

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 123.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\frac{3}{5}$ и $\frac{13}{7}$, а средний коэффициент равен -4 .

2. Вычислите $\log_5 \left(-\log_3 \frac{8}{1944} \right)$.

3. Решите неравенство

$$(9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 8) \cdot \sqrt{4 - 2^x} \geq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 4x + \sqrt{3} \sin 3x + \sin 2x = 0.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$2|x+2| + |y| + |2x-y| = 4.$$

6. Окружность с центром, лежащим на стороне BC треугольника ABC , касается стороны AB и AC в точках K и L , соответственно, и пересекает сторону BC в точках M, N (точка M лежит между точками B и N). Найдите CN , если известно, что $BM = 8$ и $BK : KA = AL : LC = 2 : 1$.

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{3y}$$

имеет единственное решение (x, y) .

8. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AC = BC = 4$ и $AB = \frac{8}{3}$, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 3, 3 и 5. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается ровно одного из рёбер основания пирамиды. Найдите высоту цилиндра.