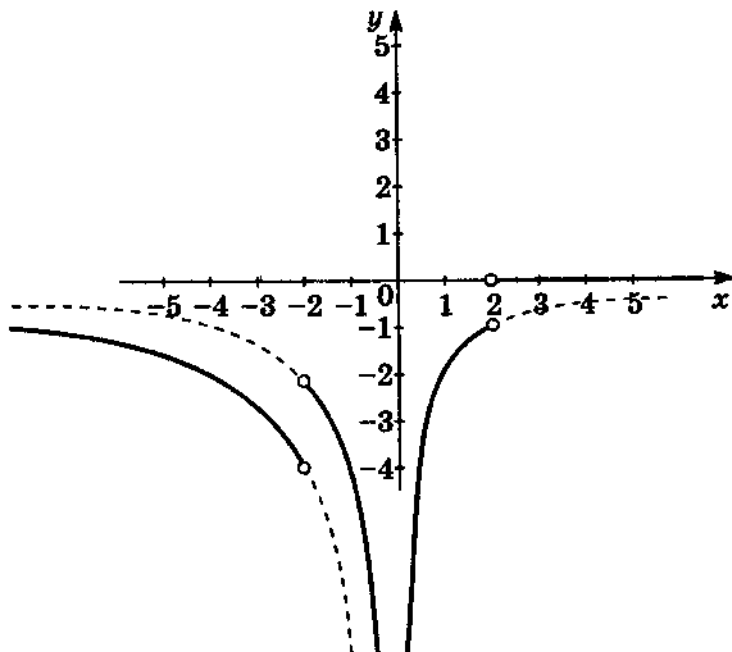
$$31. y = \frac{4 \cdot \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x+2|}{x+2}\right) + 6 \cdot \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x|}{x}\right) - 2 \cdot \left(0,5 - 0,5 \cdot \frac{|x-2|}{x-2}\right)}{x}.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+2 $	-	+	+	+
$ x $	-	-	+	+
$ x-2 $	-	-	-	+
	-2	0	2	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{если } x < -2, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } -2 < x < 0, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } 0 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$



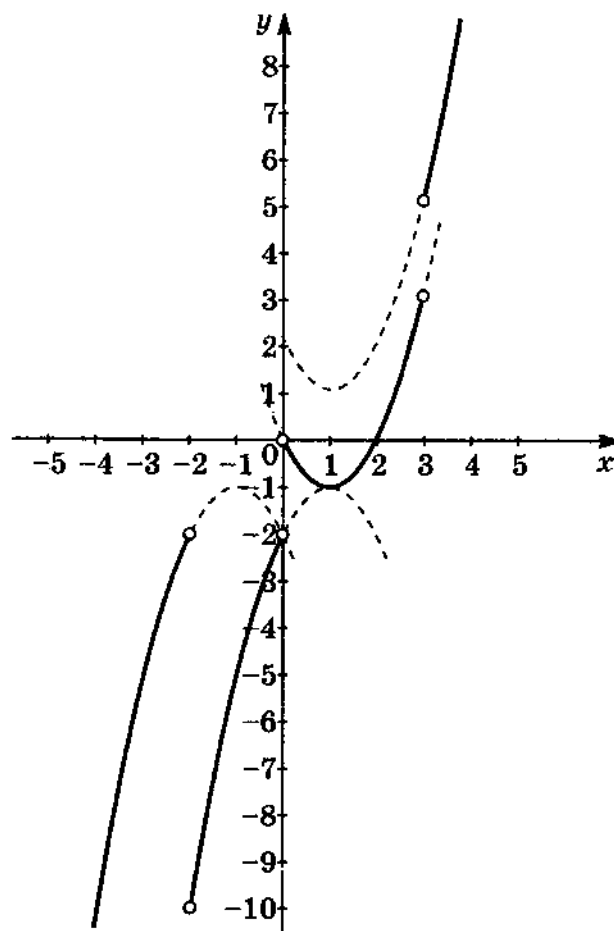
$$32. y = \frac{|x|}{x} \cdot \left(x - \frac{|x+2|}{x+2} \right)^2 + \frac{|x-3|}{x-3}.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+2 $	-	+	+	+
$ x $	-	-	+	+
$ x-3 $	-	-	-	+
	-2	0	3	

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} -(x+1)^2 - 1, & \text{если } x < -2, \\ -(x-1)^2 - 1, & \text{если } -2 < x < 0, \\ (x-1)^2 - 1, & \text{если } 0 < x < 3, \\ (x-1)^2 + 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$



$$33. y = \frac{4 \cdot \frac{|x|}{x}}{x - \frac{|x-2|}{x-2}} + \frac{|x+1|}{x+1}.$$

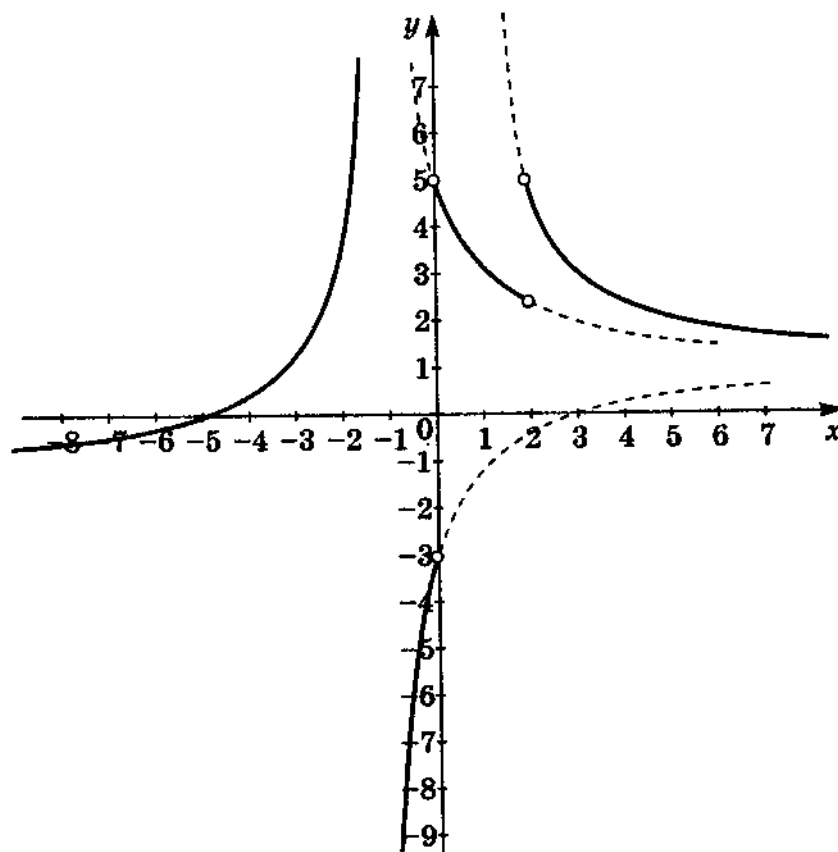
Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+1 $	-	+	+	+
$ x $	-	-	+	+
$ x-2 $	-	-	-	+

-1 0 2

Используя таблицу, получаем:

$$y = \begin{cases} -\frac{4}{x+1} - 1, & \text{если } x < -1, \\ -\frac{4}{x+1} + 1, & \text{если } -1 < x < 0, \\ \frac{4}{x+1} + 1, & \text{если } 0 < x < 2, \\ \frac{4}{x-1} + 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$



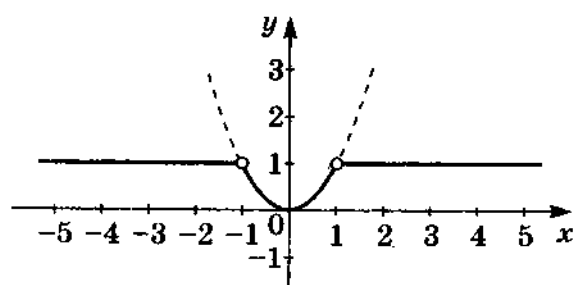
$$34. y = x^{\frac{|x+1|}{x+1} - \frac{|x-1|}{x-1}}.$$

Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+1 $	-	+	+
$ x-1 $	-	-	+

-1
1

Используя таблицу, получаем:
$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < -1, \\ x^2, & \text{если } -1 < x < 1, \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$



$$35. y = \left(x - 1 - \frac{|x-1|}{x-1} \right)^{\frac{|x+1|}{x+1} - \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x+2|}{x+2} - \frac{|x-1|-|x-1|}{2x-2}}$$

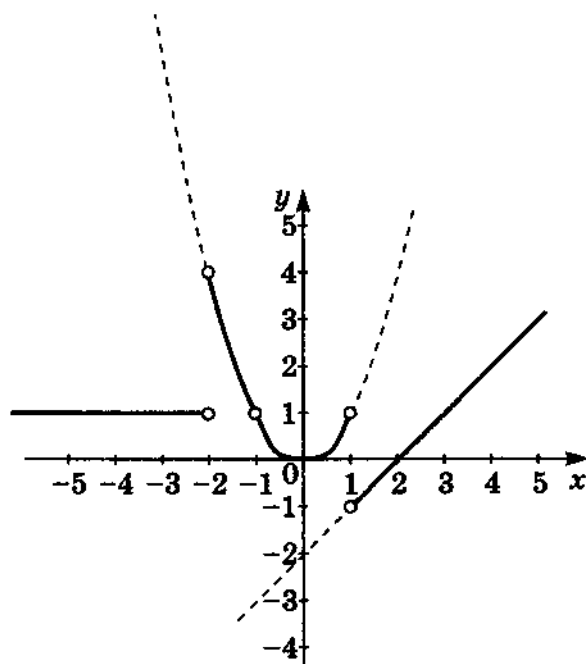
Составим таблицу со знаками для раскрытия модулей:

$ x+2 $	-	+	+	+
$ x+1 $	-	-	+	+
$ x-1 $	-	-	-	+

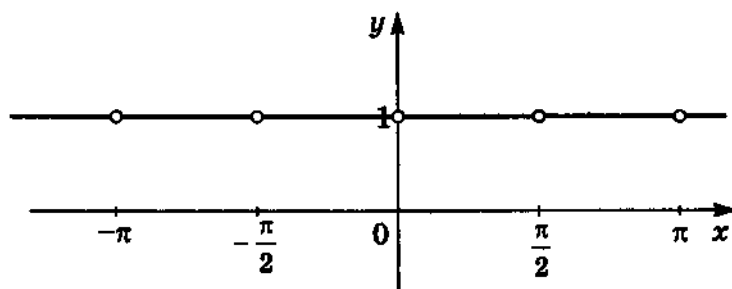
-2
-1
1

Используя таблицу, получаем:

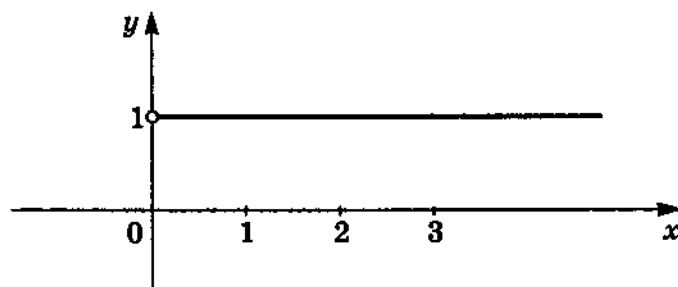
$$y = \begin{cases} x^0, & \text{если } x < -2, \\ x^2, & \text{если } -2 < x < -1, \\ x^4, & \text{если } -1 < x < 1, \\ x^{-2}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$



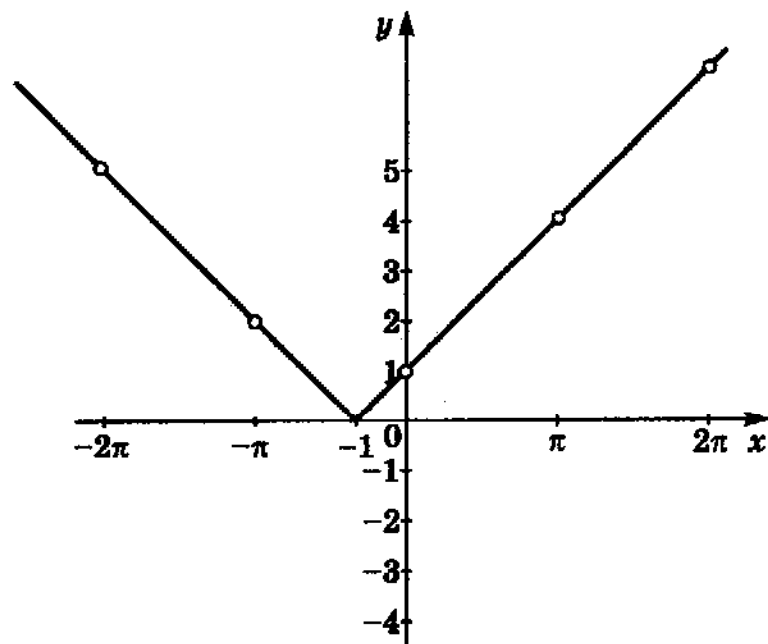
36. $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$; $y = 1$ при $x \neq \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.



37. $y = \sin^2 \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x}$; $y = 1$ при $x \geq 0$.



38. $y = |x + \sin^2 x (1 + \operatorname{ctg}^2 x)|$; $y = |x + 1|$ при $x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$.



ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ: СИСТЕМА УПРАЖНЕНИЙ

10–11-е классы

Постройте графики функций.

$$1. y = -2x + \frac{0}{\ln x - 1}.$$

$$2. y = 1 + \frac{0}{\sin \pi x}.$$

$$3. y = -x + 0 \cdot \sqrt{1 + \log_{0,5}(x^2 - 5x + 6)}.$$

$$4. y = x + 0 \cdot \sqrt{\sin \pi x}.$$

$$5. y = x^2 + \log_x \frac{1}{x}.$$

$$6. y = (x^2 - 4) \cdot \frac{\sin |\pi x|}{\sin \pi x}.$$

$$7. y = \sqrt{x} + \log_{9-x}(9 - x).$$

$$8. y = x^3 + \log_{2-x^2}(2 - x^2).$$

$$9. y = \sqrt{x + \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x}.$$

$$10. y = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$11. y = 2^x + \log_{x+2} (\sin^2 \sqrt{2-x} + \cos^2 \sqrt{2-x}).$$

$$12. y = 2^{\log_2(x+1)} + 3^{\log_3(1-2x)}.$$

$$13. y = 5^{\log_5(x^2-1)} + 2^{1+\log_2(2-x)}.$$

$$14. y = \frac{6}{x} + \frac{\log_{x+3} 1}{\arcsin \frac{2x-3}{9}}.$$

$$15. y = \sin x + \frac{3^{1-\operatorname{tg} \frac{31\pi}{4}} - 9}{(x-1)\sqrt{\pi^2 - x^2}}.$$

$$16. y = \log_2 x + \sqrt{\cos \pi x - 1}.$$

$$17. y = \frac{|x|}{x} \cdot 2^x.$$

$$18. y = (x+2)^{2-\frac{|x|}{x}}.$$

$$19. y = - (x+2)^{2-\frac{\sin | \pi x |}{\sin \pi x}}.$$

$$20. y = \frac{\operatorname{tg} | \pi x |}{\operatorname{tg} \pi x} \cdot x.$$

$$21. y = \frac{\operatorname{tg} (\pi | x - 2 |)}{\operatorname{tg} \pi x} \log_{\frac{1}{2}} x.$$

$$22. y = \arccos \frac{|x|}{x} - 1.$$

$$23. y = |x| + \sqrt{-|\sin 2\pi x|}.$$

$$24. y = x + \sqrt{\cos^2(\pi x - \pi |x|) - 1}.$$

$$25. y = \sqrt{\cos \left(\frac{\pi x - \pi |x|}{2} \right) + \frac{|x|}{x}}.$$

$$26. y = 1 + \sqrt{-\left|\sin \frac{\pi x + \pi |x|}{2}\right|}.$$

$$27. y = x^2 + \sqrt{-\left|\sin \frac{\pi x - \pi |x|}{2}\right|}.$$

$$28. y = \cos \frac{\pi x}{2} + \sqrt{\cos^2 \pi x - 1}.$$

$$29. y = x^{3 - \operatorname{ctg} \frac{2\pi x - \pi |x|}{4x}}.$$

$$30. y = \left(3 - \operatorname{tg} \frac{2\pi x - \pi |x|}{4x}\right)^x.$$

$$31. y = \sqrt{x+4} \operatorname{tg} \frac{\pi |x| - \pi x}{8x}.$$

$$32. y = \log_{0,5} (x+1) \operatorname{tg} \frac{\pi |x| + \pi x}{8x}.$$

$$33. y = (x^2 - 4x + 1) \frac{\sin (\pi |x - 3|)}{\sin \pi x}.$$

$$34. y = (2 - 2x - x^2) \frac{\sin (\pi |x - 1|)}{\sin (\pi |x + 2|)}.$$

$$35. y = \sin \left(\frac{\pi x + \pi |x|}{4x}\right) \cdot \frac{4}{x} + \sin \left(\frac{\pi x - \pi |x|}{4x}\right) (x^2 + 2x - 3).$$

$$36. y = x^2 \sin \frac{\pi x - \pi |x|}{4x} + \sin x \cos \frac{\pi x - \pi |x|}{4x}.$$

$$37. y = \cos x + (0,5^x - \cos x) \operatorname{tg} \frac{\pi x + \pi |x|}{8x}.$$

$$38. y = \operatorname{ctg} x - (x^2 + \operatorname{ctg} x) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{|x|}{x}\right).$$

$$39. y = 1 + \frac{1}{\pi} \arccos \frac{|x|}{x} \cdot (\operatorname{tg} x - 1).$$

$$40. y = \frac{x - |x|}{2x} \cos x + \frac{1}{2} x^2 \left(\sqrt{\cos(\pi x - \pi |x|) + \frac{|x|}{x}} \right)^2.$$

$$41. y = \cos^2 \frac{\pi x}{2} + \sin^2 \frac{\pi x}{2} \log_2 |x| + \sqrt{\cos^2 \pi x - 1}.$$

$$42. y = \left(\frac{x^2}{2} - 2 \right) (1 - \cos \pi x) - 2x \cos \pi x + \sqrt{\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x - 1}.$$

$$43. y = \sin \left(\left(\frac{\pi}{2} \right)^{\log_7 \left(4 - \frac{3|2x-\pi|}{2x-\pi} \right)} + x^{\log_3 \left(2 - \frac{|x-2\pi|}{x-2\pi} \right)} \right).$$

$$44. y = \operatorname{tg} \left(\left(\frac{\pi}{4} - x \right) \cdot \frac{5^{x+\pi+|x+\pi|} - 1}{5^{3(x+\pi)-|x+\pi|} - 1} + \frac{9\pi}{2} \log_5 \left(3 + \frac{2|x|}{x} \right) + \frac{\pi}{4} \right).$$

$$45. y = (\sin x)^{\pi^{\frac{1}{\arccos \frac{|x+\pi|}{x+\pi}}}} + (\cos x)^{\lg \left(5,5 + 4,5 \frac{|x-\pi|}{x-\pi} \right)}.$$

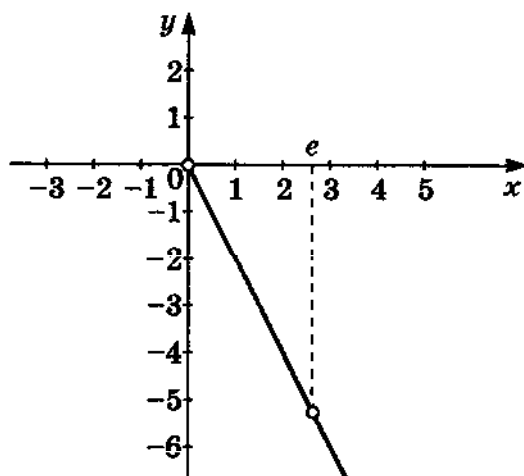
$$46. y = (x^4 - 2x^2 + 2) \cdot \frac{3^{x-1-|x-1|} - 1}{3^{3x-3+|x-1|} - 1} + \left(\frac{1}{2} \right)^x \cdot \log_3 \left(2 + \frac{|x-1|}{x-1} \right).$$

$$47. y = (\sin x)^{\frac{x+\pi-|x+\pi|}{2x+2\pi} + \frac{x+|x|}{2x} - \frac{x-\pi+|x-\pi|}{x-\pi}} (\cos x)^{\frac{x-|x|}{2x} + \frac{x-\pi+|x-\pi|}{2x-2\pi}}.$$

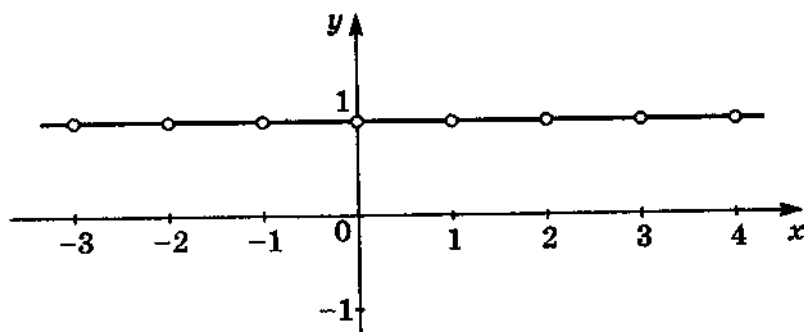
$$48. y = \sin \left(\frac{1}{2} \arccos x \right) + \sqrt{- \left| (4x^4 - 5x^2 + 1)(x^2 - 4x) \right|}.$$

$$49. y = 2^{\sin \frac{\pi x}{2}} + 2^{\cos \frac{\pi x}{2}} + \sqrt{\cos 2\pi x - 1} \ln (25 - x^2).$$

1. $y = -2x + \frac{0}{\ln x - 1}$; $y = -2x$ при $x > 0$ и $x \neq e$.

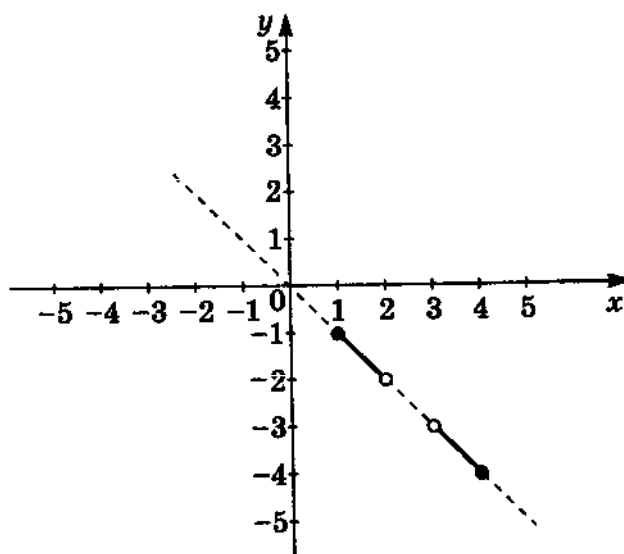


2. $y = 1 + \frac{0}{\sin \pi x}$; $y = 1$ при $x \neq k, k \in \mathbb{Z}$.

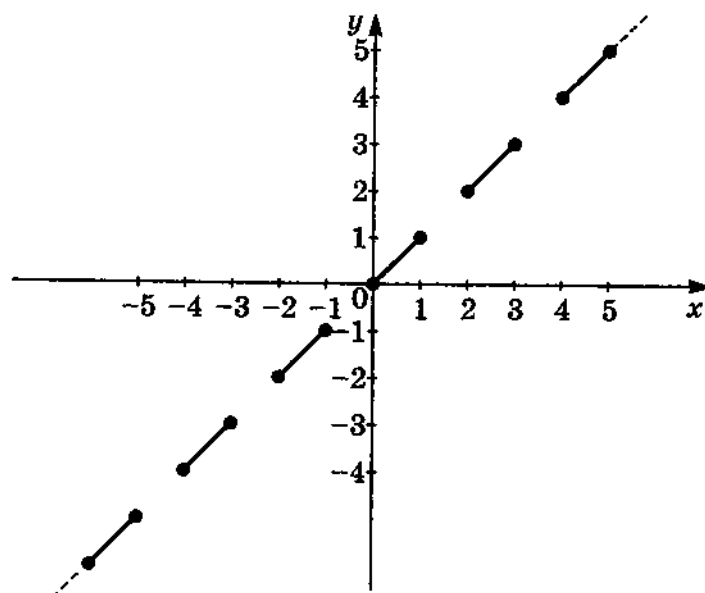


3. $y = -x + 0 \cdot \sqrt{1 + \log_{0.5}(x^2 - 5x + 6)}$; $y = -x$ при $1 \leq x < 2$

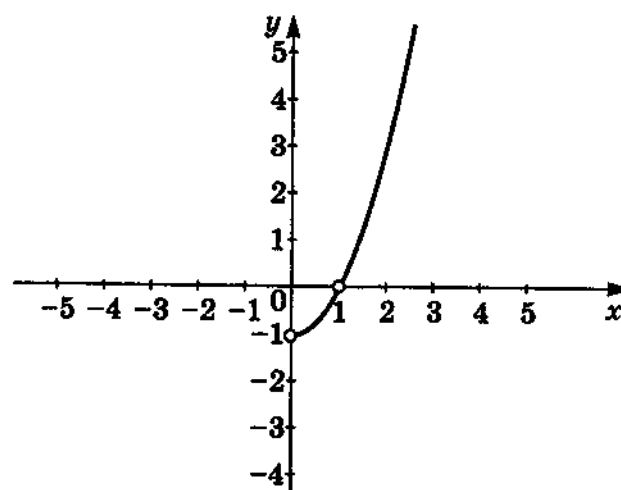
и $3 < x \leq 4$.



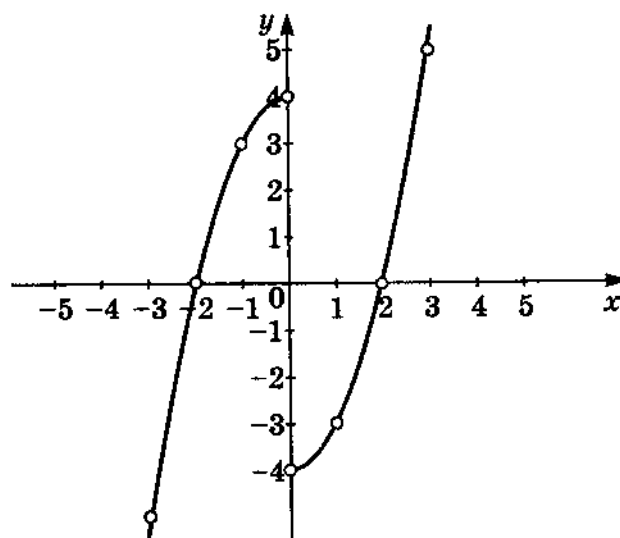
4. $y = x + 0 \cdot \sqrt{\sin \pi x}$; $y = x$ при $2k \leq x \leq 2k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$.



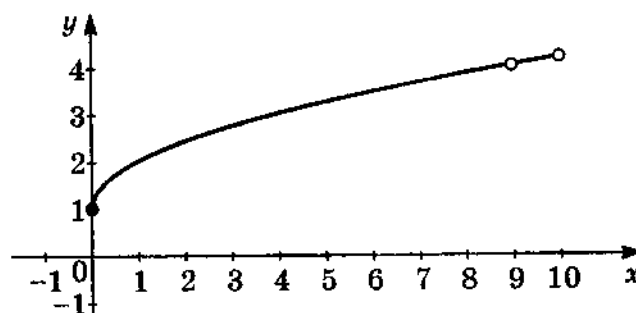
5. $y = x^2 + \log_x \frac{1}{x}$; $y = x^2 - 1$ при $x > 0$ и $x \neq 1$.



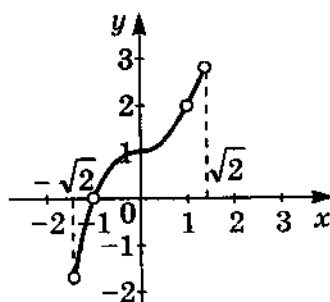
$$6. y = (x^2 - 4) \cdot \frac{\sin |\pi x|}{\sin \pi x}; y = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{если } x > 0, \\ -x^2 + 4, & \text{если } x < 0, \end{cases} x \neq k, k \in \mathbb{Z}.$$



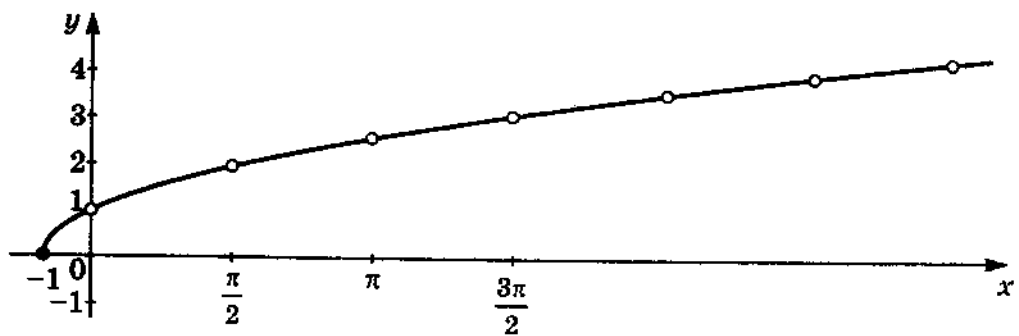
$$7. y = \sqrt{x} + \log_{9-x}(9-x); y = \sqrt{x} + 1 \text{ при } x < 9 \text{ и } x \neq 8.$$



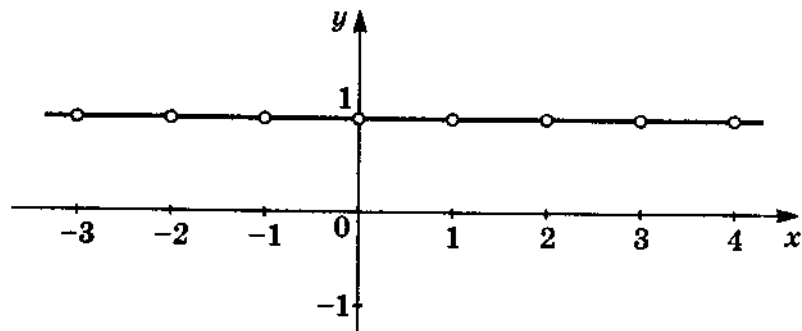
$$8. y = x^3 + \log_{2-x^2}(2-x^2); y = x^3 + 1 \text{ при } -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \text{ и } x \neq \pm 1.$$



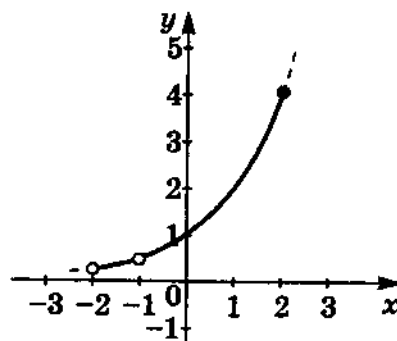
9. $y = \sqrt{x + \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x}$; $y = \sqrt{x+1}$ при $x \neq \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.



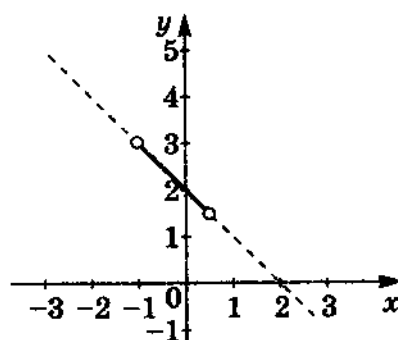
10. $y = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}$; $y = 1$ при $x \notin \mathbb{Z}$.



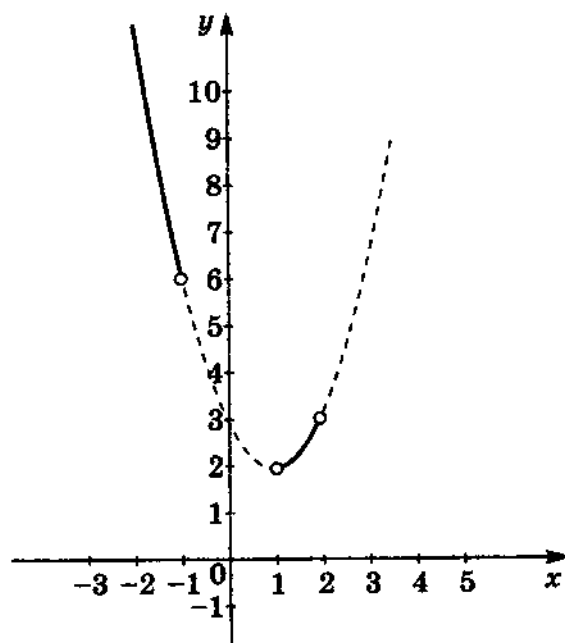
11. $y = 2^x + \log_{x+2} (\sin^2 \sqrt{2-x} + \cos^2 \sqrt{2-x})$; $y = 2^x$ при $-2 < x \leq 2$ и $x \neq -1$.



12. $y = 2^{\log_2(x+1)} + 3^{\log_2(1-2x)}$; $y = -x + 2$ при $-1 < x < \frac{1}{2}$.

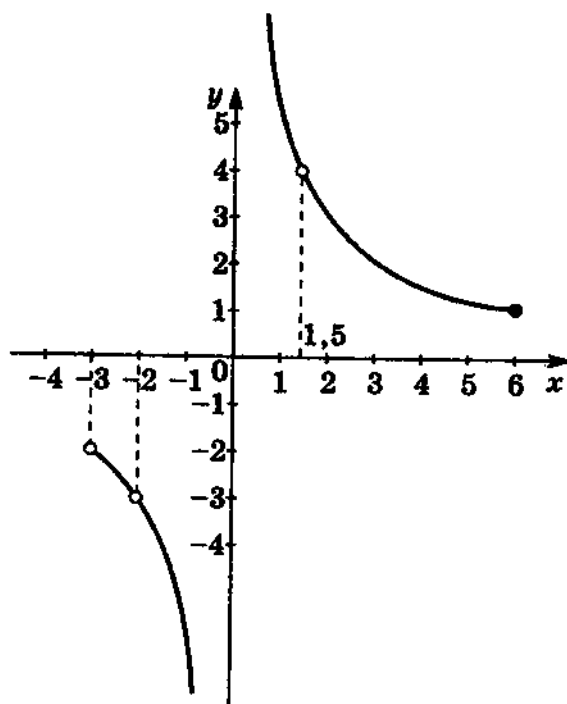


13. $y = 5^{\log_5(x^2-1)} + 2^{1+\log_2(2-x)}$; $y = x^2 - 2x + 3$ при $x < -1$ и $1 < x < 2$.



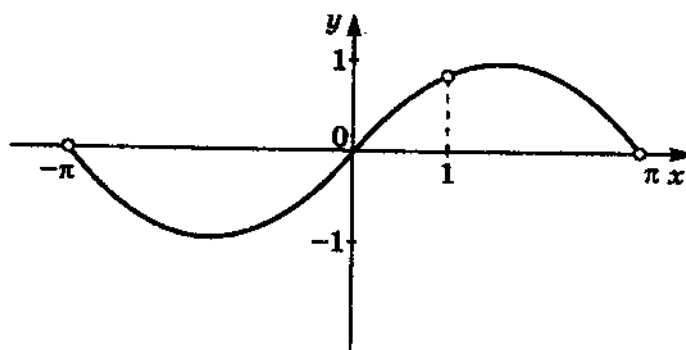
$$14. y = \frac{6}{x} + \frac{\log_{x+3} 1}{\arcsin \frac{2x-3}{9}}; y = \frac{6}{x} \text{ при } -3 < x \leq 6 \text{ и } x \neq -2,$$

$$x \neq 1,5.$$

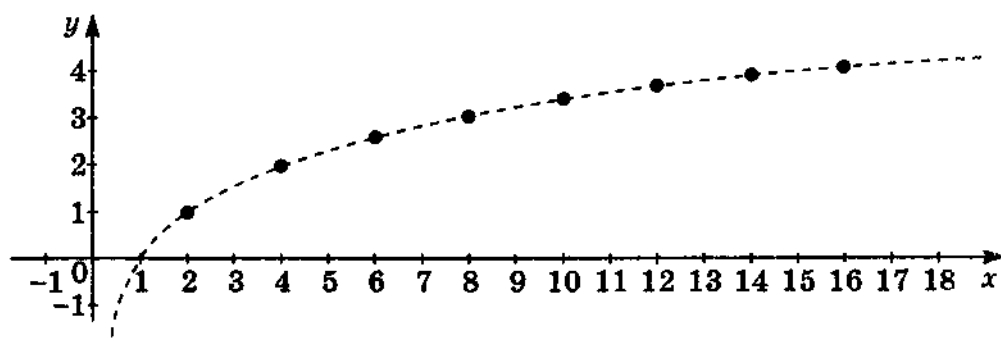


$$15. y = \sin x + \frac{3^{1-\tan \frac{3\pi}{4}}}{(x-1)\sqrt{\pi^2-x^2}}; y = \sin x \text{ при } -\pi < x < \pi \text{ и}$$

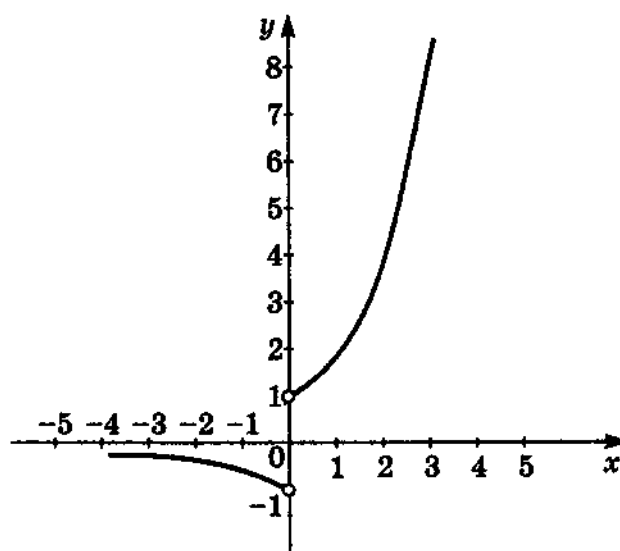
$$x \neq 1.$$



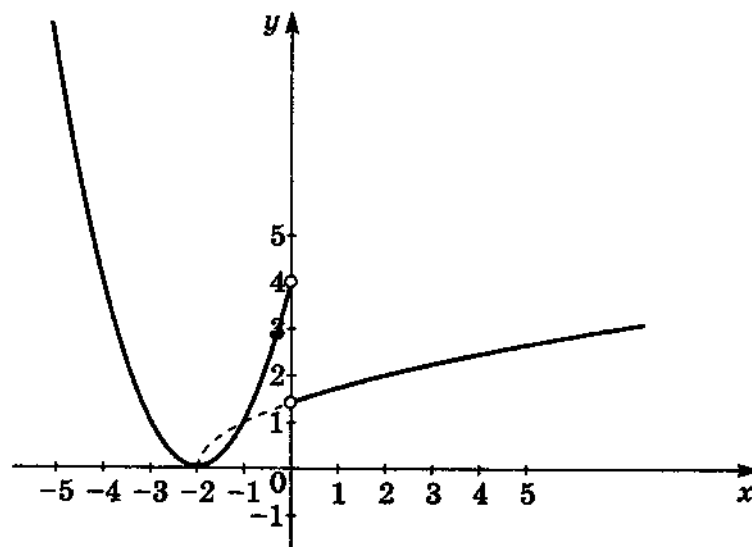
16. $y = \log_2 x + \sqrt{\cos \pi x - 1}$; $y = \log_2 x$ при $x = 2k$, $k \in \mathbb{N}$.



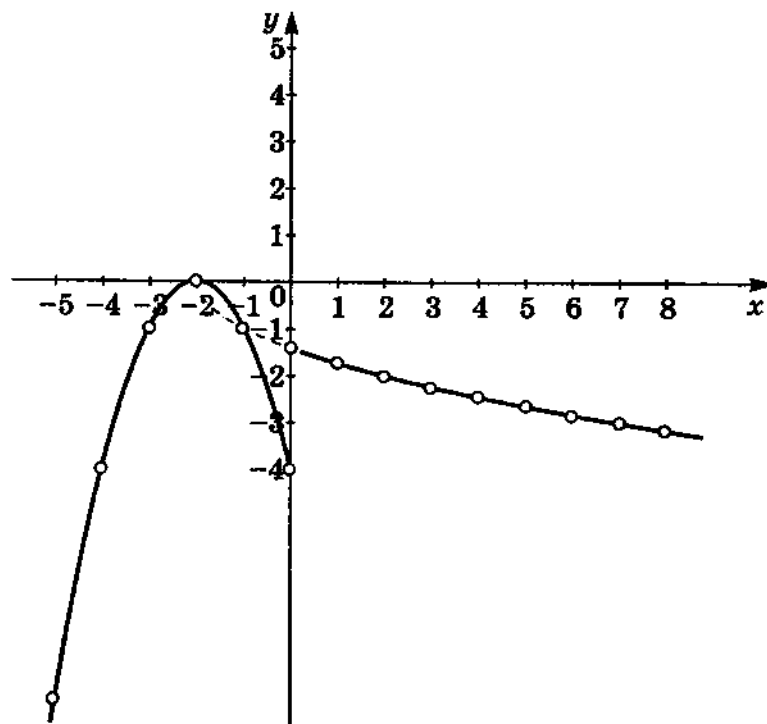
17. $y = \frac{|x|}{x} \cdot 2^x$; $y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x > 0, \\ -2^x & \text{при } x < 0. \end{cases}$



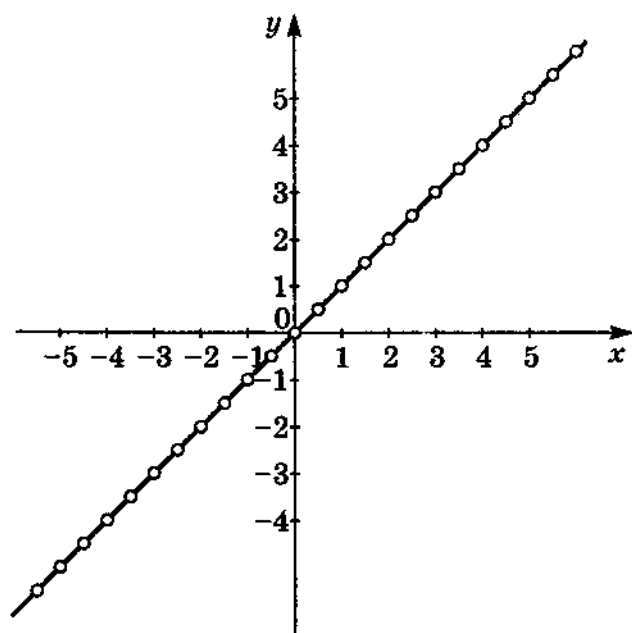
$$18. y = (x+2)^2 e^{\frac{|x|}{x}}; y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & \text{при } x > 0, \\ (x+2)^2 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$



$$19. y = - (x+2)^2 \frac{\sin|x|}{\sin \pi x}; y = \begin{cases} -\sqrt{x+2} & \text{при } x > 0, \\ -(x+2)^2 & \text{при } x < 0 \end{cases} \text{ и } x \notin \mathbb{Z}.$$

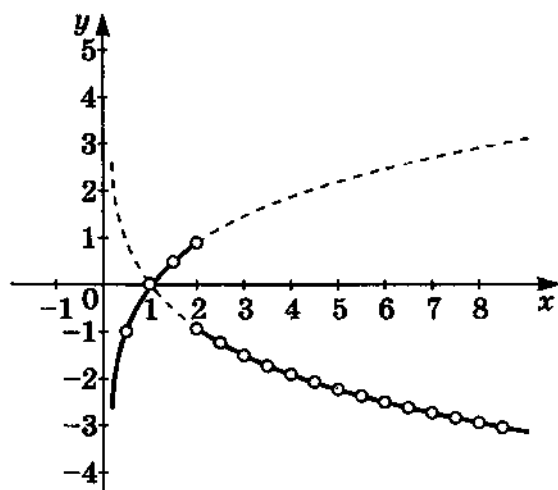


20. $y = \frac{\operatorname{tg} |\pi x|}{\operatorname{tg} \pi x} \cdot x$; $y = x$ при $x \neq k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x \neq \frac{1}{2} + n$, $n \in \mathbb{Z}$.

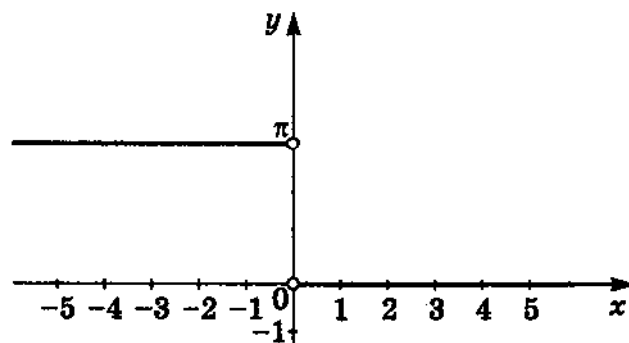


21. $y = \frac{\operatorname{tg} (\pi |x - 2|)}{\operatorname{tg} \pi x} \cdot \log_{\frac{1}{2}} x$; $y = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & \text{при } x > 2, \\ -\log_{\frac{1}{2}} x & \text{при } 0 < x < 2 \end{cases}$ и

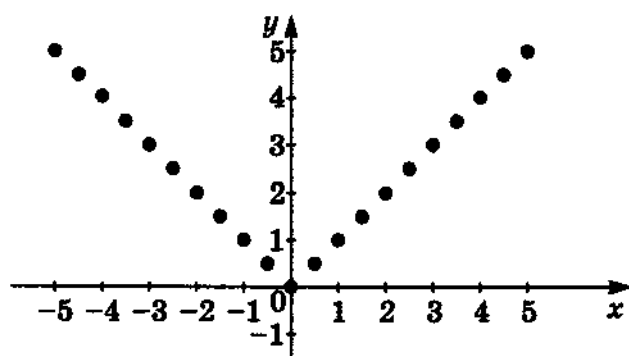
$x \neq k$, $k \in \mathbb{N}$, $x \neq \frac{1}{2} + n$, $n = 0$ или $n \in \mathbb{N}$.



$$22. y = \arccos \frac{|x|}{x} - 1; y = \begin{cases} 0 & \text{при } x > 0, \\ \pi & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

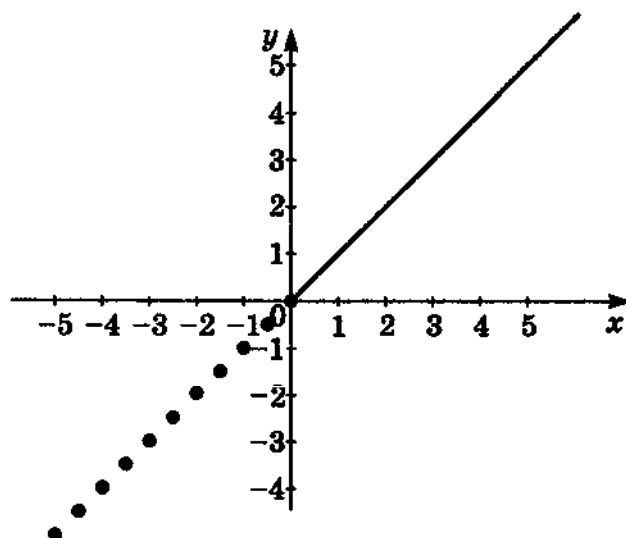


$$23. y = |x| + \sqrt{-|\sin 2\pi x|}; y = |x| \text{ при } x = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$



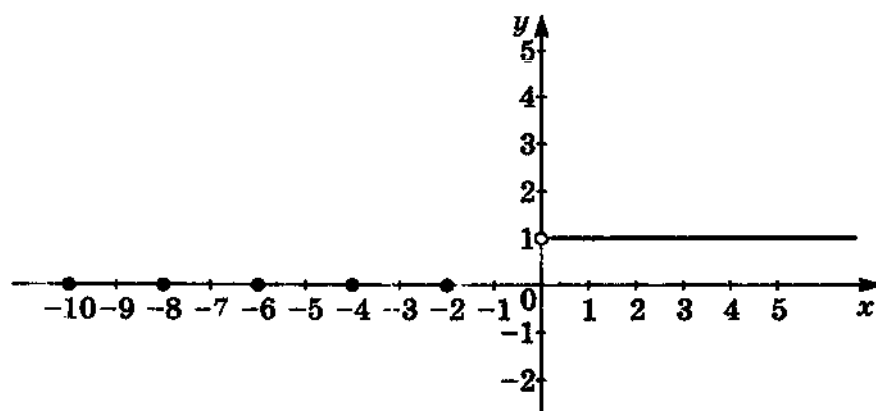
$$24. y = x + \sqrt{\cos^2 (\pi x - \pi |x|) - 1};$$

$$y = \begin{cases} x & \text{при } x \geq 0, \\ x & \text{при } x < 0 \text{ и } x = \frac{k}{2}, \text{ где } k = -1; -2; -3; \dots \end{cases}$$



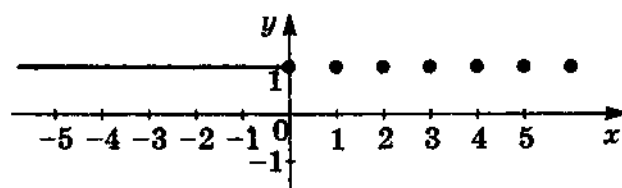
$$25. y = \sqrt{\cos \frac{\pi x - \pi |x|}{2} + \frac{|x|}{x}};$$

$$y = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x = 2k, \text{ где } k = -1; -2; -3; \dots \end{cases}$$



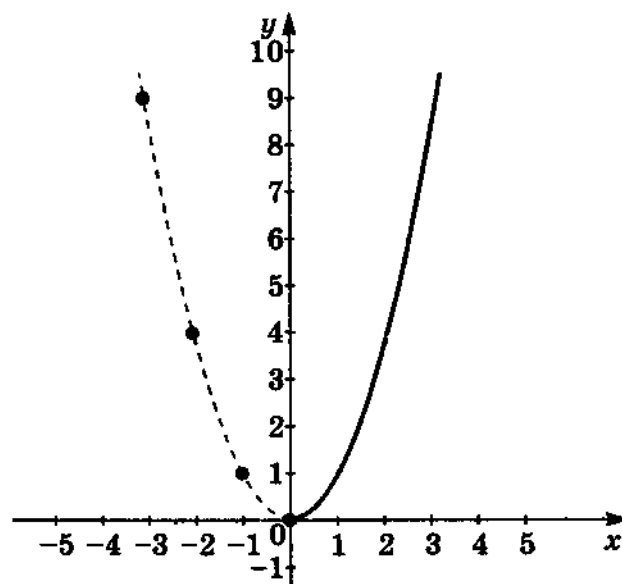
$$26. y = 1 + \sqrt{-\left|\sin \frac{\pi x + \pi |x|}{2}\right|};$$

$y = 1$ при $x \leq 0$ и $x = 1; 2; 3; 4; \dots$

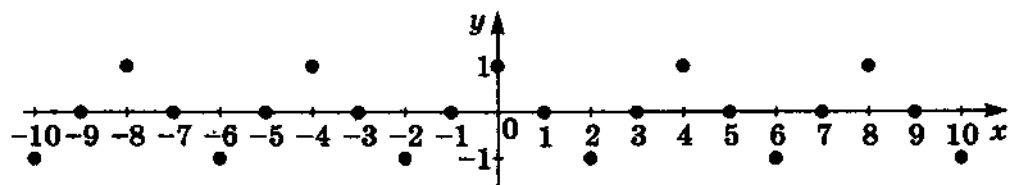


$$27. y = x^2 + \sqrt{-\left|\sin \frac{\pi x - \pi |x|}{2}\right|};$$

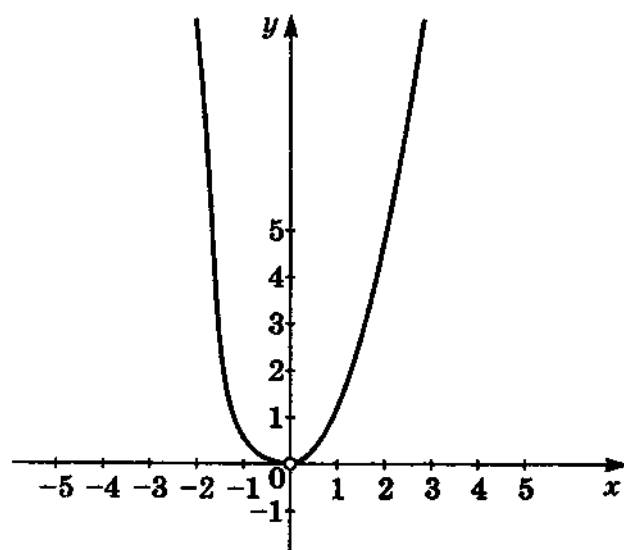
$y = x^2$ при $x \geq 0$ и $x = -1; -2; -3; \dots$



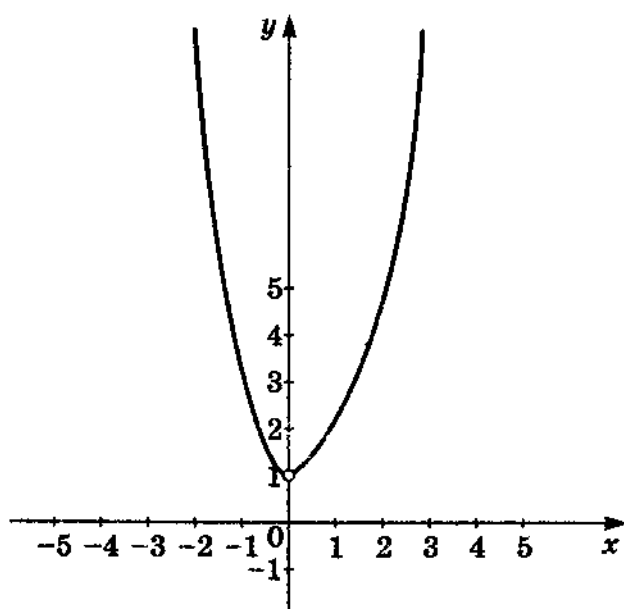
$$28. y = \cos \frac{\pi x}{2} + \sqrt{\cos^2 \pi x - 1}; y = \cos \frac{\pi x}{2} \text{ при } x \in \mathbb{Z}.$$



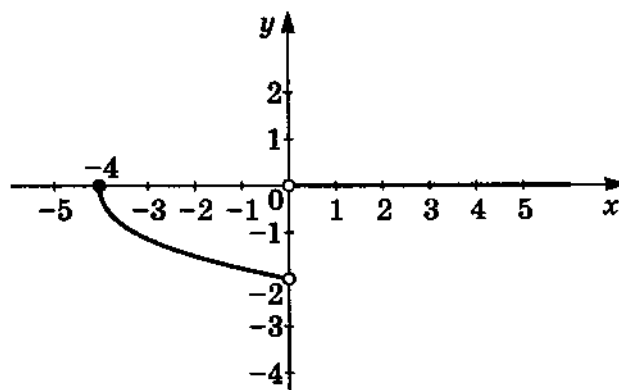
$$29. y = x^{3 - \operatorname{ctg} \frac{2\pi x - \pi|x|}{4x}}; y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x > 0, \\ x^4 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$



$$30. y = \left(3 - \operatorname{tg} \frac{2\pi x - \pi|x|}{4x} \right)^x; y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x > 0, \\ 4^x & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

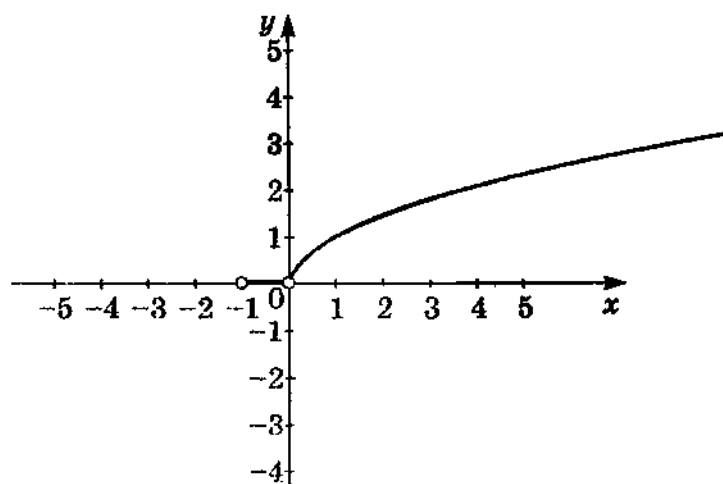


$$31. y = \sqrt{x+4} \operatorname{tg} \frac{\pi|x| - \pi x}{8x}; y = \begin{cases} 0 & \text{при } x > 0, \\ -\sqrt{x+4} & \text{при } -4 \leq x < 0. \end{cases}$$



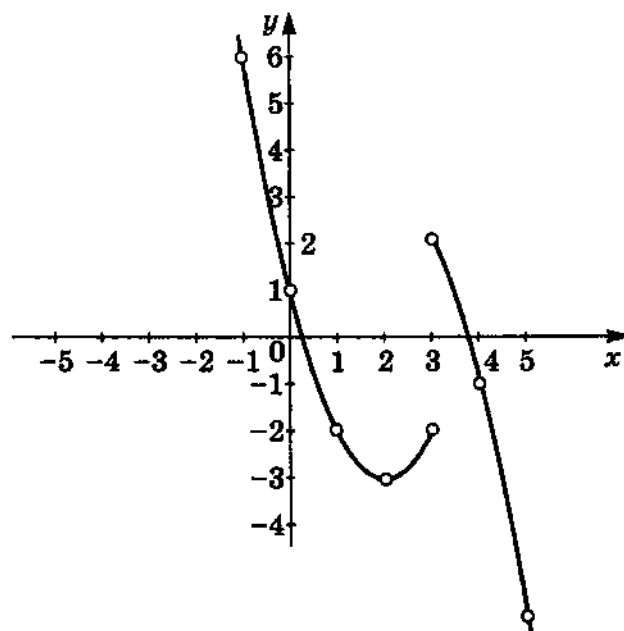
$$32. y = \log_{0,5} (x + 1) \operatorname{tg} \frac{\pi|x| + \pi x}{8x};$$

$$y = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} (x + 1) & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } -1 < x < 0. \end{cases}$$



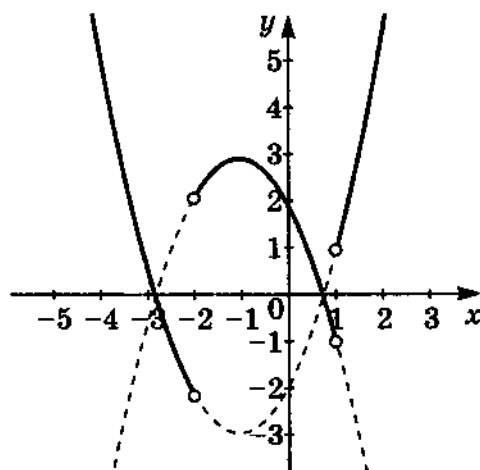
$$33. y = (x^2 - 4x + 1) \frac{\sin(\pi|x - 3|)}{\sin \pi x};$$

$$y = \begin{cases} -(x^2 - 4x + 1) & \text{при } x > 3, \\ x^2 - 4x + 1 & \text{при } x < 3 \end{cases} \text{ и } x \notin \mathbb{Z}.$$



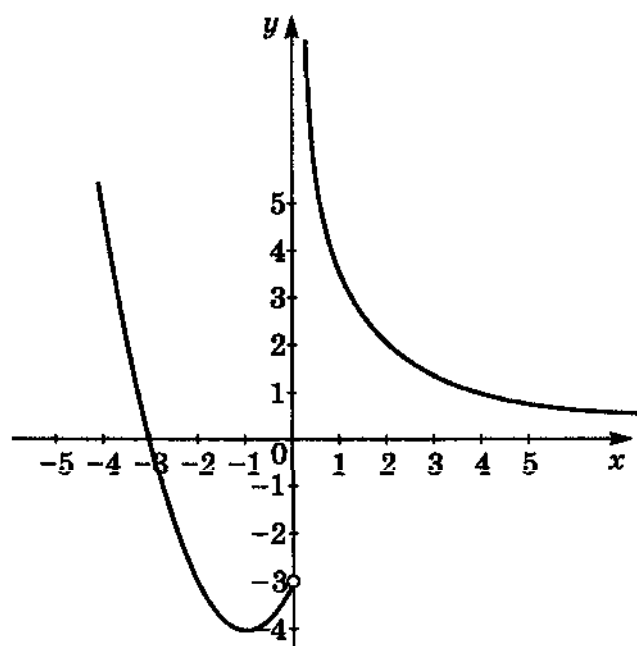
$$34. y = (2 - 2x - x^2) \frac{\sin(\pi|x - 1|)}{\sin(\pi|x + 2|)};$$

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x - 2 & \text{при } x < -2 \text{ и } x > 1, \\ -(x^2 + 2x - 2) & \text{при } -2 < x < 1. \end{cases}$$



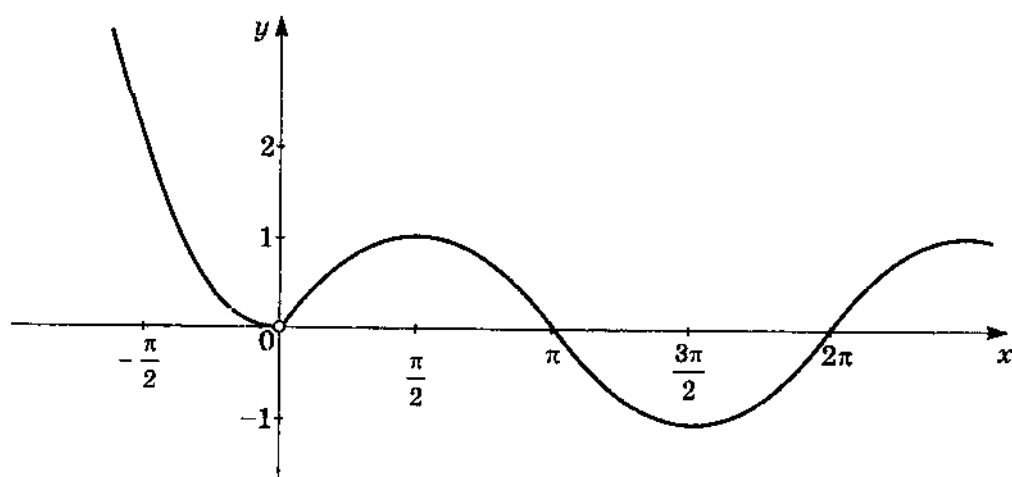
$$35. y = \sin \left(\frac{\pi x + \pi |x|}{4x} \right) \cdot \frac{4}{x} + \sin \left(\frac{\pi x - \pi |x|}{4x} \right) \cdot (x^2 + 2x - 3);$$

$$y = \begin{cases} \frac{4}{x} & \text{при } x > 0, \\ x^2 + 2x - 3 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

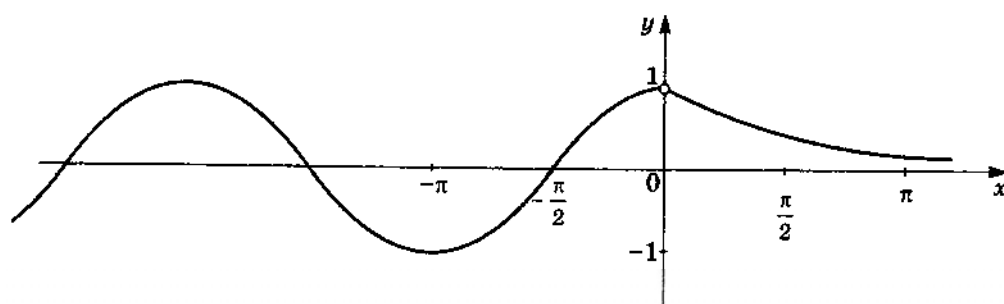


$$36. y = x^2 \sin \left(\frac{\pi x - \pi |x|}{4x} \right) + \sin x \cos \left(\frac{\pi x - \pi |x|}{4x} \right);$$

$$y = \begin{cases} \sin x & \text{при } x > 0, \\ x^2 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

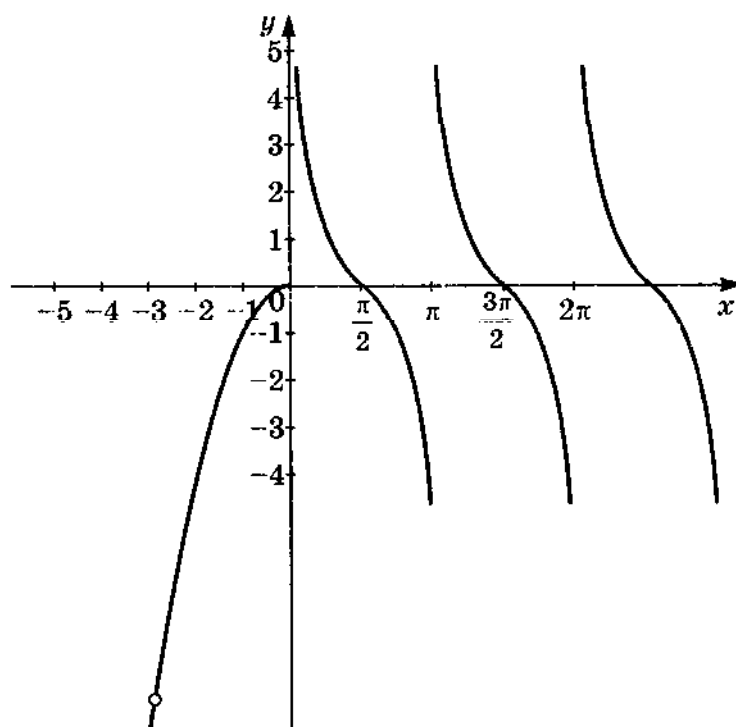


$$37. y = \cos x + (0,5^x - \cos x) \operatorname{tg} \frac{\pi x + \pi |x|}{8x}; y = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{при } x > 0, \\ \cos x & \text{при } x < 0. \end{cases}$$



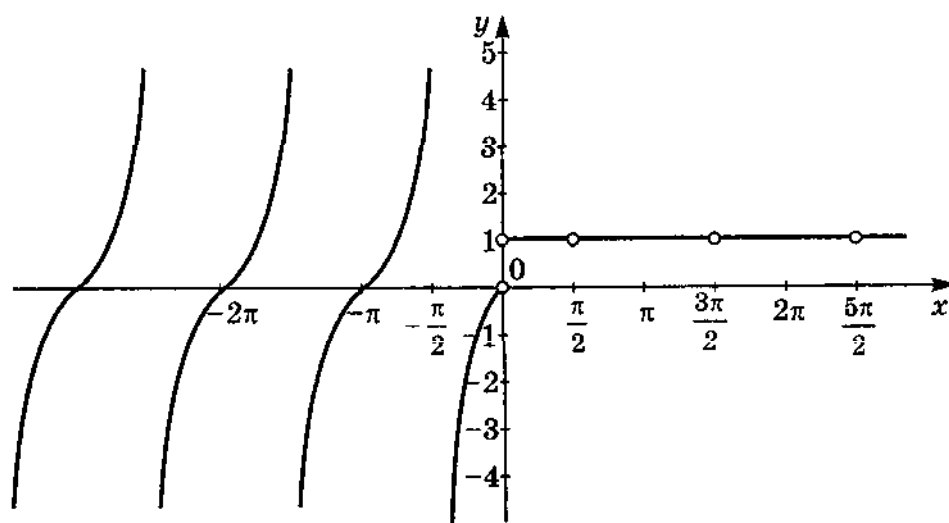
$$38. y = \operatorname{ctg} x - (x^2 + \operatorname{ctg} x) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{|x|}{x} \right).$$

$$y = \begin{cases} \operatorname{ctg} x & \text{при } x > 0, \\ y = -x^2 & \text{при } x < 0 \text{ и } x \neq -\pi k, k \in \mathbb{N}. \end{cases}$$



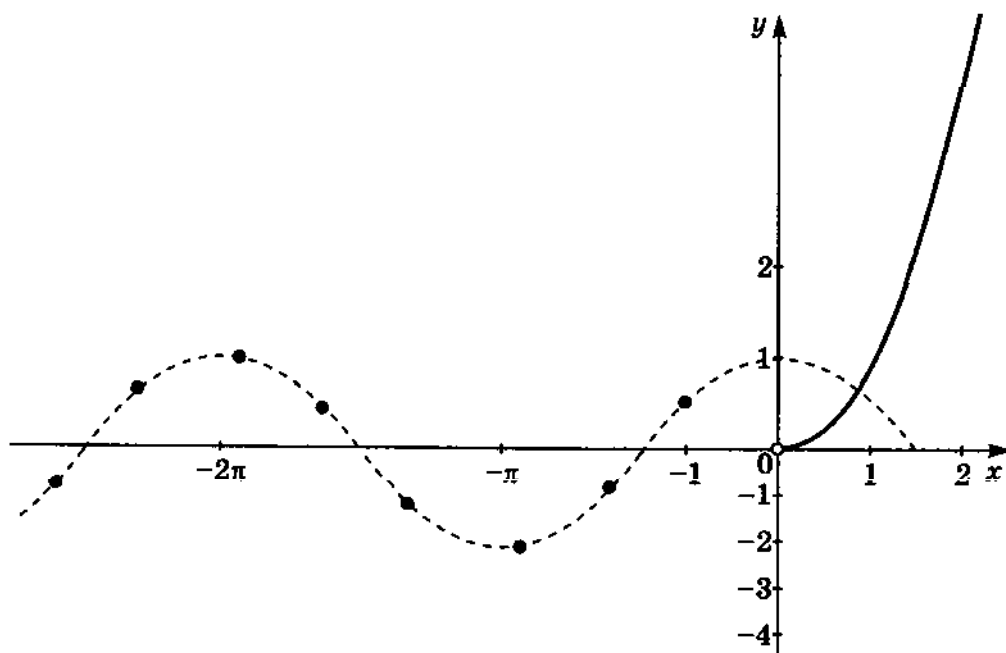
$$39. y = 1 + \frac{1}{\pi} \arccos \frac{|x|}{x} (\operatorname{tg} x - 1);$$

$$y = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \text{ и } x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k = 0; 1; 2; 3; \dots, \\ \operatorname{tg} x & \text{при } x < 0. \end{cases}$$



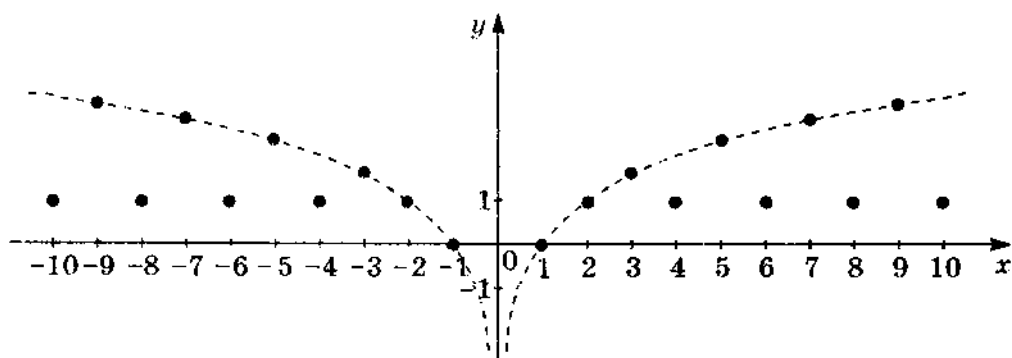
$$40. y = \frac{x - |x|}{2x} \cos x + \frac{1}{2} x^2 \left(\sqrt{\cos(\pi x - \pi |x|) + \frac{|x|}{x}} \right)^2;$$

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x > 0, \\ \cos x & \text{при } x = -1; -2; -3; -4; \dots \end{cases}$$



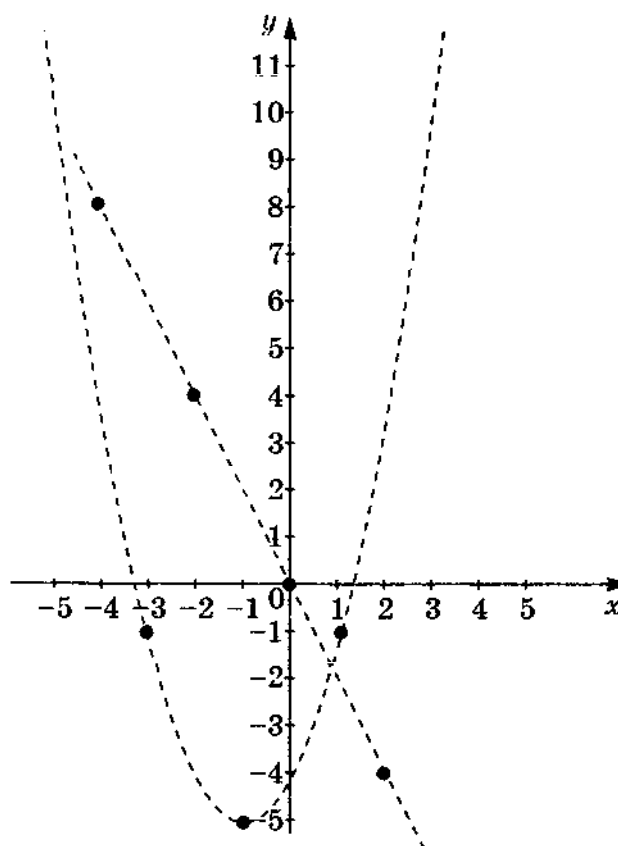
$$41. y = \cos^2 \frac{\pi x}{2} + \sin^2 \frac{\pi x}{2} \log_2 |x| + \sqrt{\cos^2 \pi x - 1};$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } x = \pm 1, \\ 1 & \text{при } x = \pm 2; \pm 4; \pm 6; \dots, \\ \log_2 x & \text{при } x = \pm 3; \pm 5; \pm 7; \dots \end{cases}$$



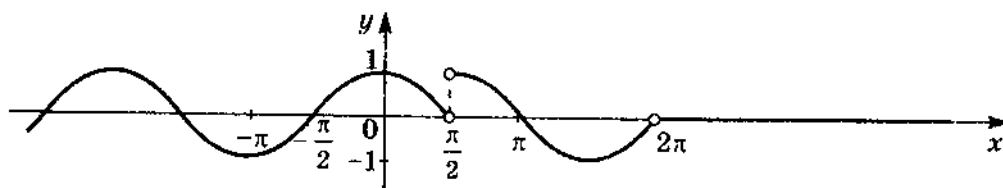
$$42. y = \left(\frac{x^2}{2} - 2 \right) (1 - \cos \pi x) - 2x \cos \pi x + \sqrt{\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x - 1};$$

$$y = \begin{cases} -2x & \text{при } x = 0; \pm 2; \pm 4; \pm 6; \dots, \\ x^2 + 2x - 4 & \text{при } x = \pm 1; \pm 3; \pm 5; \dots \end{cases}$$



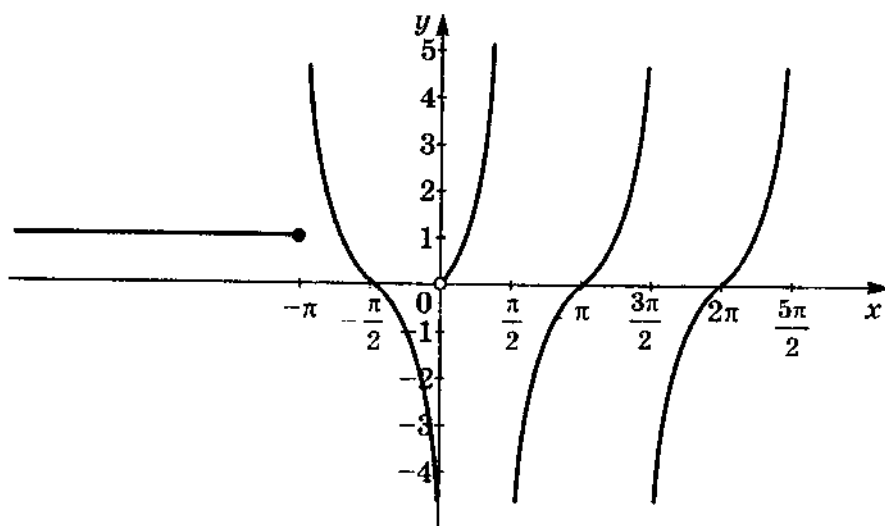
$$43. y = \sin \left(\left(\frac{\pi}{2} \right)^{\log_7 \left(4 - \frac{3|2x-\pi|}{2x-\pi} \right)} + x^{\log_3 \left(2 - \frac{|x-2\pi|}{x-2\pi} \right)} \right);$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } x > 2\pi, \\ \sin x & \text{при } \frac{\pi}{2} < x < 2\pi, \\ \cos x & \text{при } x < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$



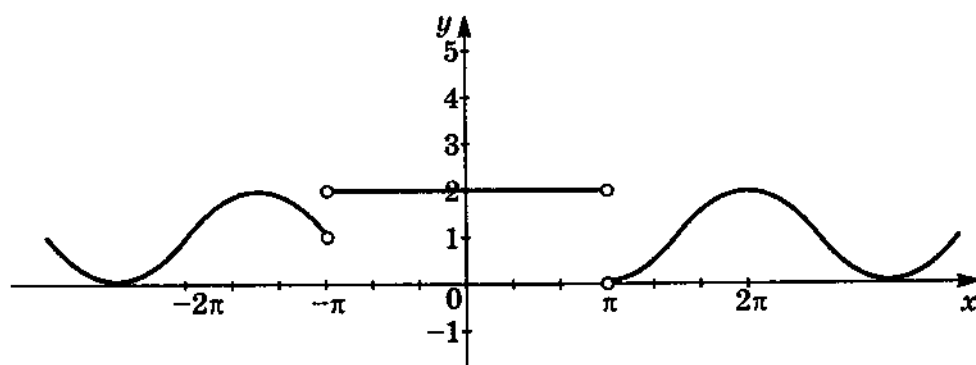
$$44. y = \operatorname{tg} \left(\left(\frac{\pi}{4} - x \right) \cdot \frac{5^{x+\pi+|x+\pi|} - 1}{5^{3(x+\pi)-|x+\pi|}} + \frac{9\pi}{2} \log_5 \left(3 + \frac{2|x|}{x} \right) + \frac{\pi}{4} \right);$$

$$y = \begin{cases} 1 & \text{при } x \leq -\pi, \\ \operatorname{ctg} x & \text{при } -\pi < x < 0, \\ \operatorname{tg} x & \text{при } x > 0. \end{cases}$$



$$45. y = (\sin x)^{\frac{1}{\pi} \arccos \frac{|x+\pi|}{x+\pi}} + (\cos x)^{\lg \left(5,5 + 4,5 \frac{|x-\pi|}{x-\pi} \right)};$$

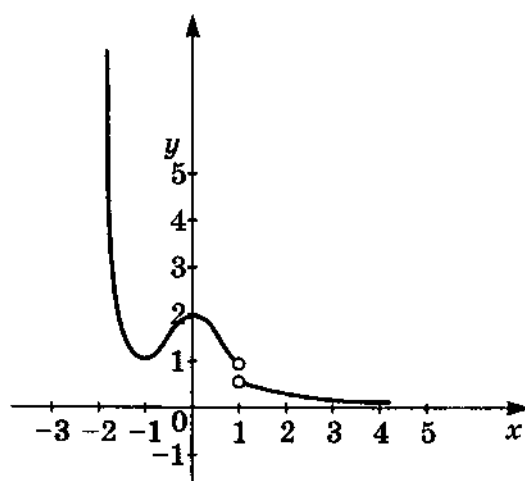
$$y = \begin{cases} \sin x + 1 & \text{при } x < -\pi, \\ 2 & \text{при } -\pi < x < \pi, \\ 1 + \cos x & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$



$$46. y = (x^4 - 2x^2 + 2) \cdot \frac{3^{x-1-|x-1|} - 1}{3^{3x-3+|x-1|}} + \left(\frac{1}{2} \right)^x \log_3 \left(2 + \frac{|x-1|}{x-1} \right);$$

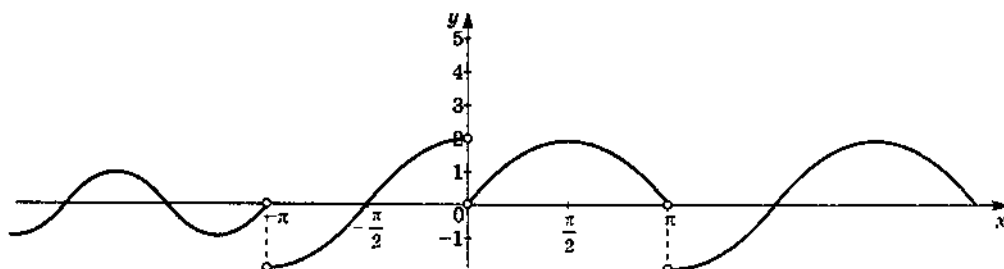
$$y = \begin{cases} \left(\frac{1}{2} \right)^x & \text{при } x > 0, \\ x^4 - 2x^2 + 2 & \text{при } x < 1. \end{cases}$$

Второй график строится с помощью производной!



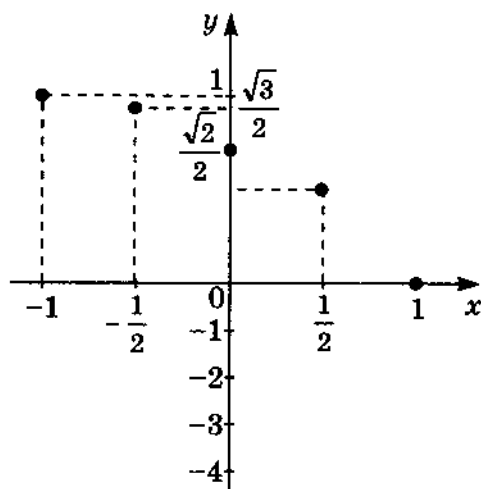
$$47. y = (\sin x)^{\frac{x+\pi-|x+\pi|}{2x+2\pi} + \frac{x+|x|}{2x} + \frac{x-\pi+|x-\pi|}{x-\pi}} (\cos x)^{\frac{x-|x|}{2x} + \frac{x-\pi+|x-\pi|}{2x-2\pi}};$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin 2x & \text{при } x < -\pi, \\ \sin x & \text{при } 0 < x < \pi, \\ \cos x & \text{при } -\pi < x < 0 \text{ и } x > \pi; \end{cases}$$



$$48. y = \sin\left(\frac{1}{2} \arccos x\right) + \sqrt{-|(4x^4 - 5x^2 + 1)(x^2 - 4x)|};$$

$$y = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{при } x = 0, \\ 0 & \text{при } x = 1, \\ 1 & \text{при } x = -1, \\ \frac{1}{2} & \text{при } x = \frac{1}{2}, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{при } x = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$



$$49. y = 2^{\sin \frac{\pi x}{2}} + 2^{\cos \frac{\pi x}{2}} + \sqrt{\cos 2\pi x - 1} \ln (25 - x^2);$$

$$y = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{при } x = -2; -1; 2; 3, \\ 3 & \text{при } x = -4; -3; 0; 1; 4. \end{cases}$$

