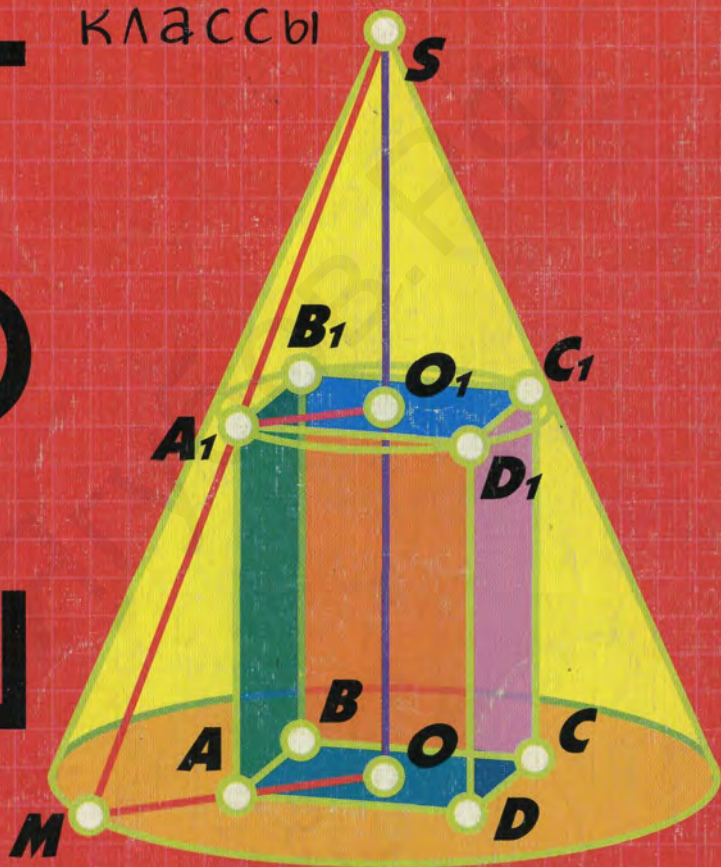


Геометрия

10-11

Классы



«Дрофа»

ТЕСТЫ

П. И. Алтынов

Геометрия

К Л А С С Ы

10-11

Учебно-методическое
пособие



5-е издание, стереотипное



Москва

«Дрофа».

2001

УДК 372.851.4(079.1)
ББК 74.262.21
А52

Предисловие

Серия основана в 1997 году

Алтынов П. И.

А52 Геометрия. Тесты. 10—11 кл.: Учебно-метод. пособие. — 5-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2001. — 80 с.

ISBN 5—7107—4467—0

Пособие содержит тесты по основным темам курса геометрии 10—11 классов в двух вариантах — 8 тестов для 10 класса и 9 тестов для 11 класса.

Предлагаемые тесты учитель может использовать для контроля знаний учащихся перед проведением контрольной работы или в качестве контрольной. Учащиеся могут использовать тесты при самоподготовке к выпускным экзаменам, а также к вступительным экзаменам в вузы.

УДК 372.851.4(079.1)
ББК 74.262.21

ISBN 5—7107—4467—0

© ООО «Дрофа», 1997

В данной книге представлены проверочные тесты по геометрии для 10—11 классов. Она является продолжением аналогичной книги по геометрии для 7—9 классов. Тесты даются в двух вариантах — 8 тестов для 10 класса и 9 тестов для 11 класса.

Тесты целесообразно проводить один раз в месяц в качестве проверочных работ перед контрольными или заменяя их. Учитывая сложность отдельных заданий, на проведение полного теста должно отводиться два урока. Однако учитель может разбить тест на 2 части (по 4 задания в каждой) и провести его на двух разных уроках в разные дни. В этом случае учитель должен учитывать то обстоятельство, что задания расположены не по степени возрастания сложности (т. е., например, задание 3 может быть сложнее, чем задание 5), сделано это умышленно, чтобы учащиеся решали не только легкие задачи, но и пытались решать более сложные. Но учитель, просмотрев задания отдельного теста, может сам варьировать число и сложность заданий.

Учитывая своеобразие проведения проверочных тестов, когда приводимые ответы в какой-то степени облегчают решение задачи, учитель может на последующем уроке провести анализ работ, расставляя акценты на теоретических обоснованиях решения задач, проводя необходимые доказательства с целью выявления логической обоснованности выбора учеником ответа.

Последовательность материала дана в соответствии с учебником по геометрии для 7—11 классов А. В. Погорелова. Однако учителя, работающие по другим учебным пособиям, сделав необходимые корректировки, также могут использовать их в своей работе.

Книга предназначена для учителей, учащихся, а также абитуриентов при самоподготовке и самопроверке уровня знаний и навыков по геометрии.

Автор

Т-1

Аксиомы стереометрии.

Следствия из аксиом

Вариант I

1. В пространстве даны три точки: A , B и C такие, что $AB = 14$ см, $BC = 16$ см и $AC = 18$ см. Найдите площадь треугольника ABC .

- а) $32\sqrt{3}$ см²; в) $36\sqrt{2}$ см²;
б) $48\sqrt{5}$ см²; г) $54\sqrt{3}$ см².

2. Треугольник MKP — равносторонний со стороной, равной 12 см. Точка A лежит вне плоскости треугольника MKP , причем $AK = AP = 4\sqrt{3}$ см, а $AM = 10$ см. Найдите косинус угла, образованного высотами ME и AE соответственно треугольников MKP и AKP .

- а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{3}{17}$; в) $\frac{5}{18}$; г) $\frac{7}{12}$.

3. В плоскости α лежат точки B и C , точка A лежит вне плоскости α . Найдите расстояние от точки A до отрезка BC , если $AB = 5$ см, $AC = 7$ см, $BC = 6$ см.

- а) $2\sqrt{6}$ см; в) 12 см;
б) $8\sqrt{3}$ см; г) $10\sqrt{2}$ см.

4. Даны пять точек пространства. Через каждые две из них проведена прямая. Сколько различных прямых существует при этих условиях? Рассмотрите различные случаи расположения точек, выберите правильную комбинацию.

- а) 1, 5, 6, 7, 10; в) 1, 4, 5, 6, 8, 10;
б) 1, 5, 6, 8, 10; г) 1, 5, 6, 8, 9, 10.

5. Проведены четыре различные плоскости. Известно, что каждые две из них пересекаются. Найдите наибольшее число прямых попарного пересечения плоскостей.

- а) 5; б) 4; в) 8; г) 6.

6. Некоторая окружность касается двух пересекающихся прямых в пространстве. Диаметр этой окружности равен $2\sqrt{3}$ дм, а расстояние от центра окружности до точки пересечения прямых равно $\sqrt{6}$ см. Найдите угол между этими прямыми.

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° .

7. Четыре точки пространства A , B , C и D образуют прямоугольник $ABCD$. Найдите площадь круга, описанного около этого прямоугольника, если $AB = \frac{3\pi}{4}$ см, а $AD = \frac{\pi}{2}$ см.

- а) $\frac{7\pi^3}{32}$ см²; в) $\frac{13\pi^3}{64}$ см²;
б) $\frac{5\pi^2}{8}$ см²; г) $\frac{25\pi^3}{16}$ см².

8. Прямые a и b пересекаются в точке O , прямая c также проходит через точку O . Через каждые две из данных трех прямых проведена плоскость. Сколько всего различных плоскостей может быть проведено?

- а) 6; в) 1 или 3;
б) 1 или 2; г) 3 или 4.

Аксиомы стереометрии.

Следствия из аксиом

Вариант II

1. В пространстве даны три точки: M , K и P такие, что $MK = 13$ см, $MP = 14$ см и $KP = 15$ см. Найдите площадь треугольника MKP .

- а) 42 см^2 ; в) 84 см^2 ;
б) $42\sqrt{2} \text{ см}^2$; г) $42\sqrt{3} \text{ см}^2$.

2. Треугольник ABC — равносторонний со стороной, равной 8 см. Точка D лежит вне плоскости треугольника ABC , причем $DB = DC = 5$ см, а $DA = 3\sqrt{3}$ см. Найдите косинус угла между высотами DK и AK соответственно треугольников BDC и ABC .

- а) $\frac{5}{4\sqrt{3}}$; б) $\frac{7}{3\sqrt{2}}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; г) $\frac{2\sqrt{3}}{4}$.

3. Точки C и K лежат в плоскости β , а точка D — вне плоскости β . Найдите расстояние от точки D до отрезка CK , если $CD = CK = 10$ см, а $DK = 4\sqrt{5}$ см.

- а) $8\sqrt{2}$ см; в) 6 см;
б) $6\sqrt{3}$ см; г) 8 см.

4. В пространстве отмечены шесть точек, и через каждые две из них проведены прямые. Рассмотрев все случаи расположения точек, найдите наибольшее число образовавшихся различных прямых.

- а) 30; б) 15; в) 12; г) 18.

5. Проведены четыре различные плоскости. Каждые две из них пересекаются или не пересекаются. Сколько всего прямых попарного пересечения двух из этих плоскостей может оказаться?

- а) 0, 1, 2, 3, 4, 6; в) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6;
б) 0, 3, 4, 5, 6; г) 0, 1, 3, 4, 5, 6.

6. Некоторая окружность касается двух пересекающихся прямых в пространстве. Найдите радиус этой окружности, если угол между прямыми 60° , а расстояние от центра этой окружности до точки пересечения прямых равно $(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ см.

- а) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ см; в) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$ см;
б) $(\sqrt{3} - 1)$ см; г) $(\sqrt{6} - 1)$ см.

7. Четыре точки пространства M , K , P и O образуют прямоугольник $MKPO$. Найдите площадь круга, описанного около этого прямоугольника, если $OP = \frac{3}{\pi}$ дм и $OM = \frac{5}{2\pi}$ дм.

- а) $\frac{39}{4\pi} \text{ дм}^2$; в) $\frac{25}{6\pi} \text{ дм}^2$;
б) $\frac{61}{16\pi} \text{ дм}^2$; г) $\frac{3\pi}{4} \text{ дм}^2$.

8. Прямые m , n и l пересекаются в одной точке. Через каждые две из них проходит плоскость. Сколько всего различных плоскостей может быть проведено?

- а) 3 или 4; в) 1 или 2;
б) 1 или 3; г) 6.

Параллельность в пространстве

Вариант I

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC , если $BD : AD = 3 : 4$ и $DE = 10$ см.

а) 12,5 см; б) 7,5 см; в) 24 см; г) $23\frac{1}{3}$ см.

2. Отрезок AB пересекает плоскость α , точка C — середина AB . Через точки A , B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1 , B_1 и C_1 . Найдите CC_1 , если $AA_1 = \frac{6}{\sqrt{2}}$ дм

и $BB_1 = \sqrt{2}$ дм.

а) 4 дм; б) $4\sqrt{2}$ дм; в) $\sqrt{2}$ дм; г) $2\sqrt{2}$ дм.

3. Сторону CD треугольника CDE пересекают плоскости α и β , параллельные стороне CE соответственно в точках K и P , а сторону DE — в точках M и N , причем DK вдвое меньше PK , а CP вдвое больше PK . Найдите CE , если $KM = 6$ см.

а) 40 см; б) 36 см; в) 48 см; г) 42 см.

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, $AB = AD = 8$ дм, $AA_1 = 2$ дм. Найдите площадь сечения $BMKD$, где M — середина $B_1 C_1$ и K — середина $C_1 D_1$.

а) $3\sqrt{15}$ см²; б) $12\sqrt{6}$ см²;
в) $6\sqrt{6}$ см²; г) $15\sqrt{3}$ см².

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Точки E и F — середины ребер AA_1 и CC_1 соответственно. Определите число сторон сечения плоскостью, которая определяется точками B , E и F .

а) 3; б) 4; в) 5; г) 6.

6. $MCDN$ — ромб, длина стороны которого 4 см; $MNKP$ — параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $CDKP$, если $NK = 8$ см и $\angle CMP = 60^\circ$.

а) $8(1 + \sqrt{3})$ см; б) $6(1 + \sqrt{2})$ см;
в) $8(1 + \sqrt{3})$ см; г) $12\sqrt{3}$ см.

7. В треугольной пирамиде $MABC$ все ребра равны 6 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно стороне BC и проходящего через точки A и K , где K — середина BM .

а) $(4\sqrt{3} + 3)$ см; б) $6\sqrt{3}$ см;
в) $(6\sqrt{3} + 1)$ см; г) $3(2\sqrt{3} + 1)$ см.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. K — середина AD , M — середина CD . В каком отношении, считая от точки A , делит ребро AA_1 плоскость, проходящая через точки B_1 , K и M ?

а) 1:1; б) 1:2; в) 1:3; г) 1:4.

Параллельность в пространстве

Вариант II

1. Плоскость β пересекает стороны MP и KP треугольника MPK соответственно в точках N и E , причем $MK \parallel \beta$. Найдите NE , если $MK = 12$ см и $MN : NP = 3 : 5$.

- а) $8\frac{1}{3}$ см; б) 9 см; в) 7,5 см; г) 8,5 см.

2. Отрезок CD пересекает плоскость β , точка E — середина CD . Через точки C , D и E проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β соответственно в точках C_1 , D_1 и E_1 . Найдите EE_1 ,

если $CC_1 = \frac{6}{\sqrt{3}}$ см и $DD_1 = \sqrt{3}$ см.

- а) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см; в) $\sqrt{3}$ см; г) $2\sqrt{2}$ см.

3. Плоскости α и β , параллельные стороне AB треугольника ABC , пересекают сторону AC соответственно в точках N и M , а сторону BC — в точках E и K . Отрезок MN в три раза больше отрезка CN , а отрезок AM вдвое короче MN . Найдите AB , если $NE = 12$ см.

- а) 64 см; б) 72 см; в) 60 см; г) 66 см.

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, $AB = AD = 12$ см, $AA_1 = 3$ см. Найдите площадь сечения $AKEC$, где K — середина $A_1 B_1$ и E — середина $B_1 C_1$.

- а) $36\sqrt{2}$ см²; в) $18\sqrt{3}$ см²;
б) $27\sqrt{6}$ см²; г) 24 см².

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, E — середина CC_1 . Определите число сторон сечения плоскостью, которая проходит через точки A , B_1 и E .

- а) 3; б) 4; в) 5; г) 6.

6. $CDEK$ — ромб, сторона которого равна 8 см, $CKMN$ — параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $DEMN$, если $KM = 6$ см и $\angle DCN = 60^\circ$.

- а) $4(\sqrt{13} + 4)$ см; в) $8\sqrt{3}$ см;
б) $6(\sqrt{2} + 3)$ см; г) $(2\sqrt{13} + 15)$ см.

7. В треугольной пирамиде $SMEF$ все ребра равны 4 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно ребру MF и проходящего через точки E и P , где P — середина отрезка SF .

- а) $3(2 + 3\sqrt{2})$ см; в) $2(1 + 2\sqrt{3})$ см;
б) $6(3\sqrt{2} + 1)$ см; г) $6\sqrt{3}$ см.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, точка E — середина CD , F делит ребро AD в отношении 1:3, считая от точки D . В каком отношении делит ребро AA_1 (считая от точки A) плоскость, проходящая через точки B_1 , E и F ?

- а) 1:2; б) 2:1; в) 2:3; г) 3:2.

Перпендикулярность в пространстве

Вариант I

1. $ABCD$ — квадрат, $BM \perp (ABC)$. Найдите отрезок DM , если $AB = \sqrt{12}$ см, а $BM = 5$ см.

а) 6 см; б) 7 см; в) $6\sqrt{2}$ см; г) $5\sqrt{3}$ см.

2. KO — перпендикуляр к плоскости α , KM и KP — наклонные к плоскости α , OM и OP — проекции наклонных, причем сумма их длин равна 15 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости α , если $KM = 15$ см и $KP = 10\sqrt{3}$ см.

а) 18 см; б) $10\sqrt{2}$ см; в) $12\sqrt{3}$ см; г) $12\sqrt{2}$ см.

3. В треугольнике AKC $AK \perp CK$; точка M не принадлежит плоскости AKC и $MK \perp CK$. Какие высказывания верны?

1) $AK \perp (CKM)$; 3) $AK \perp MK$;
2) $CK \perp (AKM)$; 4) $CK \perp AM$.

а) 1; б) 1; 3; в) 2; 4; г) 4.

4. Треугольник ABC — прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см. Отрезок CD — перпендикуляр к плоскости ABC . Найдите CD , если расстояние от точки D до стороны AB равно 5 см.

а) 1,8 см; б) $2\sqrt{2}$ см; в) 2,5 см; г) 1,4 см.

5. Треугольник MKN равносторонний со стороной, равной 18 см. Точка C удалена от вершин треугольника MKN на 12 см. Найдите расстояние от точки C до плоскости MKN .

а) $4\sqrt{3}$ см; б) 6 см; в) 9 см; г) 8 см.

6. $ABCD$ — квадрат. Точка M удалена от сторон квадрата на $3\sqrt{2}$ см. Найдите периметр квадрата, если точка M удалена от плоскости ABC на $\sqrt{2}$ см.

а) 32 см; б) 16 см; в) $16\sqrt{2}$ см; г) $12\sqrt{3}$ см.

7. Плоскость α перпендикулярна плоскости β . Точка A принадлежит плоскости α . Отрезок AA_1 — перпендикуляр к плоскости β , точка B принадлежит плоскости β и BB_1 , перпендикуляр к плоскости α . Найдите AB , если $AA_1 = 8$ см, $BB_1 = 12$ см, $A_1B_1 = 4\sqrt{2}$ см.

а) $9\sqrt{3}$ см; в) $4\sqrt{15}$ см;

б) $8\sqrt{5}$ см; г) $10\sqrt{2}$ см.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC , если ребро куба равно $2\sqrt{2}$ см.

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см; б) $3\sqrt{2}$ см; в) 4 см; г) 2 см.

Перпендикулярность в пространстве

Вариант II

1. $CDEK$ — квадрат со стороной, равной 2 см. $BD \perp (CDE)$. Найдите расстояние от точки B до плоскости CDE , если $BK = \sqrt{72}$ см.

а) $8\sqrt{2}$ см; б) 6 см; в) 8 см; г) $6\sqrt{3}$ см.

2. BO — перпендикуляр к плоскости α , BA и BC — наклонные, OA и OC — их проекции на плоскость α , причем сумма их длин равна 24 см. Найдите расстояние от точки B до плоскости α , если $AB = 4\sqrt{6}$ см и $BC = 12\sqrt{2}$ см.

а) 8 см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) $6\sqrt{3}$ см; г) $4\sqrt{2}$ см.

3. В треугольнике MKC $CM \perp KM$, точка E не принадлежит плоскости треугольника MKC и $EM \perp MK$. Какие высказывания верны?

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1) $EM \perp (MKC)$; | 3) $KM \perp CE$; |
| 2) $KM \perp (MEC)$; | 4) $EM \perp CK$. |

а) 1; 4; б) 2; 3; в) 3; г) 1.

4. Треугольник ABC — прямоугольный, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$. CH — высота треугольника ABC , причем $CH = 8$ см. Отрезок BK перпендикулярен к плоскости треугольника ABC . Найдите отрезок BK , если расстояние от точки K до стороны AC равно 20 см.

а) 12 см; б) 15 см; в) $8\sqrt{3}$ см; г) $10\sqrt{2}$ см.

5. Треугольник ACD — равносторонний. Точка S удалена от вершин треугольника ACD на 6 см, а от плос-

кости треугольника ACD на 3 см. Найдите сторону треугольника ACD .

а) $6\sqrt{2}$ см; б) 9 см; в) $4\sqrt{2}$ см; г) $4\sqrt{3}$ см.

6. $ABCD$ — квадрат с периметром, равным $16\sqrt{3}$ см. Точка E удалена от всех сторон квадрата на 4 см. Найдите расстояние точки E от плоскости ABC .

а) $2\sqrt{3}$ см; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см; в) $2\sqrt{2}$ см; г) 2 см.

7. Плоскость α перпендикулярна к плоскости β . Точка C принадлежит плоскости α . Отрезок CC_1 перпендикулярен к плоскости β , точка D принадлежит плоскости β и DD_1 — перпендикулярен к плоскости α . Найдите длину отрезка C_1D_1 , который принадлежит линии пересечения плоскостей α и β , если $CC_1 = 8$ см, $DD_1 = 12$ см, $CD = 15$ см.

а) $6\sqrt{2}$ см; б) $\sqrt{13}$ см; в) $\sqrt{17}$ см; г) $3\sqrt{3}$ см.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, ребро которого равно $\sqrt{32}$ см. Найдите расстояние между прямыми CC_1 и DB_1 .

а) 6 см; б) 4 см; в) $4\sqrt{2}$ см; г) $2\sqrt{3}$ см.

Параллельность и перпендикулярность в пространстве

Вариант I

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Найдите площадь сечения, проведенного через точки A , B_1 и D , если $AB = 4$ см, $AA_1 = 4\sqrt{2}$ см и $AD = 2\sqrt{3}$ см.

- а) $28\sqrt{3}$ см; в) 24 см²;
б) 36 см²; г) $30\sqrt{2}$ см².

2. Если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб и K — середина AB , M — середина AD , то укажите верные высказывания:

- 1) $\angle AB_1 C = 90^\circ$; 2) $KM \parallel B_1 C$.
а) 1; в) 1; 2;
б) 2; г) верных нет.

3. Плоскости равностороннего треугольника ABC и квадрата $BCDE$ перпендикулярны. Найдите расстояние от точки A до стороны DE , если $AB = 4$ см.

- а) $6\sqrt{2}$ см; в) $4\sqrt{3}$ см;
б) $2\sqrt{7}$ см; г) 6 см.

4. Прямая m параллельна стороне AB треугольника ABC . Расстояние от прямой m до плоскости ABC равно $\frac{3}{2}$ см, а расстояние от m до AB равно 3 см. Найдите расстояние от точки C до прямой m , если $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = \sqrt{3}$ см, $AC = 1$ см.

- а) $4\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{57}}{2}$ или $\frac{\sqrt{21}}{2}$;
б) $\frac{\sqrt{57}}{2}$; г) $4\sqrt{3}$ или $2\sqrt{3}$.

5. Плоскость α проходит через сторону CD ромба $CDEK$, причем α перпендикулярна плоскости ромба. В плоскости α проведена прямая $l \parallel CD$. Найдите расстояние между прямыми KE и l , если $CK = 8$ см, $\angle KED = 30^\circ$ и расстояние между прямыми l и CD равно 3 см.

- а) 4 см; б) 5 см; в) 6 см; г) $6\sqrt{3}$ см.

6. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 16 см. Найдите расстояние между прямыми $A_1 B$ и $B_1 C_1$.

- а) $6\sqrt{3}$ см; б) 16 см; в) 8 см; г) $8\sqrt{2}$ см.

7. Плоскости равностороннего треугольника ABC и треугольника ABD перпендикулярны. Найдите длину отрезка CD , если $AB = 12$ см, $BD = 8$ см и $AD = 10$ см.

- а) $\sqrt{154}$ см; в) $8\sqrt{3}$ см;
б) $\sqrt{137}$ см; г) $9\sqrt{2}$ см.

8. Точка M лежит вне плоскости равнобедренной трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) и удалена от ее вершин на 7 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости трапеции, если $AB = 6$ см, $BC = 8$ см и $AD = 12$ см.

- а) $4\sqrt{2}$ см; в) $0,5\sqrt{47,5}$ см;
б) 6 см; г) $2\sqrt{3}$ см.

Параллельность и перпендикулярность в пространстве

Вариант II

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Найдите площадь сечения, проведенного через точки C , D и A_1 , если $AB = 8$ см, $AA_1 = 6\sqrt{2}$ см и $AD = 2\sqrt{7}$ см.

- а) $30\sqrt{7}$ см²; в) 72 см²;
б) $40\sqrt{2}$ см²; г) 80 см².

2. Если $BCDE B_1 C_1 D_1 E_1$ — куб, M — середина $B_1 C_1$ и N — середина $B_1 E_1$, то укажите верные высказывания:

- 1) $\angle BE_1 D = 90^\circ$; 2) $MN \parallel CE$.

- а) 1; в) 1; 2;
б) 2; г) верных нет.

3. Плоскости равнобедренного треугольника ABC и квадрата $ABDE$ перпендикулярны. Найдите расстояние от точки C до стороны DE , если $AB = 6$ см и $\angle ABC = 90^\circ$.

- а) $6\sqrt{2}$ см; в) $5\sqrt{3}$ см;
б) $4\sqrt{2}$ см; г) $3\sqrt{5}$ см.

4. Прямая l параллельна стороне MK треугольника MCK . Расстояние от прямой l до плоскости MCK равно 15 см, а расстояние от l до стороны MK равно 17 см. Найдите расстояние от точки C до прямой l , если $\angle MCK = 90^\circ$, $MC = \sqrt{6}$ см, $KC = 2\sqrt{3}$ см.

- а) $4\sqrt{6}$ см; в) $5\sqrt{13}$ см;
б) $5\sqrt{13}$ см или $3\sqrt{29}$ см; г) $4\sqrt{6}$ см или $2\sqrt{6}$ см.

5. Плоскость β проходит через сторону AD ромба $ABCD$, причем β перпендикулярна плоскости ромба. В плоскости β проведена прямая a , параллельная стороне AD . Найдите расстояние между прямыми BC и a , если $CD = 10\sqrt{3}$ см, $\angle BCD = 60^\circ$ и расстояние между прямыми a и AD равно 5 см.

- а) $6\sqrt{2}$ см; б) $8\sqrt{3}$ см; в) 8 см; г) $5\sqrt{10}$ см.

6. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 20 см. Найдите расстояние между прямыми CD и BC_1 .

- а) $10\sqrt{2}$ см; б) 10 см; в) 20 см; г) $10\sqrt{3}$ см.

7. Плоскости равнобедренного треугольника CDE и треугольника DEM перпендикулярны. Найдите длину отрезка CM , если $DE = 18$ см, $DM = 16$ см, $EM = 20$ см.

- а) $12\sqrt{2}$ см; в) $7\sqrt{10}$ см;
б) $\sqrt{213}$ см; г) $8\sqrt{3}$ см.

8. Точка K лежит вне плоскости равнобедренной трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) и удалена от ее сторон на 15 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости трапеции, если $AD = 24$ см, $BC = 6$ см, $AB = 15$ см.

- а) $8\sqrt{3}$ см; б) 12 см; в) $3\sqrt{21}$ см; г) $12\sqrt{2}$ см.

Координаты в пространстве

Вариант I

1. $A(3; -2; -4)$. Найдите сумму расстояний от точки A до оси Oy и от точки A до плоскости xOz .

а) $\sqrt{29}$; б) 5; в) 7; г) 9.

2. Известны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; -1; -3)$, $B(-3; 5; 2)$, $C(-2; 3; -5)$. BM — медиана треугольника ABC . Найдите длину BM .

а) $\sqrt{67}$; б) $\sqrt{53}$; в) $\sqrt{57}$; г) $\sqrt{61}$.

3. $CDEF$ — параллелограмм: $C(-4; 1; 5)$, $D(-5; 4; 2)$, $E(3; -2; -1)$, $F(x; y; z)$. Найдите координаты точки F и в ответе запишите число, равное $x + y + z$.

а) -2; б) -3; в) 1; г) 2.

4. Координаты точек: $A(4; -3; 2)$, $B(-1; -5; 4)$. Найдите сумму координат точки C , лежащей на оси Oy и равноудаленной от точек A и B .

а) 1,25; б) -3,25; в) 4,5; г) -2,5.

5. $A(3; 1; -4)$. Точка B — симметрична точке A относительно плоскости xOy , а точка C симметрична точке B относительно оси Oy . Найдите расстояние между точками A и C .

а) 6; б) $2\sqrt{2}$; в) 4; г) $4\sqrt{2}$.

6. При параллельном переносе точка $M(-3; 2; -5)$ переходит в точку $M_1(1; -3; -2)$. Найдите сумму координат точки K_1 , в которую при этом параллельном переносе переходит точка $K(1; -2; -5)$.

а) 1; б) -4; в) -2; г) 3.

7. Треугольник ABC — равнобедренный, $AB = BC$. $A(2; -3; 5)$, $B(x; y; z)$, $C(4; 0; -1)$. Запишите уравнение относительно x, y, z , удовлетворяющее условиям задачи.

а) $3x - 2y + 18z + 35 = 0$;

б) $5x + 3y + 4z + 25 = 0$;

в) $2x - 3y + 5z - 40 = 0$;

г) $4x + 6y - 12z + 21 = 0$.

8. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(3; 0; 0)$, $B(0; -4; 0)$, $C(0; 0; -1)$.

а) 4; б) 12; в) 6,5; г) 8.

Координаты в пространстве

Вариант II

1. $B(-7; 4; -3)$. Найдите сумму расстояний от точки B до оси Ox и от точки B до плоскости yOz .
а) 6; б) 12; в) 14; г) 10.
2. Известны координаты вершин треугольника CDE : $C(-3; 4; 2)$, $D(1; -2; 5)$, $E(-1; -6; 4)$. DK — медиана треугольника. Найдите DK .
а) $\sqrt{14}$; б) $\sqrt{18}$; в) $\sqrt{15}$; г) $\sqrt{10}$.
3. $ABCD$ — параллелограмм: $A(4; -1; 3)$, $B(-2; 4; -5)$, $C(1; 0; -4)$, $D(x; y; z)$. Найдите координаты точки D и в ответе запишите число, равное $x + y + z$.
а) -3; б) -5; в) 6; г) 4.
4. Координаты точек: $P(4; -5; 2)$, $C(-1; 3; 1)$. Найдите сумму координат точки K , лежащей на оси Oz и равноудаленной от точек P и C .
а) 14,75; б) 13; в) 15,5; г) 17.
5. $B(-2; 5; 3)$. Точка C — симметрична точке B относительно плоскости xOz , а точка D симметрична точке C относительно оси Oz . Найдите расстояние между точками B и D .
а) $4\sqrt{2}$; б) 6; в) 4; г) $6\sqrt{2}$.
6. При параллельном переносе точка $A(-2; 3; 5)$ переходит в точку $A_1(1; -1; 2)$. Найдите сумму координат точки B_1 , в которую переходит при этом параллельном переносе точка $B(-4; -3; 1)$.
а) -8; б) -10; в) 6; г) 4.

7. Треугольник CDE — равнобедренный, $CD = DE$, $C(4; -2; 3)$, $E(-1; 1; 2)$, $D(x; y; z)$. Запишите уравнение относительно x, y, z , удовлетворяющее условиям задачи.

- а) $8x - 4y - 2z + 7 = 0$;
- б) $5x + 8y - 3z - 15 = 0$;
- в) $6x + 5y + 4z - 15 = 0$;
- г) $10x - 6y + 2z - 23 = 0$.

8. Найдите площадь треугольника MNT , если $M(-6; 0; 0)$, $N(0; 8; 0)$, $T(0; 0; 2)$.

- а) 24; б) 36; в) 25; г) 26.

Углы между прямыми и плоскостями

Вариант I

1. Треугольник ABC — равнобедренный, $AC = BC = 8\sqrt{6}$ см, $\angle C = 90^\circ$. Плоскость α проходит через сторону AC , причем сторона AB образует с плоскостью α угол 30° . Найдите расстояние от вершины B до плоскости α .

- а) $12\sqrt{3}$ см; в) $6\sqrt{6}$ см;
б) 24 см; г) $8\sqrt{3}$ см.

2. Плоскость α проходит через сторону CK квадрата $CDEK$, причем диагональ DK образует с плоскостью α угол, синус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Найдите угол, который образует с плоскостью α сторона CD .

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° .

3. В треугольнике MKP $MK = 12$ см, $\angle M = 30^\circ$, $\angle P = 90^\circ$. Плоскость α проходит через сторону MP и образует с плоскостью MKP угол 60° . Найдите расстояние от точки K до плоскости α .

- а) $4\sqrt{3}$ см; в) 3 см;
б) $3\sqrt{3}$ см; г) $4\sqrt{2}$ см.

4. Треугольники ABC и ABD — равнобедренные, причем $AC = BC = 15$ см, $AB = 18$ см, $\angle ADB = 90^\circ$. Найдите косинус угла между плоскостями ABC и ABD , если $CD = 6$ см.

- а) $\frac{6}{7}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{5}{16}$; г) $\frac{7}{8}$.

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Найдите угол между AB_1 и BD_1 .

- а) 60° ; б) 45° ; в) 90° ; г) 30° .

6. Угол между плоскостями равностороннего треугольника ABK и квадрата $ABCD$ равен 30° . Найдите расстояние KD , если $AB = 6$ м.

- а) $4\sqrt{5}$ см; в) $3\sqrt{2}$ см;
б) $4\sqrt{3}$ см; г) 4 см.

7. ABC — равносторонний треугольник, через сторону AB проведена плоскость α под углом 45° к плоскости треугольника ABC . Отрезок CO — перпендикуляр к плоскости α . Найдите AB , если площадь треугольника AOB равна $12\sqrt{6}$ см².

- а) 6 см; б) $3\sqrt{6}$ см; в) 4 см; г) $4\sqrt{6}$ см.

8. Угол между плоскостями α и β равен 60° . Точка A находится на расстоянии 2 см от плоскости α и $(\sqrt{3} - 1)$ см от плоскости β . Найдите расстояние от точки A до прямой пересечения плоскостей α и β .

- а) $3\sqrt{2}$ см; в) $\sqrt{2}$ см;
б) $2\sqrt{2}$ см; г) 3 см.

Углы между прямыми и плоскостями

Вариант II

1. Треугольник CDE равнобедренный, $CD = DE = 40$ см, $\angle C = 60^\circ$. Плоскость α проходит через сторону CD , причем сторона CE образует с плоскостью α угол 30° . Найдите расстояние от точки E до плоскости α .

- а) 18 см; в) 20 см;
б) $10\sqrt{3}$ см; г) $12\sqrt{2}$ см.

2. Плоскость α проходит через сторону AD квадрата $ABCD$ и образует со стороной AB угол, синус которого равен $\frac{\sqrt{6}}{2}$. Найдите угол, который образует с этой плоскостью диагональ квадрата BD .

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° .

3. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Сторона равнобедренного треугольника BMK равна $2a$. Стороны AD и MK параллельны, и расстояние между ними равно $\sqrt{2}a$. Найдите угол между плоскостями $ABCD$ и BMK .

- а) 30° ; в) 60° ;
б) $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $\arccos \frac{1}{3}$.

4. Треугольники CDK и CKE — равнобедренные, причем $CD = DK = 25$ см, $CK = 14$ см и $\angle E = 90^\circ$. Найдите косинус угла между плоскостями CDK и CKE , если длина отрезка $DE = 23$ см.

- а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{2}{7}$.

5. $ABCA_1B_1C_1D_1$ — куб. Найдите угол между прямыми DC_1 и CB_1 .

- а) 45° ; б) 30° ; в) 60° ; г) 90° .

6. Угол между плоскостями равнобедренного треугольника ABC и ромба $ABMK$ равен 30° . Найдите длину отрезка CK , если $AC = BC = 10$ см, $AB = 12$ см, а $\angle ABM = 120^\circ$.

- а) $3\sqrt{2}$ см; в) $4\sqrt{3}$ см;
б) $2\sqrt{7}$ см; г) $4\sqrt{2}$ см.

7. EMC — равносторонний треугольник, через сторону MC проведена плоскость β под углом 30° к плоскости EMC . Отрезок EO — перпендикуляр к плоскости β . Найдите сторону MC , если площадь треугольника MCO равна 18 см².

- а) $6\sqrt{3}$ см; в) $4\sqrt{3}$ см;
б) $4\sqrt{2}$ см; г) $6\sqrt{2}$ см.

8. Угол между плоскостями α и β равен 45° . Точка B находится на расстоянии $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ дм от плоскости α и 1 дм от плоскости β . Найдите расстояние от точки B до прямой пересечения плоскостей α и β .

- а) 4 см; в) $2\sqrt{6}$ см;
б) 2 см; г) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ см.

Векторы

Вариант I

1. $ABCA_1B_1C_1D_1$ — куб. Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C} - \overrightarrow{C_1D_1}$.

- а) $\overrightarrow{C_1A_1}$; в) $\overrightarrow{BD}$;
б) $\overrightarrow{AC}$; г) правильного ответа нет.

2. $ABCA_1B_1C_1D_1$ — куб; $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$.

Выразите через векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ вектор $\overrightarrow{MK}$, если M — середина A_1D_1 и K — середина CC_1 .

- а) $\vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$; в) $\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$;
б) $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$; г) $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$.

3. Даны координаты точек:

$A(-3; 2; -1)$, $B(2; -1; -3)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$.

Найдите $|2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}|$.

- а) $\sqrt{433}$; б) $\sqrt{521}$; в) $\sqrt{487}$; г) $\sqrt{395}$.

4. Даны координаты точек:

$C(3; -2; 1)$, $D(-1; 2; 1)$, $M(2; -3; 3)$, $N(-1; 1; -2)$.

Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$.

- а) 0,75; б) 0,6; в) 0,7; г) $\frac{2}{3}$.

5. При каком значении (значениях) k векторы $\vec{a}(6 - k; k; 2)$ и $\vec{b}(-3; 5 + 5k; -9)$ перпендикулярны?

- а) 2; б) 3; в) 2; -3,6; г) 3; -2,4.

6. При каком значении a векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если $A(-2; -1; 2)$, $B(4; -3; 6)$, $C(-1; a - 1; 1)$, $D(-4; -1; a)$?

- а) 1; б) -2; в) 2; г) -1.

7. Дано: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Найдите $\cos \alpha$, где α — угол между векторами $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{b}$.

- а) 0,07; б) $\frac{1}{\sqrt{15}}$; в) $\frac{1}{\sqrt{13}}$; г) 0,08.

8. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$.

- а) $3\sqrt{2}$; б) $\sqrt{11}$; в) $\sqrt{13}$; г) $2\sqrt{3}$.

Векторы

Вариант II

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Найдите вектор, равный

$$\overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{DC_1} + \overrightarrow{BC}.$$

а) $\overrightarrow{BC_1}$; б) $\overrightarrow{BD}$; в) $\overrightarrow{DB}$; г) $\overrightarrow{C_1 B}$.

2. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{l}$.

Выразите через векторы $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{l}$ вектор $\overrightarrow{KP}$, где K — середина CC_1 , P — середина AD .

а) $-\frac{1}{2}\vec{m} - \frac{1}{2}\vec{n} - \vec{l}$; в) $-\frac{1}{2}\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} + \vec{l}$;

б) $\frac{1}{2}\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} - \vec{l}$; г) $\frac{1}{2}\vec{m} - \frac{1}{2}\vec{n} - \vec{l}$.

3. Даны координаты точек:

$$C(-4; -3; -1), D(-1; -2; 3), M(2; -1; -2), N(0; 1; -3).$$

Найдите $|3\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{MN}|$.

а) $\sqrt{329}$; б) $\sqrt{413}$; в) $\sqrt{397}$; г) $\sqrt{366}$.

4. Даны координаты точек:

$$A(1; -1; -4), B(-3; -1; 0), C(-1; 2; 5), D(2; -3; 1).$$

Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

а) 0,8; б) -0,5; в) -0,7; г) 0,6.

5. При каком значении (значениях) m векторы $\vec{a}(4; m - 1; m)$ и $\vec{b}(-2; 4; 3 - m)$ перпендикулярны?

а) 4; б) -3; в) -3; -2; г) 3; 4.

6. При каком значении a векторы $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$ коллинеарны, если $C(-3; 2; 4)$, $D(1; -4; 2)$, $M(1; -2; a)$, $N(-1; a + 3; -1)$?

а) -2; б) -3; в) 1; г) -1.

7. Дано: $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 3$, $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 120^\circ$. Найдите $\cos \alpha$, где α — угол между векторами $\vec{m}$ и $\vec{m} + \vec{n}$.

а) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; б) $\frac{2}{\sqrt{7}}$; в) $\frac{1}{2\sqrt{7}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

8. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$.

а) $3\sqrt{3}$; б) $\sqrt{31}$; в) $\sqrt{29}$; г) $\sqrt{33}$.

ИТОГОВЫЙ

Вариант I

1. Отрезок AB не пересекает плоскость α , а точка C делит его в отношении $2 : 3$, считая от точки A . Через точки A , B и C проведены параллельные прямые, пересекающие α соответственно в точках A_1 , B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка CC_1 , если $AA_1 = 5$ см, а $BB_1 = 8$ см.

а) $6\frac{1}{3}$ см; б) 6,4 см; в) 6 см; г) 6,2 см.

2. Плоскости треугольника ABK и ромба $ABCD$ перпендикулярны, причем $\angle ABK = 90^\circ$, $\angle ABC = 135^\circ$, $AK = 12$ см и $BK = 8$ см. Найдите расстояние от точки K до прямой CD .

а) $8\sqrt{2}$ см; в) $4\sqrt{13}$ см;
б) $2\sqrt{26}$ см; г) $8\sqrt{2}$ см.

3. Треугольник ABC — прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$. Точка D , лежащая вне плоскости треугольника, равноудалена от вершин треугольника ABC на 8 см. Найдите расстояние от точки D до плоскости ABC , если $AC = 12$ см и $\angle BAC = 30^\circ$.

а) 5 см; б) $4\sqrt{2}$ см; в) 4 см; г) $3\sqrt{2}$ см.

4. Плоскость α проходит через сторону AD треугольника ABD . Сторона AB образует с плоскостью α угол 30° . Найдите синус угла между плоскостями α и ABD , если $AD = 3$ см, $AB = 5$ см, $BD = 4$ см.

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{5}{8}$.

5. Треугольник ABC — равносторонний со стороной 8 см, а $BCDE$ — параллелограмм, $CBE = 60^\circ$, $CD = 10$ см. Найдите косинус угла между плоскостями треугольника ABC и параллелограммом $BCDE$, если расстояние от точки A до прямой DE равно $\sqrt{33}$ см.

а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $\frac{3}{5}$.

6. Точка $A(-3; 4; 6)$. Точка B — основание перпендикуляра AB , проведенного к оси Oz . C — основание перпендикуляра AC к плоскости xOy . Найдите сумму расстояний AB и AC .

а) 11; б) 3; в) 6; г) 9.

7. $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 5$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$. Найдите $|\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}|$.

а) $\sqrt{21}$; б) $\sqrt{13}$; в) $3\sqrt{3}$; г) 3.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. M — середина CD . Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точки A , B_1 и M , если ребро куба равно 8 см.

а) $48\sqrt{3}$ см²; в) 64 см²;
б) $64\sqrt{2}$ см²; г) 72 см².

ИТОГОВЫЙ

Вариант II

1. Отрезок CD не пересекает плоскость α , а точка E делит отрезок CD в отношении $5 : 3$, считая от точки C . Через точки C , D и E проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках C_1 , D_1 и E_1 соответственно. Найдите длину отрезка EE_1 , если $CC_1 = 14$ см и $DD_1 = 20$ см.

- а) 16,5 см; в) 18 см;
б) 17,75 см; г) $18\frac{2}{3}$ см.

2. Плоскости треугольника ABC и ромба $ABMN$ перпендикулярны, причем $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$ см и $BC = 2$ см, $\angle ABM = 150^\circ$. Найдите расстояние от точки C до прямой MN .

- а) $2\sqrt{3}$ см; в) $\sqrt{8,2}$ см;
б) 2,8 см; г) $\sqrt{7,6}$ см.

3. Треугольник MKP — прямоугольный, $\angle K = 90^\circ$. Точка A , лежащая вне плоскости треугольника, равноудалена от сторон этого треугольника на 8 см. Найдите расстояние от точки A до плоскости MKP , если $MP = 13$ см и $KP = 12$ см.

- а) 6 см; в) $2\sqrt{15}$ см;
б) $3\sqrt{6}$ см; г) $4\sqrt{2}$ см.

4. Плоскость β проходит через сторону MN треугольника MKN . Сторона KN образует с плоскостью β угол 30° . Найдите синус угла между плоскостями β и MKN , если $MK = 12$ см, $KN = 13$ см, $MN = 5$ см.

- а) 0,7; б) $\frac{13}{24}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{2}{5}$.

5. Треугольник ABC — равнобедренный, $\angle ABC = 90^\circ$, $ACDE$ — ромб, $\angle CAE = 45^\circ$. Найдите косинус угла между плоскостями треугольника и ромба, если расстояние от точки B до прямой DE равно $4\sqrt{5}$ см и $AB = 8$ см.

- а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$.

6. Точка $B(-6; -3; 8)$. Точка C — основание перпендикуляра BC , проведенного к оси Oy . D — основание перпендикуляра BD , проведенного к плоскости xOz . Найдите сумму расстояний BC и BD .

- а) 18; б) 11; в) 13; г) 17.

7. $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 90^\circ$. Найдите $|\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}|$.

- а) 3; б) $\sqrt{11}$; в) $\sqrt{13}$; г) $\sqrt{15}$.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Точка K — середина ребра AD . Найдите площадь сечения, проходящего через точки B_1 , C и K , если ребро куба равно 12 см.

- а) 162 см^2 ; в) $120\sqrt{2} \text{ см}^2$;
б) 144 см^2 ; г) $96\sqrt{3} \text{ см}^2$.

Т—1

Двугранные и линейные углы. Многогранные углы

Вариант I

1. Двугранный угол, образованный полуплоскостями α и β , равен 90° . Точка A удалена от граней двугранного угла на 8 см и 6 см. Найдите расстояние от точки A до ребра двугранного угла.

а) $8\sqrt{3}$ см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) 12 см; г) 10 см.

2. Треугольник ABC — прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$, треугольник DBE — равносторонний. Найдите линейный угол между плоскостями треугольников, если стороны AC и DE параллельны, расстояние между ними $\sqrt{3}$ см, а $BC = DE = 2$ см.

а) 30° ; в) 60° ;

б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\arccos \frac{1}{3}$.

3. Плоскости треугольника MKP и ромба $MKEF$ образуют угол 60° , один из углов ромба равен 45° , а $MK = 3\sqrt{2}$ см, $MP = 2\sqrt{3}$ см и $PK = \sqrt{6}$ см. Найдите расстояние от точки P до прямой FE .

а) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ см; в) $\sqrt{7}$ см;

б) $2\sqrt{3}$ см; г) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ см.

4. Плоскость α проходит через сторону AD квадрата $ABCD$. Диагональ BD образует с плоскостью α угол 45° . Найдите угол между плоскостью квадрата и плоскостью α .

а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° .

5. Дан трехгранный угол с вершиной A . Плоскость α пересекает его ребра в точках B , C и D так, что $AB = AC = CD$. Найдите угол BAD , если $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$ и $\angle CAD = 60^\circ$.

а) 45° ; б) 60° ; в) 120° ; г) $\arccos \frac{1}{4}$.

6. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Найдите угол между плоскостью, проходящей через точки B , D и C_1 , и плоскостью основания.

а) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$; в) 45° ;

б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$; г) $\arctg \sqrt{2}$.

7. Три плоских угла трехгранного угла с вершиной O — прямые. Плоскость α пересекает ребра трехгранного угла в точках C , D и E , причем $S_{\triangle COD} = S_1$, $S_{\triangle DOE} = S_2$ и $S_{\triangle COE} = S_2$. Найдите длину отрезка OD .

а) $\sqrt{\frac{S_2 \cdot S_3}{S_1}}$; б) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_3}{2S_2}}$; в) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_2}{S_3}}$; г) $\sqrt{\frac{2S_1 \cdot S_2}{S_3}}$.

8. $ABCD$ — ромб, CK — перпендикуляр к плоскости ромба, причем $CK = 2\sqrt{3}$ см, $AB = 4$ см и $\angle BAD = 60^\circ$. Найдите угол между плоскостью ABK и плоскостью ромба.

а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) $\arctg \frac{1}{3}$.

Двугранные и линейные углы. Многогранные углы

Вариант II

1. Двугранный угол, образованный полуплоскостями α и β , равен 30° . Точка M удалена от граней двугранного угла на $\sqrt{3}$ дм и на 1 дм. Найдите расстояние от точки M до ребра двугранного угла.

- а) $2\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{2}$ см;
б) $2\sqrt{7}$ см; г) $2\sqrt{2}$ см.

2. $ABCD$ — ромб, BEK — равносторонний треугольник, причем $AB = BE = a$, $\angle BAD = 30^\circ$. Найдите угол между плоскостями ромба и треугольника, если $EK \parallel AD$ и расстояние между этими прямыми равно $\frac{\sqrt{7}}{2}a$.

- а) $\arccos \frac{1}{4}$; в) 30° ;
б) 120° ; г) 150° .

3. $ABCD$ — равнобедренная трапеция, $AD \parallel BC$, причем $BC = 2$ см, $AD = 5$ см, $\angle BAD = 45^\circ$. Плоскость треугольника BCK образует с плоскостью трапеции угол 60° . Найдите расстояние от точки K до стороны трапеции AD , если $BK = \sqrt{3}$ см и $CK = 1$ см.

- а) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ см; в) $\frac{\sqrt{12 - 3\sqrt{3}}}{2}$ см;
б) $\frac{3}{4}$ см; г) $\sqrt{3}$ см.

4. Плоскость α проходит через сторону AD квадрата $ABCD$ и образует с плоскостью квадрата угол 30° .

Найдите угол, который образует с плоскостью α диагональ BD .

- а) 45° ; в) 60° ;
б) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{4}$; г) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$.

5. Дан трехгранный угол с вершиной B . Плоскость β пересекает его ребра в точках C , D и E , так что $BC = BD = BE$. Найдите угол CBE , если $\angle CBD = 90^\circ$, $\angle DBE = 60^\circ$, а $\angle CDE = 45^\circ$.

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° .

6. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Найдите угол между плоскостью сечения, проходящего через точки A_1 , C_1 и D , и плоскостью основания.

- а) 45° ; в) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$;
б) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$; г) $\arctg \sqrt{2}$.

7. Ребра трехгранного угла с вершиной B пересечены плоскостью β в точках C , D и K , причем плоские углы CBD и KBD прямые, а угол CBK равен 30° . Найдите длину отрезка BD , если $S_{\triangle CBD} = S_1$, $S_{\triangle DBK} = S_2$ и $S_{\triangle CBK} = S_3$.

- а) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_3}{2S_2}}$; в) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_2}{2S_3}}$;
б) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_3}{S_2}}$; г) $\sqrt{\frac{S_1 \cdot S_2}{S_3}}$.

8. $ABCD$ — ромб, сторона которого равна 8 см, а $\angle D = 135^\circ$. Отрезок AE — перпендикуляр к плоскости ромба, причем точка E удалена от прямой BC на $\sqrt{128}$ см. Найдите угол между плоскостью, проходящей через точки B , C и E , и плоскостью ромба.

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) $\arctg 2$.

Параллелепипед и призма

Вариант I

1. Площадь диагонального сечения куба равна $8\sqrt{2}$ см².
Найдите площадь поверхности куба.

- а) $36\sqrt{2}$ см²; в) 36 см²;
б) $24\sqrt{3}$ см²; г) 48 см².

2. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющие общую вершину, равны 5 см, $2\sqrt{13}$ см и $3\sqrt{5}$ см. Найдите диагональ параллелепипеда.

- а) $\sqrt{73}$ см; в) $\sqrt{61}$ см;
б) $4\sqrt{7}$ см; г) $7\sqrt{2}$ см.

3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 1 см и 3 см, а синус угла между ними равен $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Найдите угол, который образует большая диагональ параллелепипеда с основанием, если боковое ребро параллелепипеда равно $\sqrt{14}$ см.

- а) $\arctg 2$; б) 45° ; в) $\arctg \frac{1}{2}$; г) 30° .

4. Площади двух диагональных сечений прямого параллелепипеда равны 48 см² и 30 см², а боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь основания параллелепипеда, если оно является ромбом.

- а) $18\sqrt{2}$ см²; в) 20 см²;
б) 18 см²; г) 24 см².

5. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна 4 см, а большая диагональ призмы образует с основанием угол, равный 60° . Найдите площадь полной поверхности призмы.

- а) 212 см²; в) 288 см²;
б) $192\sqrt{2}$ см²; г) $240\sqrt{3}$ см².

6. $ABCA_1B_1C_1$ — наклонная треугольная призма. Двугранный угол при ребре AA_1 равен 90° . Расстояния от ребра AA_1 до ребер BB_1 и CC_1 равны соответственно 4 см и 3 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее высота равна $4\sqrt{3}$ см и боковое ребро образует с основанием угол 60° .

- а) 96 см²; в) $60\sqrt{3}$ см²;
б) 64 см²; г) $64\sqrt{3}$ см².

7. $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма. Через ребро A_1B_1 и точку M — середину AC проведено сечение, площадь которого равна $0,75\sqrt{7}$ см². Найдите высоту призмы, если сторона ее основания равна 2 см.

- а) $\sqrt{3}$ см; б) 1,5 см; в) 1 см; г) $\sqrt{2}$ см.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Причем $AB = a$ см, $BC = 2a$ см, $BB_1 = 4a$ см. Через точки A , B_1 и C проведена плоскость. Найдите тангенс угла между плоскостями AB_1C и ABC .

- а) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; б) $2\sqrt{5}$; в) $2\sqrt{3}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Параллелепипед и призма

Вариант II

1. Площадь поверхности куба равна $18\sqrt{2}$ см². Найдите площадь диагонального сечения этого куба.

- а) $4\sqrt{6}$ см²; б) 6 см²; в) $6\sqrt{2}$ см²; г) 8 см².

2. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющие общую вершину, равны $2\sqrt{10}$ см, $2\sqrt{17}$ см и 10 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

- а) $4\sqrt{26}$ см; в) $2\sqrt{26}$ см;
б) $4\sqrt{10}$ см; г) $8\sqrt{2}$ см.

3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 2 см и 4 см, а синус угла между ними равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите угол, который образует меньшая диагональ параллелепипеда с основанием, если ее длина равна $4\sqrt{2}$ см.

- а) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{4}$; в) 60°;
б) 30°; г) 45°.

4. Площади двух диагональных сечений прямого параллелепипеда равны 16 см² и 27 см². Основанием параллелепипеда является ромб, площадь которого равна 24 см². Найдите длину бокового ребра параллелепипеда.

- а) $\sqrt{6}$ см; б) $2\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{2}$ см; г) 3 см.

5. Сторона основания правильной шестиугольной призмы 6 см, а большая диагональ призмы образует с основанием угол, равный 30°. Найдите полную площадь поверхности призмы.

- а) $252\sqrt{3}$ см²; в) $272\sqrt{2}$ см²;
б) 288 см²; г) 272 см².

6. $ABCA_1B_1C_1$ — наклонная треугольная призма. Двугранный угол при ребре BB_1 равен 60°, а расстояния от ребра BB_1 до ребер AA_1 и CC_1 равны 1 см и 2 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее высота равна 0,5 см, а боковое ребро образует с основанием угол 30°.

- а) 6 см²; в) $(3 + \sqrt{3})$ см²;
б) $3\sqrt{3}$ см²; г) $6\sqrt{3}$ см².

7. $MKPM_1K_1P_1$ — правильная треугольная призма, сторона основания которой 4 см. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки P , E и F , где E и F — середины ребер M_1P_1 и K_1P_1 , а боковое ребро равно 3 см.

- а) $3\sqrt{2}$ см²; в) 4 см²;
б) 3 см²; г) $2\sqrt{3}$ см².

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, причем $BC = 3a$, $CD = a$, $CC_1 = 6a$. Найдите тангенс угла между плоскостями BC_1D и ABC .

- а) $4\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{10}$; в) $3\sqrt{6}$; г) $\sqrt{3}$.

Пирамида. Усеченная пирамида

Вариант I

1. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковой гранью и плоскостью основания.

а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Найдите высоту треугольной пирамиды, если все ее боковые ребра по $\sqrt{40}$ см, а стороны основания равны 10 см, 10 см и 12 см.

а) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ см; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см;
б) $\sqrt{2}$ см; г) 1,5 см.

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, если диагональное сечение пирамиды — прямоугольный треугольник, площадь которого равна 32 см^2 .

а) 108 см^2 ; в) $64\sqrt{3} \text{ см}^2$;
б) $72\sqrt{2} \text{ см}^2$; г) 96 см^2 .

4. Основание пирамиды — ромб, каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный 60° . Найдите площадь основания пирамиды, если высота пирамиды 9 см, а один из углов ромба 45° .

а) 120 см^2 ; в) $96\sqrt{3} \text{ см}^2$;
б) $72\sqrt{6} \text{ см}^2$; г) $108\sqrt{2} \text{ см}^2$.

5. Основание пирамиды $MAB CDEF$ — правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 8 см. Ребро AM перпендикулярно основанию и равно 8 см. Найдите двугранный угол между гранью MED и плоскостью основания.

а) $\arcsin \sqrt{3}$; в) 45° ;
б) 30° ; г) 60° .

6. Стороны оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 4 см и 6 см. Найдите площадь диагонального сечения, если боковое ребро образует с большим основанием угол, равный 45° .

а) 12 см^2 ; б) $6\sqrt{3} \text{ см}^2$; в) $8\sqrt{2} \text{ см}^2$; г) 10 см^2 .

7. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 6 см и 12 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

а) $36\sqrt{3} \text{ см}^2$; в) 54 см^2 ;
б) 36 см^2 ; г) $48\sqrt{3} \text{ см}^2$.

8. $KABCD$ — правильная четырехугольная пирамида. Точки M и N — середины ребер KB и KC . Найдите периметр сечения пирамиды плоскостью, параллельной грани AKD и проходящей через точки M и N , если сторона основания пирамиды 16 см, а высота пирамиды 4 см.

а) 24 см; б) 36 см; в) 32 см; г) 42 см.

Пирамида. Усеченная пирамида

Вариант II

1. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания.

- а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\sqrt{3}$.

2. Найдите высоту треугольной пирамиды, если все ее боковые ребра по $\sqrt{10}$ см, а стороны основания равны 5 см, 6 см и 5 см.

- а) 0,75 см; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см;
б) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ см; г) $\frac{\sqrt{15}}{8}$ см.

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, если ее диагональное сечение — равносторонний треугольник, площадь которого $2\sqrt{3}$ см².

- а) $8\sqrt{2}$ см²; в) $4\sqrt{7}$ см²;
б) $6\sqrt{5}$ см²; г) 12 см².

4. Основание пирамиды — ромб, один из углов которого 60° . Каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный 30° . Найдите площадь основания пирамиды, если высота пирамиды равна 6 см.

- а) $256\sqrt{3}$ см²; в) $240\sqrt{2}$ см²;
б) $288\sqrt{3}$ см²; г) 320 см².

5. Основание пирамиды $KABCDEF$ — правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 18 см. Ребро BK перпендикулярно плоскости основания и равно 27 см. Найдите двугранный угол, образованный плоскостями боковой грани AKF и основания.

- а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) $\arctg \frac{1}{3}$.

6. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны 6 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения, если боковое ребро образует с основанием угол в 60° .

- а) $9\sqrt{3}$ см²; в) $14\sqrt{2}$ см²;
б) 15 см²; г) $14\sqrt{3}$ см².

7. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 8 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

- а) 48 см²; в) 24 см²;
б) $24\sqrt{3}$ см²; г) $12\sqrt{3}$ см².

8. $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, сторона основания которой равна 10 см, а боковое ребро равно $2\sqrt{22}$ см. Найдите периметр сечения плоскостью, которая проходит через точки B и D параллельно ребру AS .

- а) $18\sqrt{2}$ см; в) $24\sqrt{2}$ см;
б) $22\sqrt{2}$ см; г) 24 см.

Цилиндр. Конус. Шар

Вариант I

- Осевое сечение цилиндра — квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.
а) $5\sqrt{2}$ см; в) 10 см;
б) $8\sqrt{2}$ см; г) $10\sqrt{2}$ см.
- Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания цилиндра равна 25 дм². Найдите высоту цилиндра.
а) $\frac{2}{3}\pi$ дм; б) $\frac{\pi}{2}$ дм; в) $0,6\pi$ дм; г) 2 дм.
- Отрезок AB равен 13 см, точки A и B лежат на разных окружностях оснований цилиндра. Найдите расстояние от отрезка AB до оси цилиндра, если его высота равна 5 см, а радиус основания равен 10 см.
а) 7,5 см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) 9 см; г) 8 см.
- Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
а) 8π см²; в) 9π см²;
б) $8\pi\sqrt{2}$ см²; г) $6\sqrt{3}\pi$ см².
- Радиус основания конуса $3\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
а) $16\sqrt{2}$ см²; в) $12\sqrt{3}$ см²;
б) 18 см²; г) 16 см².

- Отрезок AB — хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 3 см. MO — высота конуса, причем $MO = 6\sqrt{2}$ см, где M — вершина конуса. Найдите расстояние от точки O до плоскости, проходящей через точки A , B и M .
а) $\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{3}$ см;
б) $2\sqrt{2}$ см; г) 4 см.
- Сфера w проходит через вершины квадрата $ABCD$, сторона которого равна 12 см. Найдите расстояние от центра сферы — точки O до плоскости квадрата, если радиус OD образует с плоскостью квадрата угол, равный 60° .
а) $8\sqrt{2}$ см; в) $4\sqrt{10}$ см;
б) $6\sqrt{3}$ см; г) $6\sqrt{6}$ см.
- Стороны треугольника ABC касаются шара. Найдите радиус шара, если $AB = 8$ см, $BC = 10$ см, $AC = 12$ см и расстояние от центра шара O до плоскости треугольника ABC равно $\sqrt{2}$ см.
а) $3\sqrt{3}$ см; в) 3 см;
б) $2\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см.

Цилиндр. Конус. Шар

Вариант II

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, длина диагонали которого равна 36 см. Найдите радиус основания цилиндра.

- а) 9 см; б) 8 см; в) $8\sqrt{3}$ см; г) $9\sqrt{2}$ см.

2. Площадь осевого сечения цилиндра $12\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания равна 64 дм². Найдите высоту цилиндра.

- а) $\frac{\pi}{2}$ дм; б) $0,75\pi$ дм; в) $\frac{5\pi}{6}$ дм; г) 3 дм.

3. Отрезок CD равен 25 см, его концы лежат на разных окружностях оснований цилиндра. Найдите расстояние от отрезка CD до оси цилиндра, если его высота 7 см, а диаметр основания 26 см.

- а) $6\sqrt{2}$ см; б) 6 см; в) 5 см; г) $4\sqrt{3}$ см.

4. Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь основания конуса.

- а) $120\sqrt{2}$ см²; в) 144π см²;
б) 136π см²; г) $24\sqrt{3}\pi$ см².

5. Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

- а) $54\sqrt{2}$ см²; в) $21\sqrt{2}$ см²;
б) 35 см²; г) 98 см².

6. Отрезок DE — хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 9 см. KO — высота конуса, причем $KO = 3\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от точки O (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки D , E и K .

- а) 4,5 см; б) $3\sqrt{2}$ см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) 6 см.

7. Сфера ω проходит через вершины квадрата $CDEF$, сторона которого равна 18 см. Найдите расстояние от центра сферы — точки O до плоскости квадрата, если радиус сферы OE образует с плоскостью квадрата угол, равный 30° .

- а) 4 см; б) $4\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{6}$ см; г) 6 см.

8. Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK = 9$ см, $MN = 13$ см, $KN = 14$ см и расстояние от центра шара O до плоскости MKN равно $\sqrt{6}$ см.

- а) $4\sqrt{2}$ см; б) 4 см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см.

Объемы многогранников

Вариант I

1. Диагональ куба равна 12 см. Найдите объем куба.

- а) $144\sqrt{3}$ см³; в) $192\sqrt{3}$ см³;
б) 216 см³; г) $216\sqrt{2}$ см³.

2. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 1 дм и $2\sqrt{2}$ дм, а угол между ними 45° . Найдите объем параллелепипеда, если площадь его меньшего диагонального сечения равна $\sqrt{15}$ дм².

- а) $3\sqrt{2}$ дм³; в) $3\sqrt{5}$ дм³;
б) $2\sqrt{3}$ дм³; г) 4 дм³.

3. Все ребра наклонного параллелепипеда равны, причем боковое ребро образует с плоскостью основания угол, равный 30° . Большая диагональ основания равна 6 см, а один из углов основания 120° . Найдите объем параллелепипеда, если большее диагональное сечение перпендикулярно основанию.

- а) 24 см³; в) $12\sqrt{3}$ см³;
б) $16\sqrt{2}$ см³; г) 18 см³.

4. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы образует с основанием угол, равный 60° . Найдите объем призмы, если площадь боковой поверхности призмы равна $36\sqrt{3}$ см².

- а) 24 см³; в) $18\sqrt{3}$ см³;
б) $24\sqrt{3}$ см³; г) $32\sqrt{3}$ см³.

5. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1D$ лежит равнобедренная трапеция, $BC \parallel AD$, причем $AB = 3$ см, $AD = 5$ см. Диагональ призмы B_1D образует с плоскостью основания угол, равный 45° , а плоскости AA_1B_1 и B_1BD перпендикулярны. Найдите объем призмы.

- а) $27\sqrt{2}$ см³; в) $27,6$ см³;
б) $30,72$ см³; г) $24\sqrt{2}$ см³.

6. Диагональное сечение правильной четырехугольной пирамиды является равносторонним треугольником, площадь которого равна $6\sqrt{3}$ см². Найдите объем пирамиды.

- а) $9\sqrt{6}$ см³; в) $12\sqrt{2}$ см³;
б) 18 см³; г) 15 см³.

7. В треугольной пирамиде $KABC$ $AK \perp BK$ и $BK \perp CK$, а $\angle AKC = 30^\circ$. Найдите объем пирамиды, если $AK = 8$ см, $BK = 12$ см и $CK = 10$ см.

- а) $64\sqrt{3}$ см³; в) $60\sqrt{3}$ см³;
б) 64 см³; г) 80 см³.

8. Через точку A бокового ребра пирамиды проведена плоскость, параллельная плоскости основания, причем точка A делит ребро на два отрезка, длины которых находятся в отношении $1 : 3$, считая от вершины. Найдите объем пирамиды, если объем образовавшейся усеченной пирамиды равен 315 см³.

- а) 240 см³; в) 280 см³;
б) 320 см³; г) 450 см³.

Объемы многогранников

Вариант II

1. Диагональ куба равна 15 см. Найдите объем куба.

- а) $225\sqrt{3}$ см³; в) $625\sqrt{2}$ см³;
 б) $375\sqrt{3}$ см³; г) 450 см³.

2. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 1 дм и $2\sqrt{3}$ дм, а угол между ними равен 30° . Найдите объем параллелепипеда, если площадь большего диагонального сечения параллелепипеда равна $\sqrt{38}$ дм².

- а) $2\sqrt{2}$ дм³; в) $3\sqrt{3}$ дм³;
 б) $4\sqrt{3}$ дм³; г) $\sqrt{6}$ дм³.

3. Все ребра наклонного параллелепипеда равны, причем боковое ребро образует с плоскостью основания угол, равный 45° . Меньшая диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см, а один из углов 120° . Найдите объем параллелепипеда, если меньшее диагональное сечение перпендикулярно основанию.

- а) $64\sqrt{3}$ см³; в) $72\sqrt{2}$ см³;
 б) 84 см³; г) $84\sqrt{2}$ см³.

4. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы образует с основанием угол, равный 30° . Найдите объем призмы, если площадь боковой поверхности призмы равна $72\sqrt{3}$ см².

- а) $120\sqrt{3}$ см³; в) $108\sqrt{2}$ см³;
 б) $84\sqrt{6}$ см³; г) $96\sqrt{6}$ см³.

5. В основании прямой призмы $CDEKC_1D_1E_1K_1$ лежит равнобедренная трапеция, $DE \parallel CK$, причем $EK = 6$ см, $CK = 10$ см. Диагональ призмы CE_1 образует с основанием угол 45° , а плоскости CC_1E_1 и KEE_1 перпендикулярны. Найдите объем призмы.

- а) $240\sqrt{3}$ см³; в) $272,8$ см³;
 б) 300 см³; г) $245,76$ см³.

6. Диагональное сечение правильной четырехугольной пирамиды является прямоугольным треугольником, площадь которого равна 24 см². Найдите объем пирамиды.

- а) $40\sqrt{3}$ см³; в) $48\sqrt{2}$ см³;
 б) $32\sqrt{6}$ см³; г) 54 см³.

7. В треугольной пирамиде $MNKP$ $MN \perp MK$ и $MK \perp MP$, а $\angle PMN = 60^\circ$. Найдите объем пирамиды, если $MN = 2\sqrt{3}$ см, $MK = 12$ см и $PM = 4$ см.

- а) 28 см³; в) 24 см³;
 б) $18\sqrt{3}$ см³; г) $20\sqrt{6}$ см³.

8. Через точку B бокового ребра пирамиды проведена плоскость, параллельная плоскости основания, причем объем образовавшейся усеченной пирамиды равен 372 см³. Найдите объем пирамиды, если точка B делит ребро пирамиды в отношении $1:4$, считая от вершины.

- а) $240\sqrt{5}$ см³; в) 375 см³;
 б) $300\sqrt{3}$ см³; г) 420 см³.

Объемы тел вращения

Вариант I

1. Отрезок AB , концы которого лежат на разных окружностях оснований цилиндра, пересекает ось цилиндра под углом 30° . Найдите объем цилиндра, если длина отрезка AB равна $4\sqrt{3}$ см.

- а) $12\pi \text{ см}^3$; в) $18\pi \text{ см}^3$;
б) $12\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$; г) $16\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$.

2. Объем цилиндра равен $63\pi \text{ см}^3$, а площадь осевого сечения 18 см^2 . Найдите радиус основания цилиндра.

- а) 8 см; б) $6\sqrt{3}$ см; в) 9 см; г) 7 см.

3. Плоскость, проходящая через вершину конуса и хорду AB основания, образует с высотой конуса угол 30° и удалена от центра основания на 3 дм. Найдите объем конуса, если длина хорды AB равна 2 дм.

- а) $24\pi \text{ дм}^3$; в) $26\pi \text{ дм}^3$;
б) $15\sqrt{3}\pi \text{ дм}^3$; г) $18\sqrt{3}\pi \text{ дм}^3$.

4. Объем конуса равен $9\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$. Найдите высоту конуса, если его осевое сечение — равносторонний треугольник.

- а) 3 см; б) $3\sqrt{3}$ см; в) $\sqrt{3}$ см; г) $6\sqrt{3}$ см.

5. На поверхности шара даны три точки: A , B и C такие, что $AB = 8 \text{ см}$, $BC = 15 \text{ см}$, $AC = 17 \text{ см}$. Центр шара — точка O находится на расстоянии $\frac{\sqrt{35}}{2}$ см от

плоскости, проходящей через точки A , B и C . Найдите объем шара.

- а) $972\pi \text{ см}^3$; в) $864\pi \text{ см}^3$;
б) $840\pi \text{ см}^3$; г) $936\pi \text{ см}^3$.

6. Прямоугольный треугольник с катетами, равными 3 см и $\sqrt{3}$ см, вращается вокруг оси, содержащей его гипотенузу. Найдите объем фигуры вращения.

- а) $3\pi \text{ см}^3$; в) $\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi \text{ см}^3$;
б) $2\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$; г) $1,5\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$.

7. Чугунное ядро радиусом 1 дм переплавили в равно-
великий конус, образующая которого $\sqrt{6}$ дм. Найдите высоту конуса, если она не менее 1 дм.

- а) 1,5 дм; б) $\sqrt{3}$ дм; в) 2 дм; г) $2\sqrt{3}$ дм.

8. В углу комнаты, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, лежит шар объемом $36\pi \text{ дм}^3$, который касается трех граней этой комнаты, имеющих общую точку. Найдите расстояние от центра шара до этой точки (вершины угла комнаты).

- а) $2\sqrt{3}$ дм; в) $2\sqrt{2}$ дм;
б) $3\sqrt{3}$ дм; г) $4\sqrt{3}$ дм.

Объемы тел вращения

Вариант II

1. Отрезок CD , концы которого лежат на разных окружностях оснований цилиндра, пересекает ось цилиндра под углом 60° . Найдите объем цилиндра, если длина отрезка CD равна 8 см.

- а) 84 см^3 ; в) $36\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$;
б) $72\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$; г) $48\pi \text{ см}^3$.

2. Объем цилиндра равен $60\pi \text{ см}^3$, а площадь осевого сечения 24 см^2 . Найдите радиус основания цилиндра.

- а) $4\sqrt{2} \text{ см}$; б) 6 см; в) 5 см; г) 8 см.

3. Плоскость, проходящая через вершину конуса и хорду CD основания, образует с основанием угол, равный 60° , и удалена от центра основания на 6 см. Найдите объем конуса, если длина хорды CD равна 4 см.

- а) $172\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$; **в) $208\pi \text{ см}^3$** ;
б) $180\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$; г) $192\pi \text{ см}^3$.

4. Объем конуса равен $18\pi \text{ дм}^3$. Осевое сечение конуса — прямоугольный треугольник. Найдите высоту конуса.

- а) $3^3\sqrt{2} \text{ дм}$; б) $2\sqrt{2} \text{ дм}$; в) $2\sqrt{3} \text{ дм}$; г) $3^3\sqrt{3} \text{ дм}$.

5. Шар касается сторон треугольника MKP , причем $MK = 4 \text{ см}$, $MP = 5 \text{ см}$, $KP = 7 \text{ см}$. Центр шара — точка O находится от плоскости треугольника MKP на расстоянии, равном $\frac{\sqrt{10}}{2} \text{ см}$. Найдите объем шара.

- а) $15\pi \text{ см}^3$; б) $\frac{32\pi}{3} \text{ см}^3$; в) $12\pi \text{ см}^3$; г) $8\sqrt{2} \pi \text{ см}^3$.

6. Равнобедренный треугольник с боковой стороной 10 см и углом при вершине 120° вращается вокруг оси, содержащей боковую сторону. Найдите объем фигуры вращения.

- а) $140\pi \text{ см}^3$; в) $136\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$;
б) $140\sqrt{2} \pi \text{ см}^3$; г) $250\pi \text{ см}^3$.

7. Алюминиевый шар объемом $36\pi \text{ см}^3$ переплавили в равновеликий конус, образующая которого равна $3\sqrt{5} \text{ см}$. Найдите высоту этого конуса, если она не более 4 см.

- а) 2,5 см; б) $\sqrt{10} \text{ см}$; в) 3 см; г) $2\sqrt{3} \text{ см}$.

8. Внутри прямоугольного параллелепипеда лежит шар таким образом, что он касается трех граней, имеющих общую вершину. Найдите расстояние от центра шара до этой вершины, если объем шара равен $\frac{32\pi}{3} \text{ см}^3$.

- а) $3\sqrt{3} \text{ см}$; в) $3\sqrt{2} \text{ см}$;
б) $2\sqrt{3} \text{ см}$; г) $2\sqrt{2} \text{ см}$.

Комбинации фигур

Вариант I

1. Куб с ребром, равным $\sqrt{2}$ дм, вписан в шар. Найдите площадь поверхности шара.

- а) $6\pi \text{ см}^2$; в) $4\sqrt{2}\pi \text{ см}^2$;
б) $8\pi \text{ см}^2$; г) $4\sqrt{6}\pi \text{ см}^2$.

2. Площадь поверхности правильного тетраэдра равна $12\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите площадь поверхности конуса, вписанного в этот тетраэдр.

- а) $3\sqrt{6}\pi \text{ см}^2$; в) $4\pi \text{ см}^2$;
б) $6\pi \text{ см}^2$; г) $2\sqrt{6}\pi \text{ см}^2$.

3. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, один из углов которого α . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, вписанного в данный параллелепипед, если площадь боковой поверхности параллелепипеда равна S .

- а) $\frac{\pi \cdot S \cdot \sin \alpha}{2}$; в) $\frac{\pi \cdot S \cdot \sin \alpha}{4}$;
б) $\frac{\pi \cdot S \cdot \cos \alpha}{2}$; г) $\frac{\pi \cdot S \cdot \sin \alpha}{8}$.

4. Около правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 8 см описан шар. Найдите радиус шара.

- а) $4\sqrt{2} \text{ см}$; в) 4 см;
б) 4,75 см; г) 4,5 см.

5. В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар объемом $\frac{4}{3}\pi \text{ см}^3$. Найдите объем пирамиды, если ее высота 5 см.

- а) 10 см^3 ; в) $12,5 \text{ см}^3$;
б) $\frac{25}{3} \text{ см}^3$; г) $\frac{100}{9} \text{ см}^3$.

6. В полушар вписан цилиндр, причем одно из оснований цилиндра лежит в плоскости диаметрально-противоположных точек полушара, а высота цилиндра вдвое меньше радиуса полушара. Найдите отношение объема цилиндра к объему полушара.

- а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{9}{16}$; в) $\frac{5}{8}$; г) $\frac{5}{9}$.

7. Прямоугольная трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$ и $\angle D = 90^\circ$) вращается вокруг оси, содержащей сторону BC . Найдите объем фигуры вращения, если $BC = 6 \text{ см}$, диагональ $AC = 8 \text{ см}$ и $\angle ACB = 60^\circ$.

- а) $196\pi \text{ см}^3$; в) $224\pi \text{ см}^3$;
б) $180\pi \text{ см}^3$; г) $256\pi \text{ см}^3$.

8. В конус, высота которого равна $4\sqrt{2}$ дм, а радиус основания 2 дм, вписан куб, четыре вершины принадлежат основанию, а четыре другие вершины — боковой поверхности. Найдите ребро куба.

- а) $2\sqrt{2} \text{ дм}$; в) $0,5\sqrt{2} \text{ дм}$;
б) $1,2\sqrt{2} \text{ дм}$; г) $\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ дм}$.

Комбинации фигур

Вариант II

1. Куб вписан в шар. Найдите площадь поверхности шара, если ребро куба равно $\sqrt{6}$ дм.

- а) $8\sqrt{2}\pi \text{ дм}^2$; в) $16\pi \text{ дм}^2$;
б) $4\sqrt{2}\pi \text{ дм}^2$; г) $18\pi \text{ дм}^2$.

2. Площадь поверхности правильного тетраэдра равна $30\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите площадь поверхности конуса, вписанного в этот тетраэдр.

- а) $8\sqrt{3}\pi \text{ см}^2$; в) $10\pi \text{ см}^2$;
б) $12,5\pi \text{ см}^2$; г) $8\sqrt{2}\pi \text{ см}^2$.

3. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, один из углов которого β . Найдите объем цилиндра, вписанного в этот параллелепипед, если объем параллелепипеда равен V .

- а) $\frac{\pi V \sin \beta}{2}$; в) $\frac{\pi V \sin \beta}{4}$;
б) $\frac{\pi V \sin^2 \beta}{2}$; г) $\frac{\pi V \sin^2 \beta}{4}$.

4. Около правильной треугольной пирамиды со стороной основания 9 см и высотой 10 см описан шар. Найдите радиус шара.

- а) 6 см; б) 6,35 см; в) 5,6 см; г) 7,25 см.

5. В конус вписан шар объемом $\frac{4}{3}\pi \text{ см}^3$. Найдите объем конуса, если его высота 3 см.

- а) $2\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$; в) $3\pi \text{ см}^3$;
б) $4\pi \text{ см}^3$; г) $3\sqrt{2}\pi \text{ см}^3$.

6. В полушар вписан цилиндр, причем одно из оснований цилиндра лежит в плоскости диаметрального круга полушара, а высота цилиндра втрое меньше радиуса полушара. Найдите отношение объема цилиндра к объему полушара.

- а) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{5}{9}$; г) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

7. Прямоугольная трапеция $MKPN$ ($MN \parallel KP$ и $\angle N = 90^\circ$) вращается вокруг оси, содержащей сторону KP . Найдите объем фигуры вращения, если $KP = 2$ см, диагональ $MP = 6$ см и $\angle MPK = 60^\circ$.

- а) $36\pi \text{ см}^3$; в) $54\pi \text{ см}^3$;
б) $42\pi \text{ см}^3$; г) $72\pi \text{ см}^3$.

8. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб. Найдите ребро куба, если высота пирамиды $6\sqrt{2}$ дм, сторона основания пирамиды $4\sqrt{2}$ дм.

- а) $1,8\sqrt{2}$ дм; в) $2,4\sqrt{2}$ дм;
б) $2\sqrt{2}$ дм; г) $3\sqrt{2}$ дм.

Итоговый — 1

Вариант I

1. Найдите косинус угла между плоскостями квадрата $ABCD$ и равностороннего треугольника ABM , если диагональ квадрата равна $4\sqrt{2}$ см и расстояние от точки M до стороны DC равно 5 см.

а) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{16}$; в) $\frac{\sqrt{6}}{4}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

2. Основание пирамиды — трапеция, основания которой равны 3 см и 5 см. Найдите объем пирамиды, если все ее боковые грани составляют с основанием равные двугранные углы по 45° , а высота пирамиды равна $\sqrt{6}$ см.

а) $8\sqrt{3}$ см³; в) 16 см³;
б) $12\sqrt{6}$ см³; г) 12 см³.

3. Около куба описан цилиндр. Найдите полную площадь поверхности цилиндра, если поверхность куба равна S .

а) $\frac{S\pi(\sqrt{2}-1)}{4}$; в) $\frac{S\pi(1+\sqrt{2})}{6}$;
б) $\frac{S\pi\sqrt{2}}{4}$; г) $\frac{S\pi\sqrt{2}}{8}$.

4. В конусе проведено сечение, проходящее через вершину конуса и две его образующие. Найдите расстояние от центра основания до плоскости сечения, если образующая составляет с плоскостью основания угол α , плоскость сечения образует с плоскостью основания угол β , а радиус основания R .

а) $R \operatorname{ctg} \alpha \sin \beta$; в) $\frac{R \sin \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$;
б) $\frac{R \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$; г) $R \operatorname{tg} \alpha \cos \beta$.

5. Стороны основания наклонного параллелепипеда 3 см и 5 см, а угол между ними 120° . Большее диагональное сечение, являющееся ромбом, перпендикулярно плоскости основания. Найдите объем параллелепипеда, если боковое ребро образует с основанием угол, равный 60° .

а) $54\sqrt{3}$ см³; в) $74,5$ см³;
б) $78,75$ см³; г) $60\sqrt{3}$ см³.

6. Дано: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{b}$.

а) $\frac{2}{3\sqrt{15}}$; б) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$; в) $-\frac{3}{2\sqrt{15}}$; г) $-\frac{1}{2\sqrt{15}}$.

7. На поверхности шара даны три точки A , B и C , причем $AB = 2$ см, $BC = 3$ см и $AC = 4$ см. Расстояние от центра шара до плоскости сечения ABC равно $\frac{4}{\sqrt{3}}$ см. Найдите площадь поверхности шара.

а) $\frac{192\pi}{5}$ см²; в) $\frac{121\pi}{3}$ см²;
б) 36π см²; г) 40π см².

8. Основание прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — квадрат $ABCD$ со стороной $\sqrt{5}$ см, длина ребра $AA_1 = 2\sqrt{5}$. Найдите площадь сечения, проведенного через точки C , P и M , где P — середина AD и M — середина BB_1 .

а) $5\sqrt{2}$ см²; б) $2\sqrt{5}$ см²; в) $6\frac{1}{4}$ см²; г) $5\frac{5}{8}$ см².

Итоговый — 1

Вариант II

1. Найдите косинус угла между плоскостями ромба $ABCD$ и равностороннего треугольника ADK , если $AD = 8$ см, $\angle BAD = 30^\circ$ и расстояние от точки K до прямой BC равно $4\sqrt{2}$ см.

а) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

2. Основание пирамиды — трапеция с боковыми сторонами 6 см и 9 см. Найдите объем пирамиды, если все ее боковые грани составляют с основанием равные двугранные углы по 60° , а высота пирамиды равна $2\sqrt{3}$ см.

а) 24 см^3 ; в) $18\sqrt{3} \text{ см}^3$;
б) $20\sqrt{3} \text{ см}^3$; г) $24\sqrt{2} \text{ см}^3$.

3. Около куба описан цилиндр, полная площадь поверхности которого равна S . Найдите площадь поверхности куба.

а) $4\sqrt{2}S\pi$; в) $\frac{4S}{\pi(\sqrt{2}-1)}$;
б) $2\sqrt{2}S\pi$; г) $\frac{6S}{\pi(1+\sqrt{2})}$.

4. В конусе проведено сечение, проходящее через его вершину и две образующие. Найдите радиус основания конуса, если образующая составляет с плоскостью основания угол β , плоскость сечения образует с плоскостью основания угол α и удалена от центра основания на a .

а) $\frac{a \sin \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$; в) $a \cos \alpha \operatorname{tg} \beta$;
б) $\frac{a}{\cos \alpha \operatorname{tg} \beta}$; г) $\frac{a \cos \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$.

5. Стороны основания наклонного параллелепипеда 2 дм и $\sqrt{3}$ дм, а угол между ними 30° . Меньшее диагональное сечение, являющееся ромбом, перпендикулярно основанию. Найдите объем параллелепипеда, если боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом, равным 60° .

а) $1,5 \text{ дм}^3$; в) $1,5\sqrt{3} \text{ дм}^3$;
б) $\sqrt{3} \text{ дм}^3$; г) $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ дм}^3$.

6. Дано: $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{c}| = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 45^\circ$, $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{a}$.

а) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; в) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

7. На поверхности шара лежат три точки C , D и E такие, что $CD = 7$ см, $DE = 8$ см, $CE = 9$ см. Расстояние от центра шара до плоскости треугольника CDE равно 1 см. Найдите площадь поверхности шара.

а) $\frac{383\pi}{6} \text{ см}^2$; в) $\frac{484\pi}{5} \text{ см}^2$;
б) $84\pi \text{ см}^2$; г) $92,2\pi \text{ см}^2$.

8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, причем $ABCD$ — квадрат со стороной $\sqrt{8}$ см, а ребро AA_1 равно $2\sqrt{8}$ см. Найдите площадь сечения, проходящего через точки C , K и M , где K и M — середины ребер AD и BB_1 .

а) $12\sqrt{2} \text{ см}^2$; в) 12 см^2 ;
б) 9 см^2 ; г) $9\sqrt{2} \text{ см}^2$.

Итоговый — 2

Вариант I

1. В основании четырехугольной пирамиды лежит ромб, причем один из его углов равен α , а его сторона равна b . Плоскости двух боковых граней перпендикулярны плоскости основания. Найдите угол наклона двух других боковых граней к основанию, если высота пирамиды равна a .

а) $\arccos \frac{a \sin \alpha}{b}$; в) $\arccos \frac{a}{b \sin \alpha}$;

б) $\arctg \frac{a \sin \alpha}{b}$; г) $\arctg \frac{a}{b \sin \alpha}$.

2. В основании наклонной призмы $ABCD_1B_1C_1D_1$ лежит трапеция $ABCD$, причем $AD \parallel BC$ и $AD = 31$ см, $CD = 17$ см, $AB = BC = 10$ см. Плоскость диагонального сечения призмы, проходящая через вершину A , перпендикулярна основанию и равна $20\sqrt{10}$ см². Найдите объем призмы.

а) 360 см³; в) $410\sqrt{2}$ см³;

б) $300\sqrt{6}$ см³; г) $360\sqrt{3}$ см³.

3. Апофема правильного тетраэдра равна $6\sqrt{3}$ см. Через середину одного из ребер проведена плоскость, параллельная плоскости одной из граней тетраэдра. Найдите объем образовавшейся усеченной пирамиды.

а) $126\sqrt{2}$ см³; в) 144 см³;

б) $96\sqrt{3}$ см³; г) $96\sqrt{6}$ см³.

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, причем $AB = 4$ см, $AD = 8$ см и $AA_1 = 12$ см.

Найдите длину отрезка KM , где точки K и M принадлежат соответственно отрезкам CC_1 и B_1D , причем $C_1K : KC = 2 : 1$ и $B_1M : MD = 3 : 1$.

а) $3\sqrt{2}$; б) 4 см; в) $\sqrt{14}$ см; г) $\sqrt{15}$ см.

5. Сфера с центром в точке $A(-2; 3; -1)$ пересекает ось Oz в точках $B(0; 0; z_1)$ и $C(0; 0; z_2)$. Найдите z_2 , если $z_1 = 3$.

а) -4 ; б) 4 ; в) -3 ; г) -5 .

6. В шар вписан равносторонний цилиндр. Найдите отношение объема шара к объему цилиндра.

а) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; б) $4\sqrt{3}$; в) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$; г) $2\sqrt{3}$.

7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, ребро которого равно a . Через точки B_1 , D и K (точка K — середина ребра A_1D_1) проведена плоскость. Найдите площадь сечения плоскостью, параллельной плоскости B_1DK и проходящей через вершину A_1 .

а) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$; в) $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$; г) $2a^2$.

8. Площадь боковой поверхности конуса равна $4\sqrt{3}$ π см². Найдите наибольшее возможное значение объема этого конуса.

а) $6\sqrt{3}$ см³; в) $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ см³;

б) $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$ см³; г) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ см³.

Итоговый — 2

Вариант II

1. В основании четырехугольной пирамиды лежит ромб, причем один из его углов равен β , а его сторона равна m . Плоскости двух боковых граней перпендикулярны плоскости основания, а две другие образуют с основанием угол α . Найдите высоту пирамиды.

- а) $\frac{m \sin \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$; в) $\frac{m \operatorname{tg} \alpha}{\sin \beta}$;
б) $m \sin \beta \operatorname{tg} \alpha$; г) $\frac{m}{\sin \beta \operatorname{tg} \alpha}$.

2. В основании наклонной призмы $CDEFC_1D_1E_1F_1$ лежит трапеция $CDEF$, причем $DE \parallel CF$ и $CF = 41$ см, $EF = 13$ см, $CD = DE = 20$ см. Плоскость диагонального сечения, проходящего через точку C перпендикулярна основанию и равна $30\sqrt{20}$ см². Найдите объем призмы.

- а) $640\sqrt{6}$ см³; в) $720\sqrt{3}$ см³;
б) 980 см³; г) $915\sqrt{2}$ см³.

3. Ребро правильного тетраэдра равно 6 см. Через середину ребра проведена плоскость, параллельная одной из граней тетраэдра. Найдите объем образовавшейся усеченной пирамиды.

- а) $24\sqrt{3}$ см³; в) $\frac{63\sqrt{2}}{4}$ см³;
б) $\frac{58\sqrt{2}}{3}$ см³; г) $48\sqrt{3}$ см³.

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, причем $AB = 6$ см, $AD = 15$ см и $AA_1 = 9$ см. Найдите длину отрезка PK , где точки P и K принад-

лежат соответственно отрезкам B_1C_1 и A_1C , причем $B_1P : PC_1 = 2 : 3$ и $A_1K : KC = 1 : 2$.

- а) $\sqrt{21}$ см; б) $4\sqrt{3}$ см; в) $2\sqrt{6}$ см; г) $\sqrt{26}$ см.

5. Сфера с центром в точке $M(3; -2; 1)$ пересекает ось Oy в точках $K(0; y; 0)$ и $D(0; y_2; 0)$. Найдите y_2 , если $y_1 = 1$.

- а) -3 ; б) -4 ; в) -5 ; г) 4 .

6. В шар вписан равносторонний конус. Найдите отношение объема шара к объему конуса.

- а) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{32}{9}$; в) $\frac{28}{3}$; г) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, диагональ которого равна b . Через точки A_1 , C и M (точка M — середина B_1C_1) проведена плоскость. Найдите площадь сечения плоскостью, параллельной плоскости A_1CM и проходящей через вершину B_1 .

- а) $\frac{b^2\sqrt{3}}{4}$; б) $\frac{b^2\sqrt{2}}{3}$; в) $b^2\sqrt{3}$; г) $\frac{b^2\sqrt{6}}{12}$.

8. Объем цилиндра равен 9π см³. При каком значении высоты цилиндра его полная площадь поверхности наименьшая?

- а) $2^3\sqrt{6}$ см; б) $3\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{36}$ см; г) $3\sqrt{6}$ см.

Отвeты 10 класс

Т-1

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	б	в	а	б	г	г	в	в
II	в	а	г	б	г	в	б	б

Т-2

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	в	г	б	в	в	г	б
II	в	б	г	б	б	а	в	г

Т-3

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	б	б	в	г	б	а	в	г
II	в	г	б	а	б	г	в	б

Т-4

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	в	г	б	в	б	г	а	в
II	г	б	а	б	г	а	в	в

Т-5

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	в	г	в	б	а	б	г	в
II	б	а	в	г	в	б	г	г

Т-6

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	а	б	г	в	в	г	б
II	в	в	б	г	в	б	в	б

Т-7

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	б	г	б	в	в	г	в	б
II	б	а	г	в	г	а	в	б

Т-8

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	б	в	г	б	а	в	г
II	б	в	в	б	г	в	б	а

11 класс

Т-1

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	б	в	г	в	г	г	б
II	б	г	в	б	в	г	г	в

Т-2

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	в	б	в	г	а	в	б
II	б	в	в	г	а	в	г	б

Т-3

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	в	а	в	г	б	г	в	б
II	б	г	в	б	в	г	в	б

Т-4

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	а	в	г	в	б	б	г	в
II	г	б	в	в	г	а	в	б

Т-5

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	в	б	г	в	б	в	г	б
II	б	г	а	в	г	б	в	в

Т-6

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	в	г	в	б	а	г	в	б
II	г	в	в	а	б	г	в	б

Т-7

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	а	в	в	б	г	б	в	г
II	г	в	в	б	в	б	г	в

Т-8

Задание \ Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	б	в	в	г	б	в	а	г
II	в	б	г	б	а	в	г	б

Т-9

Задание Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
I	г	в	а	в	г	в	б	в
II	б	г	в	г	в	б	г	в

Содержание

Предисловие 3

10 класс

Тест 1. Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом	4
Тест 2. Параллельность в пространстве	8
Тест 3. Перпендикулярность в пространстве.....	12
Тест 4. Параллельность и перпендикулярность в пространстве	16
Тест 5. Координаты в пространстве	20
Тест 6. Углы между прямыми и плоскостями	24
Тест 7. Векторы	28
Тест 8. Итоговый	32

11 класс

Тест 1. Двугранные и линейные углы. Многогранные углы	36
Тест 2. Параллелепипед и призма	40
Тест 3. Пирамида. Усеченная пирамида.....	44
Тест 4. Цилиндр. Конус. Шар	48
Тест 5. Объемы многогранников	52
Тест 6. Объемы тел вращения	56
Тест 7. Комбинации фигур	60
Тест 8. Итоговый — 1	64
Тест 9. Итоговый — 2	68
Ответы	72

Учебное издание

Алтынов Петр Иванович

Геометрия

ТЕСТЫ

10—11 классы

Учебно-методическое пособие

Зав. редакцией *М. Г. Циновская*

Редактор *Л. В. Туркестанская*

Художник *Л. Д. Андреев*

Художественный редактор *М. Г. Мицкевич*

Технический редактор *Н. И. Герасимова*

Компьютерная верстка *М. В. Кириллов, Д. А. Дачевский*

Корректор *Г. И. Москина*

Изд. лиц. № 061622 от 07.10.97.

Подписано в печать 30.03.01. Формат 84×108^{1/32}.

Бумага газетная. Гарнитура «Школьная». Печать офсетная.

Усл. печ. л. 3,9. Тираж 10 000 экз. Заказ № 743.

ООО «Дрофа». 127018, Москва, Суцевский вал, 49.

По вопросам приобретения продукции
издательства «Дрофа» обращаться по адресу:

127018, Москва, Суцевский вал, 49.

Тел.: (095) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (095) 795-05-52.

Торговый дом «Школьник».

109172, Москва, ул. Малые Каменщики, д. 6, стр. 1А.

Тел.: (095) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.

ОАО «Типография «Новости».

107005, Москва, ул. Фр. Энгельса, 46.